第 29 卷 第 9 期　　高 能 物 理 与 核 物 理　　Vol. 29, No. 9
2005 年 9 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Sep., 2005

在Feshbach-Kerman-Koonin多步理论中P及Q空间的跃迁*

苏宗涤[1;1)]　阿不都许库尔[1]　李保现[1]　曹天光[1]　王书暖[1]　刘建峰[2]
黄忠甫[3]　朱耀银[4]　李支文[4]　张本爱[5]

1 (中国原子能科学研究院　北京　102413)
2 (郑州大学物理系　郑州　450004)
3 (广西大学物理系　南宁　530004)
4 (吉林大学物理系　长春　130023)
5 (北京应用物理与计算数学研究所　北京　100088)

摘要　存在直接作用时, 在哈密顿量中将包括非对角元, 并导致Feshbach, Kerman和Koonin预平衡反应多步复合理论中P和Q空间的耦合, 得到了理论上更严格的Feshbach, Kerman和Koonin预平衡反应多步复合理论与复合核反应Hauser-Feshbach理论的统一表示, 也改进了与实验结果的符合.

关键词　预平衡反应　多步复合理论　P和Q空间的跃迁

1　引言

在文献[1]中推广了Feshbach, Kerman和Koonin预平衡反应多步复合(FKK-MSC)理论[2], 并进一步改进门态强度函数和平衡态r空间的发射宽度, 得到了MSC和复合核(CN)Hauser-Feshbach(HF)理论的统一公式, 与传统的核反应理论能自洽、一致地给出各种反应截面. 但是原始的MSC理论忽略了存在直接作用时哈密顿量中的非对角部分. 这一近似使P链及Q链空间之间除$\mathrm{P}_0\to\mathrm{Q}_1$的跃迁外, 不再有P链到Q链的跃迁. 而在应用FKK-MSC分析实验时, 计算能谱的中段又总比实验结果偏高, 低能部分偏低. 为进一步完善理论和改进与实验的符合, 本工作考虑了在哈密顿量中包括非对角元, 得到了含P与Q空间跃迁的统一公式. 用于分析实验,与实验结果的符合有一定的及合理的改进.

2　FKK-MSC理论及与HF理论的统一公式

由始道i到末道f的2体核反应平均截面可以用跃迁矩阵元T_{if}表示. 它可分成描述随能量缓变的直接过程部分$T_{\mathrm{if}}^{(\mathrm{dir})}$, 和随能量变化很快而平均为零的涨落部分$T_{\mathrm{if}}^{(\mathrm{flu})}$. 引入投影算符$\hat{P}$和$\hat{Q}$将反应空间分为P(至少有一个粒子处于连续态)及Q(所有粒子都处于束缚态)两个互补的空间, 并按照由简单到复杂划分为: $\mathrm{P}_\nu(\nu=1,2,\cdots)$和$\mathrm{Q}_n(n=1,2,\cdots)$子空间. 预平衡发射可直接来自P链的每一步, 称为多步直接(MSD)过程. 也可以发生在Q链并通过与P链耦合的MSC过程的发射. 这里仅研究MSC过程, 并讨论$T_{\mathrm{if}}^{(\mathrm{flu})}$的解. $T_{\mathrm{if}}^{(\mathrm{flu})}$可用$\mathrm{Q}_n$子空间的$T_{\mathrm{if}}^{(n)}$贡献之和表示. 应用由投影算符得出的耦合Schrödinger方程和链式假定, 可以得到[2]

$$\begin{aligned}T_{\mathrm{if}}^{(n)}=&\langle\psi_{\mathrm{f}}^{(-)}|V_{\mathrm{P_fQ}_n}G_nV_{n,n-1}G_{n-1}\cdots\\&G_kV_{k,k-1}G_{k-1}\cdots G_2V_{2,1}G_1V_{\mathrm{Q_1P_i}}|\psi_{\mathrm{i}}^{(+)}\rangle\ ,\qquad(1)\end{aligned}$$

2004 – 08 – 17 收稿,　2005 – 01 – 10 收修改稿
* 国家自然科学基金(19975072)和中国工程物理研究院基金(97021)资助
1) E-mail: zdsu@iris.ciae.ac.cn

式中$\psi_{\mathrm{i}}^{(+)}$和$\psi_{\mathrm{f}}^{(-)}$分别为始态和末态波函数, $V_{\mathrm{Q_1P_i}}$, $V_{\mathrm{P_fQ}_n}$ 和$V_{k,k-1}$分别是P与Q空间和Q空间相邻子空间的相互作用, G_k为Q_k子空间的传播子. 如图1(a)所示, 式(1)表示反应系统由相互作用$V_{\mathrm{Q_1P_i}}$从始态$\mathrm{P_i}$(即$\mathrm{P_0}$)子空间跃迁到$\mathrm{Q_1}$子空间, 并通过G_1在$\mathrm{Q_1}$传播, 再由相互作用$V_{2,1}$跃迁到$\mathrm{Q_2}$, 依此类推逐步跃迁到Q_n, 并通过G_n传播, 最后由相互作用$V_{\mathrm{P_fQ}_n}$从Q_n跃迁到末态$\mathrm{P_f}$子空间发射. 文献[2]在核子及靶核自旋都为零的假定下得到了A(a, b)B反应的MSC过程的双微分截面公式.

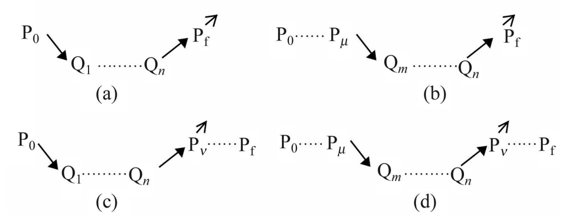

图 1　P和Q空间的耦合

文献[1]首先将原MSC公式推广至核子自旋为1/2, 靶核自旋I任意, 在j-j表象导出MSC双微分截面公式. 其次, 与CN反应HF理论一样, 门态强度函数(即复合系统的形成几率)用入射道α的光学模型$T_{\alpha lj}^{J\pi}$因子给出, 而平衡态r空间的发射用CN衰变T因子(即出射道β的光学模型$T_{\beta l'j'}^{J\pi}$因子和剩余核B的末态能级密度$\rho_{\mathrm{B}}^{I'\pi'}(U_{\mathrm{B}})$的积)表示, 得到了与光学模型(OM)一致的, 统一描写MSC过程和CN过程发射的双微分截面公式:

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma_{\mathrm{a,b}}^{\mathrm{MSC}}}{\mathrm{d}U_{\mathrm{B}}\mathrm{d}\Omega}=\pi\varDelta_\alpha^2\sum_{LJ\pi lj}\sum_{l'j'I'}B_{ljI,l'j'I'}^{JL}P_L(\cos\theta)T_{\alpha lj}^{J\pi}\times$$
$$\left\{\sum_{n=1}^{r-1}\left(\prod_{k=1}^{n-1}\frac{\langle\varGamma_k^{J\downarrow}(E)\rangle}{\langle\varGamma_k^J(E)\rangle}\right)\sum_{\nu=n-1}^{n+1}\frac{\langle\varGamma_{nl'j'}^{\nu JI'\uparrow}(E)\rho_\nu^{I'\pi'}(U_{\mathrm{B}})\rangle}{\langle\varGamma_n^J(E)\rangle}+\right.$$
$$\left.\left(\prod_{k=1}^{r-1}\frac{\langle\varGamma_k^{J\downarrow}(E)\rangle}{\langle\varGamma_k^J(E)\rangle}\right)\frac{T_{\beta l'j'}^{J\pi}\rho_{\mathrm{B}}^{I'\pi'}(U_{\mathrm{B}})}{T^{J\pi}}\right\},\tag{2}$$

式中$B_{ljI,l'j'I'}^{JL}$为与HF理论相同的几何因子, $\langle\varGamma_k^{J\downarrow}(E)\rangle$, $\langle\varGamma_{nl'j'}^{\nu JI'\uparrow}(E)\rho_\nu^{I'\pi'}(U_{\mathrm{B}})\rangle$及$\langle\varGamma_n^J(E)\rangle$分别是$\mathrm{Q}_n$子空间具有角动量$J$的平均衰减宽度, 逃逸宽度和总宽度, $\rho_\nu^{I'\pi'}(U_{\mathrm{B}})$为$\mathrm{P}_\nu$空间激发能为$U_{\mathrm{B}}$, 末态自旋和宇称为$I'$, π'的态密度. 上式右端第1项描写$\mathrm{Q}_n(n=1,\cdots,r-1)$子空间预平衡MSC过程的发射, 给出能谱的硬尾部分. 第2项为平衡态r空间CN的发射, 为典型的蒸发谱. 应用该式及OM能对各种反应截面作自洽和一致的计算和分析.

3　P及Q空间的跃迁

应指出, (1)式中始末态波函数$\psi^{(\pm)}$是引入的哈密顿量H_{opt}的解, 即

$$(E-H_{\mathrm{opt}})\psi^{(\pm)}=0\,,\tag{3}$$

但真正求解方程(3)是困难的, 因此在实际应用中近似地取为光学模型散射波函数$\varphi^{(\pm)}$, 即

$$\psi^{(\pm)}=\varphi^{(\pm)}\,,\tag{4}$$

且　$$(E-H_{\mathrm{opt}}^{(\mathrm{d})})\varphi^{(\pm)}=0\,,\tag{5}$$

这里$\varphi^{(\pm)}$是H_{opt}的对角元$H_{\mathrm{opt}}^{(\mathrm{d})}$的本征函数. 式(4)的应用意味着采用了$H_{\mathrm{opt}}=H_{\mathrm{opt}}^{(\mathrm{d})}$的近似. 众所周知, 如果反应中有直接作用时, 哈密顿量H_{opt}中除对角矩阵元$H_{\mathrm{opt}}^{(\mathrm{d})}$外, 还应包含非对角部分$v$. 因此

$$H_{\mathrm{opt}}=H_{\mathrm{opt}}^{(\mathrm{d})}+v\,,\tag{6}$$

此时H_{opt}的解$\psi^{(\pm)}$可利用Lippman-Schwinger方程的解给出:

$$\psi^{(\pm)}=\varphi^{(\pm)}+\frac{1}{E^{(\pm)}-H_{\mathrm{opt}}}v\varphi^{(\pm)}\,,\tag{7}$$

式中$\varphi^{(\pm)}$是齐次方程式(5)的解. 将式(7)所示的解$\psi^{(\pm)}$代入式(1), 则得到的跃迁矩阵元$T_{\mathrm{if}}^{(n)}$为

$$\begin{aligned}T_{\mathrm{if}}^{(n)}=&\langle\varphi_{\mathrm{f}}^{(-)}|V_{\mathrm{P_fQ}_n}G_nV_{n,n-1}G_{n-1}V_{n-1,n-2}\cdots G_2V_{2,1}G_1V_{\mathrm{Q_1P_i}}|\varphi_{\mathrm{i}}^{(+)}\rangle+\\&\langle\varphi_{\mathrm{f}}^{(-)}|V_{\mathrm{P_fQ}_n}G_nV_{n,n-1}G_{n-1}\cdots V_{m+1,m}G_mV_{m\mu}G_\mu\cdots v_{21}G_1v_{\mathrm{P_1P_i}}|\varphi_{\mathrm{i}}^{(+)}\rangle+\\&\langle\varphi_{\mathrm{f}}^{(-)}|v_{\mathrm{P_fP}_\lambda}G_\lambda v_{\lambda,\lambda-1}\cdots V_{v,n}G_nV_{n,n-1}G_{n-1}V_{n-1,n-2}\cdots G_2V_{2,1}G_1V_{\mathrm{Q_1P_i}}|\varphi_{\mathrm{i}}^{(+)}\rangle+\\&\langle\varphi_{\mathrm{f}}^{(-)}|v_{\mathrm{P_fP}_\lambda}G_\lambda v_{\lambda,\lambda-1}\cdots V_{v,n}G_nV_{n,n-1}G_{n-1}\cdots V_{m+1,m}G_mV_{m\mu}G_\mu\cdots v_{21}G_1v_{\mathrm{P_1P_i}}|\varphi_{\mathrm{i}}^{(+)}\rangle\,,\end{aligned}\tag{8}$$

上式右边第1项与式(1)相同. 第2项包括了由v引起在P链的传播, 传播途中的每一步$\mu=1,2,\cdots$都有可能跃迁至Q链, 在Q链传播后, 又跃迁回P链发射. 后两项与之比较, 只是多了返回P链, 并在P链传播后发射. 若假定跃迁返回P链, 即为发射. 那么第1与第3项, 第2与第4项是相同的. 4项的物理过程分别如图1(a)—(d)所示. 在哈密顿量中考虑了非对角元, 并导致P和Q空间的耦合引入到统一公式(2)中, 则

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma_{\mathrm{a,b}}^{\mathrm{MSC}}}{\mathrm{d}U_{\mathrm{B}}\mathrm{d}\Omega}=\pi\varDelta_\alpha^2\sum_{LJ\pi l}\sum_{jl'j'I'}B_{ljI,l'j'I'}^{JL}P_L(\cos\theta)T_{\alpha lj}^{J\pi}\sum_{m=1}^{r}R_m\times$$

$$\left\{\sum_{n=m}^{r-1}\left(\prod_{k=1}^{n-1}\frac{\langle\Gamma_k^{J\downarrow}(E)\rangle}{\langle\Gamma_k^{J}(E)\rangle}\right)\sum_{v=n-1}^{n+1}\frac{\langle\Gamma_{nl'j'}^{vJI'\uparrow}(E)\rho_v^{I'\pi'}(U_{\mathrm{B}})\rangle}{\langle\Gamma_n^{J}(E)\rangle}+\left(\prod_{k=1}^{r-1}\frac{\langle\Gamma_k^{J\downarrow}(E)\rangle}{\langle\Gamma_k^{J}(E)\rangle}\right)\frac{T_{\beta l'j'}^{J\pi}\rho_{\mathrm{B}}^{I'\pi'}(U_{\mathrm{B}})}{T^{J\pi}}\right\},\qquad(9)$$

与式(2)比较, 多了对$m(m=1,2,\cdots,r)$的求和及R_m因子. 对m的求和表示由v导致了$\mathrm{P}_\mu\rightarrow\mathrm{Q}_m(m=1,2,\cdots,r)$的跃迁(不仅只是$\mathrm{P}_0\rightarrow\mathrm{Q}_1$的跃迁). 设$R(\leqslant 1)$为整个反应中通过MSC和CN过程的反应几率, 则

$$R_m=(R-R_1-R_2\cdots-R_{m-1})\rho_{(m+1)p,mh}^{\mathrm{B}}/\rho_{(m+1)p,mh}\,,\qquad(10)$$

这里$\rho_{(m+1)p,mh}^{\mathrm{B}}$和$\rho_{(m+1)p,mh}$分别是受限制的和总的$m+1$个粒子和$m$个空穴态的态密度. 受限制的态密度指$\mathrm{Q}_m$空间(即所有$m+1$粒子均为束缚态)的态密度. 它们分别可用Oblozinsky[3]公式和Williams[4]公式计算. 由此可见, R_m给出了进入Q_m参与MSC和CN反应的几率, 由Q_m的相空间与总的相空间大小的比值决定.

利用(9)式对入射能量为十几MeV的典型核反应进行了分析, 图2为14MeV的^{93}Nb(n,n)反应能谱的分析结果. 计算中选用与文献[1]相同的普适光学模型参数和通用的能级密度(含态密度)参数, 而没作任何调整. 由于本工作仅分析较低能量的核反应, 直接反应(DR)和MSD过程在反应中不重要, 近似地取$R=1$. 图上分别示出预平衡反应MSC过程前3步, 总的MSC, r子空间(即CN过程)以及总能谱的计算值. 尚需指出,这里有关"步"的划分与通常的MSC理论相同, 即用入射粒子和靶核子相互作用的不同激发的粒子–空穴对表示. 如(9)式所示, 第n步发射依赖于进入Q_n的"流", 而原MSC理论仅有$\mathrm{Q}_{n-1}\rightarrow\mathrm{Q}_n$的跃迁. 与原MSC理论不同, 目前的改进不仅包括来自Q链前一步的跃迁, 还增加了$\mathrm{P}_\mu\rightarrow\mathrm{Q}_n$的跃迁. 至于$\mathrm{Q}_n$通过与P的耦合发射, 与通常的MSC理论相同, 包括了与所有允许的$\mathrm{P}_\nu(\nu=n,n\pm1)$子空间的耦合发射. 图2的结果显示, MSC部分(特别是头2步)能再现预平衡发射能谱的基本特点, 给出能谱的硬尾部分. 和文献[1]的结果(见文献[1]图2)比较, 由于两者输入相同的参数, 因此计算的复合系统形成截面也相同. 文献[1]计算能谱的中段比实验结果偏高, 低能部分偏低的问题, 本工作有了一定的改进. 再仔细比较MSC和CN的发射, 以及MSC各步(特别是第一步)的发射, 有了明显变化. 这种变化是有益于改进和实验的符合, 而且和本工作增加$\mathrm{P}_\mu\rightarrow\mathrm{Q}_m(m=2,3,\cdots r)$的跃迁有关, 或者说这些改进和变化可以从P和Q空间的耦合给予合理的理解.

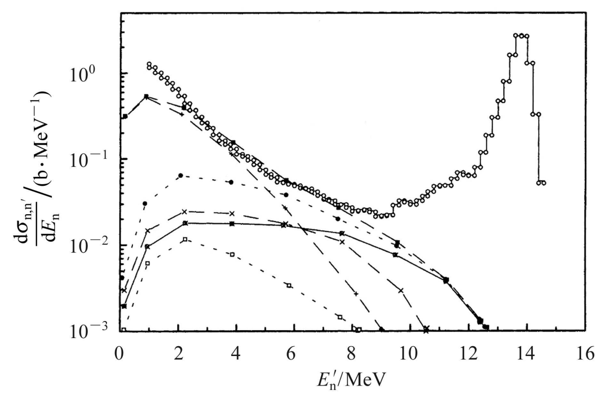

图2 14MeV ^{93}Nb(n,n′)反应能谱
○实验值, —●—计算总能谱, - - - CN谱, - - -●- - - MSC谱, —■— MSC第1步发射, —×— MSC第2步发射, - - -○- - - MSC第3步发射.

原MSC理论中只有$\mathrm{P}_0\rightarrow\mathrm{Q}_1$的跃迁, 因此$\mathrm{Q}_1$与P链耦合(即第1步)的MSC发射是最主要的(其截面约比第2步大1个数量级), 而第1步发射能量较高粒子的几率最大, 对计算能谱的中段的影响也最大. 本工作包括了$\mathrm{P}_\mu\rightarrow\mathrm{Q}_m(m=1,2,\cdots r)$的跃迁, 因此只有一部分(由$R_1$决定)发生$\mathrm{P}_0\rightarrow\mathrm{Q}_1$的跃迁, 从而减少第1步发射的几率. 图2的结果显示: 此时第1步发射的能谱已大大减小, 和第2步相当, 而第2步(Q_2)和第3步(Q_3)的发射与文献[1]相近. 由于第1步MSC发射变小, 使得总的MSC发射也减少, 计算能谱的中段得到明显的改进. MSC发射的减少, 必然会增加CN的发射. 这是由于原MSC理论只有通过$\mathrm{P}_0\rightarrow\mathrm{Q}_1\rightarrow\mathrm{Q}_2\cdots\mathrm{Q}_{r-1}$的系列跃迁而没有发生MSC发射的部分, 才能进入平衡态子空间Q_r, 形成CN和发生CN发射. 除此之外, 目前的改进还包括了由P链直接跃迁至Q_r形成CN的过程. 这将增大CN的形成和发射的几率. 所以说本工作能合理地改进与实验的符合.

4 结论

原MSC理论计算跃迁矩阵元$T_{\mathrm{if}}^{(\mathrm{flu})}$时, 使用的是

光学模型散射波函数, 即哈密顿量对角元$H_{\rm opt}^{\rm (d)}$的本征解$\varphi^{(\pm)}$, 这样在理论上有一定的局限性. 因为应用MSC理论描述同时还包括直接作用的核反应问题时, 哈密顿量$H_{\rm opt}$中除$H_{\rm opt}^{\rm (d)}$外, 还包括非对角部分v. 本工作考虑到哈密顿量中有v, 在计算$T_{\rm if}^{\rm (flu)}$时采用$H_{\rm opt}$的解$\psi^{(\pm)}$, 而$\psi^{(\pm)}$可以由式(7)所示的Lippman-Schwinger方程给出. 由此得到的$T_{\rm if}^{\rm (flu)}$除包括$\rm P_0 \to Q_1$的跃迁外, 还增加了$\rm P_\mu \to Q_{\it m} (\it m=2,3,\cdots r)$的跃迁. 在文献[1]工作的基础上, 将P和Q空间的耦合考虑进来, 得到了理论上更严格, 又能统一描写MSC过程和CN过程发射的双微分截面公式. v在MSC理论中导致了在P链空间的传播, 而传播途中由于P与Q空间的相互作用$V_{m\mu}$, 会发生$\rm P_\mu \to Q_{\it m}$空间的跃迁, P空间的"流"不只是流向$\rm Q_1$子空间, 而是通过P和Q空间的跃迁也流入$\rm Q_2, Q_3, \cdots$等子空间, 所以可称为逐步吸收模型. 应用该模型分析实验结果, 计算能谱的中段比实验结果偏高, 低能部分偏低的问题有了一定的合理改进. 这是由于$\rm P_0 \to Q_1$子空间的"流"被分到其他子空间, 因而减小$\rm Q_1$子空间的MSC发射, 从而改进计算能谱的中段和实验的符合, 同时也会增大CN的发射. 此外, 关于参数R的引入是为了将CN+MSC和DR+MSD两类反应过程的贡献区别开来分别处理. 它很强地依赖于靶核及入射能量. 目前还只有通过符合能谱和角分布的实验数据确定. 我们以后将对反应中同时存在DR, MSD, MSC和CN反应过程作进一步的讨论, 给出一种可行的计算R的方法.

参考文献(References)

1 SU Zong-Di, LI Bao-Xian et al. HEP & NP, 2003, **27**(6): 498—502 (in Chinese)
(苏宗涤, 李保现等. 高能物理与核物理, 2003, **27**(6): 498—502
2 Feshbach H, Kerman A, Koonin S. Ann. Phys., 1980, **125**: 429—476
3 Oblozinsky P. Nucl. Phys., 1986, **A453**: 127
4 Williams F C. Nucl. Phys., 1971, **A166**: 231

Transition between P and Q Spaces in Feshbach-Kerman-Koonin Theory*

SU Zong-Di[1;1)]　Abdurixit[1]　LI Bao-Xian[1]　CAO Tian-Guang[1]　WANG Shu-Nuan[1]　LIU Jian-Feng[2]
HUANG Zhong-Fu[3]　ZHU Yao-Yin[4]　LI Zhi-Wen[4]　ZHANG Ben-Ai[5]

1 (China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)
2 (Department of Physics, Zhengzhou University, Zhengzhou 450004, China)
3 (Department of Physics, Guangxi University, Nanning 530004, China)
4 (Department of Physics, Jilin University, Changchun 130023, China)
5 (Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China)

Abstract The off-diagonal components of Hamiltonian was considered in the Feshbach-Kerman-Koonin multi-step compound theory (FKK-MSC) of the pre-equilibrium reaction to induce the coupling between P and Q spaces in addition to the direct and the multi-step direct reactions. The transition from P to Q chain was introduced in an improved FKK-MSC formula, which can give a unified expression for FKK-MSC theory of pre-equilibrium reaction and Hauser-Feshbach model of the compound nucleus reaction (CN). The FKK-MSC theory was further refined. The calculated results shows that after considered the transition from P to Q chain, the FKK-MSC cross sections become smaller and the CN cross sections become greater than former analyses and they give a good agreement with the experimental results.

Key words pre-equilibrium reaction, multi-step compound theory, transition between P and Q

Received 17 August 2004, Revised 10 January 2005

*Supported by National Natural Science Foundation of China (19975072) and Foundation of China Academy of Engineering Physics(97021)

1) E-mail: zdsu@iris.ciae.ac.cn