

# 可变椭圆极化波荡器相干太赫兹辐射的模拟计算\*

周巧根<sup>1)</sup> 戴志敏 徐洪杰

(中国科学院上海应用物理研究所 上海 201800)

**摘要** 中国科学院上海应用物理研究所正在研制的相干太赫兹辐射装置是一台利用飞秒电子束团通过可变椭圆极化波荡器产生高亮度水平线极化光、垂直线极化光或各种椭圆极化光的强相干太赫兹辐射光源. 本文描述了这种相干太赫兹辐射的光通量密度空间分布、光谱、极化特性和相干性等的方法和模拟计算结果. 计算结果表明, 对于能量为 20MeV、发射度为  $1.5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ 、束团长度为 200fs、电荷量为 50pC 的电子束团, 在距离 0.6m 长的波荡器中心 1m 处可获得光通量密度峰值达  $2\times 10^9\text{photons}/\text{mm}^2/0.1\% \text{bw}$  量级的太赫兹水平线极化光或圆极化光.

**关键词** 相干太赫兹辐射 飞秒电子束 极化光 波荡器

## 1 引言

基于超短电子束团的相干太赫兹辐射源是利用超短电子束装置产生的超短电子束团通过铝膜、波荡器或者弯转磁铁等产生高亮度相干太赫兹辐射的新型光源, 它具有频谱宽且连续可调(可覆盖 10 太赫兹到 0.1 太赫兹的广阔波段)、相干性好、亮度高(辐射亮度远高于 2000K 黑体辐射和同步辐射)以及良好的时间结构(可获得皮秒、亚皮秒相干光脉冲)等优点<sup>[1]</sup>. 因而, 基于超短电子束团的相干太赫兹辐射源是当前国际上高亮度太赫兹辐射源发展的最重要方向.

目前, 上海应用物理研究所正在研制一台基于超短电子束团的高亮度相干太赫兹辐射装置. 该装置利用飞秒电子束团通过一台可变椭圆极化波荡器 EPU10.0 产生高亮度的水平线极化、垂直线极化或各种椭圆极化(包括圆极化)相干太赫兹辐射光. 本文主要介绍该高亮度相干太赫兹光源辐射强度的计算方法和模拟计算结果. 常规的计算辐射强度的方

法是采取所谓的“远场近似”, 这种近似虽然简化了计算公式, 但不适应于太赫兹辐射<sup>[2]</sup>. 本文从经典的电磁辐射理论出发, 利用通用的辐射电场计算公式, 对飞秒电子束团在波荡器中产生的太赫兹辐射的光通量密度空间分布、光谱、极化特性和相干性等作模拟计算. 此外, 波荡器的磁场采用了积分法对各均匀磁化永磁块分别计算然后作线性叠加, 而不是采用理想的余弦函数, 这样得到的磁场分布更接近真实的三维场.

## 2 波荡器磁场

EPU10.0 共有 5 个周期, 周期长度为 10cm, 包括端部磁铁在内的磁铁总长为 0.566m, 上下气隙固定为 36m. 磁铁为 APPLE-II 结构<sup>[3]</sup>, 由 4 排钕铁硼永磁块构成, 如图 1 所示. 4 个标准的纯永磁“Halbach-Type”磁排列分布在电子轨道的上方和下方组成两对平行的永磁块排列, 一对对角线永磁块排列固定, 另一对对角线永磁块排列可独立的做纵向移动, 或称相移, 从而产生不同的磁场分布以满足各种

2003-09-25 收稿, 2004-02-17 收修改稿

\* 上海应用物理研究所级创新基金及上海市科学技术委员会基金(02QF14059)资助

1) E-mail: zhouqg@ssrc.ac.cn

极化模式的要求. 当相移为零时, 将产生水平线极化辐射; 当相移为半周期长度时, 将产生垂直线极化辐射; 当相移介于零和半周期长度之间时, 可得到各种右旋或左旋椭圆极化辐射. 周期区内的永磁块厚度均为 25mm, 端部几块永磁块的厚度保证了在波荡器的中心轴线上磁场的两个横向分量的一、二次积分为零, 并且电子的振荡中心也在波荡器的中心轴线上.

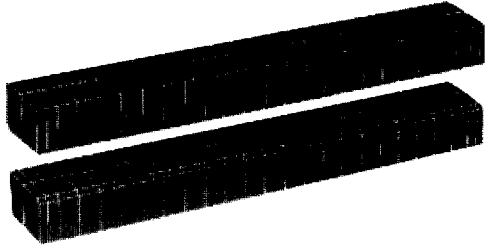


图1 EPU10.0 永磁块排列

永磁块的剩磁按  $B_r = 1.2\text{T}$  计算, 假设永磁块的磁导率为 1, 不同永磁块产生的磁场可以线性叠加, 用积分法可以计算气隙内的三维磁场分布<sup>[4]</sup>. 图 2 为计算得到的水平线极化模式和圆极化模式下波荡器中心轴线上的磁场分布. 水平线极化模式下中心轴上磁场只有垂直分量, 场强峰值为 0.59T.

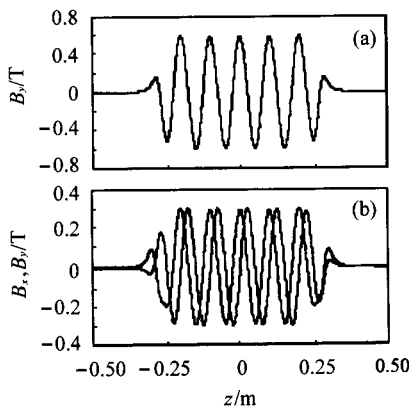


图2 两种极化模式下波荡器中心轴线上的磁场分布  
(a) 水平线极化模式; (b) 圆极化模式.

圆极化模式下(对应于相移为 33.28mm)磁场的水平分量和垂直分量相位差为  $\pi/2$ , 峰值相等, 约为 0.30T. 在各种极化模式下中心轴线上磁场的两个横向分量的一、二次积分均为零. 另外从图中可以看出, 边缘效应明显地影响了至少两个周期磁场的峰值, 同时还产生了至少半个周期的边缘磁场.

### 3 相干太赫兹辐射

电子通过椭圆极化波荡器时, 其辐射光的波长为

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \frac{1}{n} \left( 1 + \frac{K_x^2}{2} + \frac{K_y^2}{2} + \gamma^2 \theta^2 \right),$$

$$K_{x,y} = 0.934 B_{x0,y0} [T] \lambda_u [\text{cm}]. \quad (1)$$

其中  $n$  为谐波次数,  $\gamma$  为电子能量和其静止能量之比,  $\lambda_u$  为波荡器磁场周期,  $\theta$  为观察角,  $B_{x0}, B_{y0}$  为水平磁场和垂直磁场的峰值. 对于 EPU10.0, 在水平线极化模式下,  $B_{x0} = 0, B_{y0} = 0.59\text{T}, K_x = 0, K_y = 5.5$ ; 在圆极化模式下,  $B_{x0} = B_{y0} = 0.30\text{T}, K_x = K_y = 2.8$ . 当电子的能量为 20MeV 时, 计算得到在轴线方向辐射的水平线极化光基波波长为  $501\mu\text{m}$ , 圆极化光基波波长为  $269\mu\text{m}$ . 因此利用 EPU10.0, 可以得到太赫兹波段的可变极化光.

当一束电子通过波荡器时, 辐射光强度将是各个电子辐射光强度的相位叠加. 当电子束长度远大于辐射光波长时, 相当于电子为连续分布, 各个电子辐射强度的叠加是线性的, 也就是产生的辐射是非相干的, 辐射光强度与电子数目成正比. 当电子束长度小于辐射光的波长时, 相当于电子群聚于一个窄相区内, 各个电子的辐射将是相干叠加, 产生的辐射是相干的, 此时辐射强度与电子数目的平方成正比. 一个电子束团中电子的数目一般为  $10^8-10^{10}$  量级, 因此当电子束团长度与辐射光波长可比较时, 辐射强度将迅速增大, 特别是当电子束团长度小于辐射光波长时, 就成了强相干辐射源. 在我们的情况下, 电子束团的长度为 100—300fs, 相当于 30—90 $\mu\text{m}$ , 而辐射光波长为几百微米, 因此将是一台非常强的相干太赫兹辐射光源.

由于波荡器只有 5 个周期, 从图 2 可以看出边缘场效应几乎影响到了每一个周期, 因此各个周期之间的辐射相干性是很差的, 尤其是对于高次谐波. 另外对于 20MeV 的低能量电子, 辐射张角很大 ( $1/\gamma = 0.025$ ), 即使在近距离 ( $\sim 1\text{m}$ ) 观察, 光斑尺寸也有几个厘米. 因此这种辐射必须在近距离、大窗口接收. 大窗口接收意味着  $\theta$  角的分布很广, 这不仅会引起很大的谐波频率的移动, 还会大大的增加频谱的宽度, 同时还会出现强度很大的偶次谐波辐射.

### 4 相干辐射的计算方法

为了计算电子束团的相干辐射光强度分布, 可

以先计算若干个电子的辐射电场,然后按统计学方法,依照各个电子的辐射相位关系将电场叠加.假设电子在束团中的纵向分布为高斯分布,总电子数目为  $N$ ,随机取  $M$  个电子,相当于将  $N$  个电子分成  $M$  组,每组中的电子可以认为处于同一相位,发射的光是完全相干的.将  $M$  个电子产生的电场叠加再作谐波分析,便可得到一个电子束团在单位观察面积上发出的单位频率内的辐射能量:

$$\frac{d^2 I}{d\omega dA} = \frac{\epsilon_0 c}{\pi} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{i=1}^M \mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t) \right] e^{i\omega t} dt \right|^2 \left( \frac{N}{M} \right)^2. \quad (2)$$

其中  $\mathbf{E}_i(\mathbf{x}, t)$  为第  $i$  个电子在时刻  $t$  在空间点  $\mathbf{x}$  产生的电场.假设第  $i$  个电子在电子束长度方向相对于中心电子落后距离  $l_i$ ,那么它在空间点  $\mathbf{x}$  产生的电场的迟滞相位为  $\Delta\phi_i = -2\pi(l_i/\lambda)$ ,其中  $\lambda$  为辐射光的波长.

根据经典电磁理论,电子在磁场中做曲线运动时在空间产生的电场为<sup>[5]</sup>

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{\mathbf{n}}{R^2} + \frac{R}{c} \frac{d\mathbf{n}}{dt} \frac{1}{R^2} + \frac{1}{c^2} \frac{d^2\mathbf{n}}{dt^2} \right\}_{t'} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{\mathbf{n} \times [(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}]}{(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta})^3 R c} + \frac{\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}}{\gamma^2 (\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta})^3 R^2} \right\}_{t'}. \quad (3)$$

其中  $\mathbf{x}$  为观察点位置,  $t$  为观察时间,  $t'$  为电子运动时间,  $t = \int (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) dt'$ ,  $\mathbf{R}(t')$  为电子位置至观察点的矢径,  $\mathbf{n}$  为其单位矢量,  $\boldsymbol{\beta}$  为以光速  $c$  为单位的电子运动速度,  $\dot{\boldsymbol{\beta}} = (-e/m)\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B}$  为电子在洛仑兹力作用下的加速度,  $\mathbf{B}$  为外加磁场.该公式为电子辐射电场的一般计算式.当观察距离远大于电子运动尺度时,可得到所谓的“远场近似”,这时上式可简化为常用来计算弯转磁铁和各种插入件(波荡器和扭摆器)的辐射场的简单计算公式.但对于我们的情况,观察距离和磁铁的尺寸相当,“远场近似”条件不再满足,必须利用上面的通用公式进行计算.

要精确计算辐射光强度,关键的是要寻找一种精确计算相位  $\phi = \omega t(t')$  的方法.有许多文献介绍了精确计算相位的各种方法,比如文献[6]介绍了一种精确到三阶的算法.本文给出一种能精确到四阶的算法,这种方法不仅精确,计算公式也比较简单.介绍如下

$$\phi = \omega t = \omega \int (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) dt' = \frac{2\pi}{\lambda} \int \frac{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})}{\beta_z} dz =$$

$$\frac{2\pi}{\lambda\beta} \int (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}) \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} dz. \quad (4)$$

其中  $x' = \frac{dx}{dz}$ ,  $y' = \frac{dy}{dz}$ ,  $\beta_z = \frac{\beta}{\sqrt{1 + x'^2 + y'^2}}$  为  $\boldsymbol{\beta}$  在  $z$  方向(电子束运动方向,或称纵向)的分量.令:  $g(z) = \sqrt{1 + x'^2 + y'^2}$ ,  $f(z) = (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})g(z)$ , 则:

$$\phi(z) = \frac{2\pi}{\lambda\beta} \int f(z) dz, \quad \phi(z_2) = \phi(z_1) + \frac{2\pi}{\lambda\beta} \int_{z_1}^{z_2} f(z) dz.$$

利用  $f(z)$  和  $f'(z)$  在  $z = z_1$  和  $z = z_2$  处的值可将被积函数表示为三次多项式,然后再做积分,得到的相位计算公式可精确到四阶:

$$\int_{z_1}^{z_2} f(z) dz \approx \frac{1}{2} [f(z_1) + f(z_2)] (z_2 - z_1) - \frac{1}{12} [f'(z_2) - f'(z_1)] (z_2 - z_1)^2. \quad (5)$$

$f(z)$  和  $f'(z)$  在  $z = z_1$  和  $z = z_2$  处的值可通过下列公式计算:

$$f = (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})g,$$

$$f' = (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})'g + (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})g',$$

$$g' = (x'x'' + y'y'')/g,$$

$$(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})' = -\frac{d(\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})}{dz} = -\frac{g}{v} \frac{d(\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})}{dt'} =$$

$$-\frac{g}{v} (\dot{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\beta} + \mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}}),$$

$$\dot{\mathbf{n}} = \frac{c}{R} [(\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}],$$

$$(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})' = \frac{g}{\beta R} [\beta^2 - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2] - \frac{g}{v} (n_x \dot{\beta}_x + n_y \dot{\beta}_y + n_z \dot{\beta}_z),$$

$$\dot{\beta}_x = \frac{d\beta_x}{dt'} = \frac{v}{g} \frac{d\beta_x}{dz} = \frac{v}{g} \frac{d}{dz} \left( \frac{dx}{c dt'} \right) = \frac{v}{g c} \frac{d}{dz} \left( \frac{v dx}{g dz} \right) =$$

$$\frac{v\beta}{g} \frac{d}{dz} \left( \frac{x'}{g} \right) = \frac{v\beta_x}{g} \left( x'' - \frac{g'}{g} x' \right),$$

$$\dot{\beta}_y = \frac{v\beta_y}{g} \left( y'' - \frac{g'}{g} y' \right),$$

$$\dot{\beta}_z = \frac{d\beta_z}{dt'} = \frac{v}{g} \frac{d\beta_z}{dz} = \frac{v}{g} \frac{d}{dz} \left( \frac{dz}{c dt'} \right) = \frac{v}{g c} \frac{d}{dz} \left( \frac{v}{g} \right) =$$

$$-\frac{v\beta_z g'}{g^2},$$

$$f' = \frac{g^2}{\beta R} [\beta^2 - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^2] - \beta [n_x \left( x'' - \frac{g'}{g} x' \right) +$$

$$n_y \left( y'' - \frac{g'}{g} y' \right) - n_z \frac{g'}{g}] + (1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})g'.$$

## 5 相干太赫兹辐射的模拟计算

利用以上的计算方法我们自编了模拟计算电子

束团通过可变椭圆极化波荡器时产生的考虑近场效应的相干辐射的 FORTRAN 程序, 其中波荡器磁场采用积分法计算得到的三维分布, 电子轨迹及其速度  $\beta$  用龙格-库塔法作数值跟踪. 当磁场采用理想的余弦函数分布时, 用该程序计算得到的很远处轴线上的辐射光谱和利用解析法计算得到的结果有非常好的吻合.

实际的电子束团具有一定的能散度和横向发射度, 这些都将影响辐射光的相干性. 在我们的情况下, 每个微脉冲内的电子能散很小, 可忽略, 但横向发射度约  $1.5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ , 对相干性有一定的影响. 分别对束团长度和横向发射度以及它们的共同作用对辐射相干性的影响做了模拟计算, 计算时采用的参数为: 电子束能量 20MeV, 发射度  $1.5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ , 束团长度半宽度为  $30\mu\text{m}$  (相当于 100fs), 高斯分布, 束团内电子数  $3 \times 10^8$  (相当于总电荷量 50pC), 观察点距离波荡器中心 1m, 观察窗口  $80\text{mm} \times 80\text{mm}$ , 沿波荡器长度方向的积分步长取 1mm, 模拟电子数为 50.

图 3 和图 4 分别为水平线极化和圆极化两种模式下的辐射光谱. 由于是大窗口接收, 各次谐波频率有明显的朝长波长方向的移动, 频谱宽度也非常大, 同时有很强的偶次谐波辐射. 近场效应以及各个周期的磁场不一致影响了各个周期间辐射的相干性, 尤其对于高次谐波, 因此即使在完全相干的假设

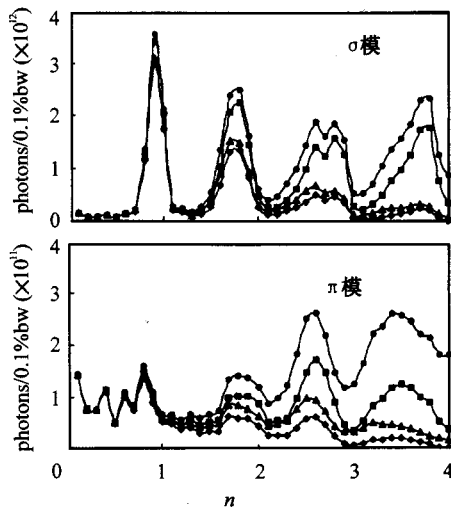


图 3 水平线极化辐射光谱

- 完全相干(束团长度和发射度均为零),
- 束团长度为零, 发射度为  $1.5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ ,
- ▲ 束团长度为 200fs, 发射度为零,
- ◆ 束团长度为 200fs, 发射度为  $1.5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ .

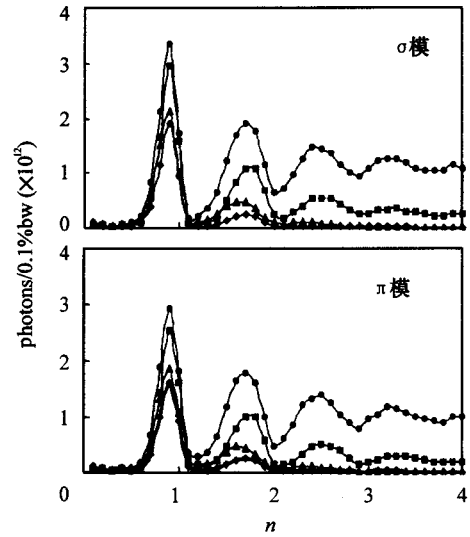


图 4 圆极化辐射光谱

- 完全相干(束团长度和发射度均为零),
- 束团长度为零, 发射度为  $1.5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ ,
- ▲ 束团长度为 200fs, 发射度为零,
- ◆ 束团长度为 200fs, 发射度为  $1.5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ .

下(相当于单电子辐射)三次谐波也比基波小. 而按照波荡器辐射的基本理论, 在理想情况下(各个周期的磁场完全一致), 当 K 值为 5.5 时, 高次(奇数次)谐波应该比基波大. 图 5 和图 6 为两种模式下基波辐射的光通量密度(单位为  $10^9\text{photons}/\text{mm}^2/0.1\% \text{bw}$ ). 在水平线极化模式下出现了一定强度的  $\pi$  模,

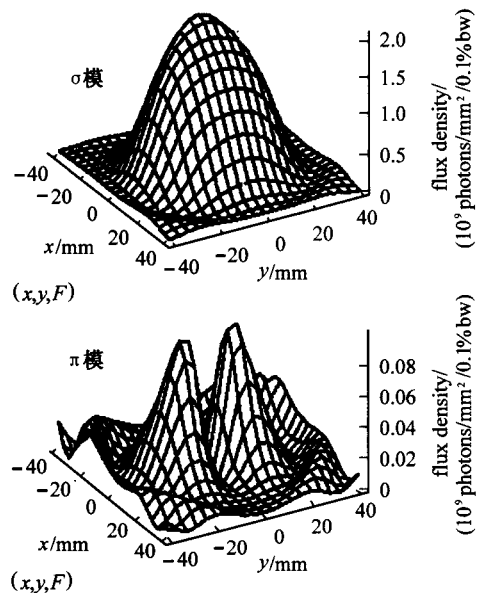


图 5 水平线极化辐射光通量密度空间分布  
辐射波长为  $501\mu\text{m}$

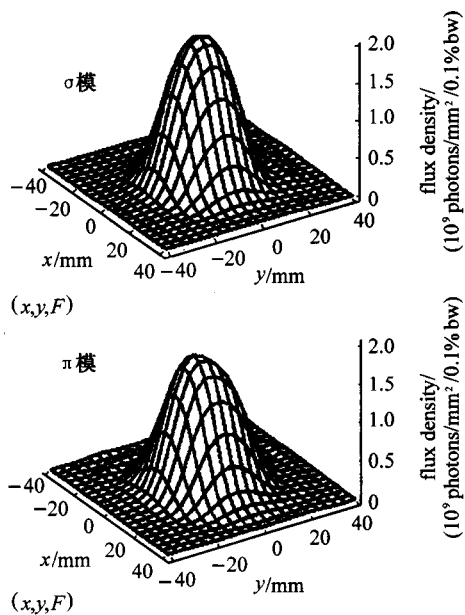


图 6 圆极化辐射光通量密度空间分布  
辐射波长为  $269\mu\text{m}$

圆极化辐射的  $\sigma$  模和  $\pi$  模的光通量密度峰值也不完全相等,这是因为电子的波荡轨迹受到边缘场的影响在横向是不对称的.另外,圆极化模式下的相移  $33.28\text{mm}$  是按照理想情况计算得到的,尽管此时磁场的两个横向分量的峰值是相等的,但边缘场对两个分量的影响很不一样.调整相移可以使得两种模

的光通量密度峰值相等.束团长度对高次谐波光的相干性影响较大,那是因为对于高次谐波束团长度相对较长.模拟电子数将影响计算精度,但对低次谐波影响较小.而横向发射度对相干性影响从模拟结果来看也比较小.各种极化模式下基波辐射的光通量密度峰值均可达  $2 \times 10^9 \text{ photons/mm}^2/0.1\% \text{ bw}$  量级.

## 6 结论

本文详细介绍了基于超短电子束团的相干太赫兹光源辐射强度的计算方法.在计算辐射电场以及辐射光通量密度时采用了通用的计算公式,而不是像常规的计算方法一样作“远场近似”,并且相位的计算采用了较为精确的四阶算法,磁场也采用了接近真实的三维场,这样提高了计算精度和计算结果的合理性.利用上述计算方法,对上海应用物理研究所正在研制的基于飞秒电子束团的相干太赫兹辐射装置进行了数值模拟研究,对于能量为  $20\text{MeV}$ 、发射度为  $1.5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ 、束团长度为  $200\text{fs}$  以及电荷量为  $50\text{pC}$  的电子束团,在距离  $0.6\text{m}$  长的波荡器中心  $1\text{m}$  处理论上可获得光通量密度峰值达  $2 \times 10^9 \text{ photons/mm}^2/0.1\% \text{ bw}$  量级的太赫兹水平线极化光或圆极化光.

## 参考文献 (References)

- 1 Settakorn C et al. Coherent Far-Infrared Radiation from Electron Bunches. Proc. 1998 Asian Part. Accel. Conf. Tsukuba, Japan, 1998
- 2 Mathis Y L, Roy P, Tremblay B et al. Physics Review Letters,

1998, **80**(6): 1220—1223

- 3 HWANG C S, CHANG C H, FAN T C et al. Nucl. Instr. Meth., 2001, **A467**: 114—117
- 4 Walker R P. Nucl. Instr. Meth., 1985, **A237**: 366—380
- 5 WANG Chun-Xi. Physical Review, 1993, **E47**(6): 4358—4363
- 6 WANG Chun-Xi, XIAN Ding-Chang. Nucl. Instr. Meth., 1990, **A288**: 649—658

## Simulation of the Coherent THz Radiation from a Variable Elliptically Polarized Undulator\*

ZHOU Qiao-Gen<sup>1)</sup> DAI Zhi-Min XU Hong-Jie

(Shanghai Institute of Applied Physics, Chinese Academy of Science, Shanghai 201800, China)

**Abstract** A new type of coherent THz light source is building in SINAP. It will use the femto-second electron beam passing through a variable elliptically polarized undulator to produce the high bright THz radiation with various linear, elliptical or circular polarization. The paper describes the computation methods and the simulation results of the flux density, spectrum, polarization and coherence for this kind of radiation. For the electron beam with the energy 20MeV, the emittance  $1.5\pi\text{mm}\cdot\text{mrad}$ , the beam length 200fs and the electric charge 50pC, the THz radiation with the horizontal linear polarization or the circular polarization of the maximum flux density of  $2\times 10^9$  photons/ $\text{mm}^2/0.1\%$  bw can be obtained at the distance 1m from the center of the undulator with 0.6m length.

**Key words** coherent THz radiation, femto-second electron beam, polarized light, undulator

---

Received 25 September 2003, Revised 17 February 2004

\* Supported by Institute Innovation Fund and Shanghai Science and Technology Council(02QF14059)

1) E-mail: zhouqg@ssrc.ac.cn