

激发 k 玻色子 q 相干态的反聚束效应*

江俊勤¹⁾

(广东教育学院物理系 广州 510303)

(中国高等科学技术中心(世界实验室) 北京 100080)

摘要 构造了激发 k 玻色子 q 相干态 $a_q^{+m} |z, k, j\rangle_q (k \geq 3)$, 并用数值计算的方法研究了参数 m 对反聚束效应的影响. 结果表明: 反聚束效应明显受到 m 的调节. 对于大 $x (x = |z|^2)$, 激发(即增加光子)改变了反聚束效应出现的区间. 对于小 x , 当 $j=0$ 时, 激发使原来强烈的聚束效应变为强烈的反聚束效应; 当 $j \neq 0$ 时, 激发后基本上保持着原来强烈的反聚束效应.

关键词 量子代数 k 玻色子 q 相干态 激发态 反聚束效应

1 引言

近年来, 量子群和量子代数由于在原子核物理学和量子光学等许多领域中有着潜在的应用, 因而引起了数学和物理学工作者的广泛关注(见文献[1]及其参考文献). 在原子核物理学中, 量子群理论的 q 变形转子模型可用于描述原子核转动谱^[2,3]. 在量子光学中, 自从 Biedenharn^[4] 将具有李群结构的相干态推广到具有量子群结构的 q 相干态以来, q 变形相干态的量子特性及其应用前景更是备受关注. 基于物理应用的考虑, 人们先后构造并研究了各种 q 变形相干态, 其中较重要的有: 奇偶 q 相干态^[5-9] 和 k 玻色子 q 相干态^[10-12].

如何产生新的量子态, 一直是人们研究的热点之一. 自从 1991 年 Agarwal^[13] 提出一种通过在相干态上重复作用光子产生算符产生新量子态的方法以来, 已有许多作者^[14-19] 研究了在其他的量子态上作用光子产生算符对态的性质的影响. 最近笔者把 Agarwal 的方法推广到具有量子群结构的 q 相干态中, 在奇偶 q 相干态上重复作用光子产生算符, 引入了激发奇 q 相干态和激发偶 q 相干态, 并用数值计算的方法对它们的量子统计性质进行了研

究^[20,21]; 而在文献[22]中, 笔者通过在双参数变形奇偶 qs 相干态上重复作用光子产生算符, 构造了激发奇 qs 相干态和激发偶 qs 相干态, 并对它们的反聚束效应^[22] 和压缩特性^[23] 进行了研究.

本文进一步把 Agarwal 的方法应用到 k 玻色子 q 相干态上, 并用数值计算的方法研究参数 m (m 为增加光子的数目) 对反聚束效应的影响.

2 激发 k 玻色子 q 相干态

k 玻色子 q 相干态定义为^[10]

$$|z, k, j\rangle_q = C_q(z, k) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{kn+j}}{\sqrt{[kn+j]_q!}}.$$

$$|kn+j\rangle_q, (j=0, 1, 2, \dots, k-1), \quad (1)$$

式中 z 是复数, 可写成 $z = re^{i\theta}$, k 为整数且 $k \geq 3$,

$C_q(z, k)$ 为归一化常数; $|n\rangle_q = \frac{a_q^{+n}}{\sqrt{[n]_q!}} |0\rangle_q$, 其中

a_q^+ 为 q 变形玻色产生算符, 它与湮没算符 a_q 以及粒子数算符 N_q 满足如下对易关系:

$$a_q a_q^+ - q a_q^+ a_q = q^{-N_q}, \quad (2)$$

$$[N_q, a_q] = -a_q, [N_q, a_q^+] = a_q^+. \quad (3)$$

a_q^+ , a_q 以及 N_q 作用于 q -Fock 空间 $\{|n\rangle_q\}$,

2003-05-18 收稿

* 广东省高校自然科学研究项目(Z02083)资助

1) E-mail: jjq203@21cn.com

$n = 0, 1, 2, \dots$ 有

$$a_q |0\rangle_q = 0, a_q |n\rangle_q = \sqrt{[n]_q} |n-1\rangle_q, \quad (4)$$

$$a_q^+ |n\rangle_q = \sqrt{[n+1]_q} |n+1\rangle_q, \quad (5)$$

$$N_q |n\rangle_q = n |n\rangle_q. \quad (6)$$

$[n]_q!$ 定义为

$$[n]_q! = [n]_q [n-1]_q \cdots [1]_q, \quad (7)$$

$$[n]_q = (q^n - q^{-n}) / (q - q^{-1}). \quad (8)$$

并规定 $[0]_q! = 1$, 则 ${}_q\langle n | m \rangle_q = \delta_{nm}$. q -Fock 空间的完备性表征为

$$\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle_q \langle n| = I. \quad (9)$$

由于 $[n]_{1/q} = [n]_q$, 所以只需考虑 $0 < q < 1$ 的情况.

本文定义激发 k 玻色子 q 相干态为

$$|z, k, j, m\rangle_q = C_{qjm}(z, k) a_q^{+m} |z, k, j\rangle_q =$$

$$C_{qjm}(z, k) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{kn+j}}{\sqrt{[kn+j]_q!}} a_q^{+m} |kn+j\rangle_q =$$

$$C_{qjm}(z, k) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{kn+j}}{\sqrt{[kn+j]_q!}} \cdot \frac{\sqrt{[kn+j+m]_q!}}{\sqrt{[kn+j]_q!}} \cdot$$

$$|kn+j+m\rangle_q, (j = 0, 1, 2, \dots, k-1), \quad (10)$$

式中 m 为增加光子数的数目, $m = 1, 2, 3, \dots$; 当 $m = 0$ 时, (10) 式退化为 (1) 式. 显然 $|z, k, j, m\rangle_q$ 满足如下正交条件:

$${}_q\langle z, k, j, m | z, k, j', m \rangle_q = 0,$$

$$(j, j' = 0, 1, 2, \dots, k-1; j' \neq j), \quad (11)$$

归一化条件为

$${}_q\langle z, k, j, m | z, k, j, m \rangle_q = 1, (j = 0, 1, 2, \dots, k-1). \quad (12)$$

$C_{qjm}(z, k)$ 为归一化常数, 由 (12) 式得

$$(C_{qjm}(z, k))^{-2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r^2)^{kn+j}}{[kn+j]_q!} \cdot \frac{[kn+j+m]_q!}{[kn+j]_q!}. \quad (13)$$

3 激发 k 玻色子 q 相干态的反聚束效应

对于普通电磁场, 当二阶相关函数 $g^{(2)}(0) < 1$ 时称该电磁场呈现反聚束效应. 用类似的方法可定义 q 电磁场的二阶 q 相关函数^[11]

$$g_q^{(2)}(0) \equiv {}_q\langle a_q^{+2} a_q^2 \rangle_q / |{}_q\langle a_q^+ a_q \rangle_q|^2.$$

当 $g_q^{(2)}(0) < 1$ 时, 称 q 电磁场呈现反聚束效应. 对于态 $|z, k, j, m\rangle_q$ 有

$$g_{q,k}^{(2)}(0) = {}_q\langle z, k, j, m | a_q^{+2} a_q^2 | z, k, j, m \rangle_q /$$

$$({}_q\langle z, k, j, m | a_q^+ a_q | z, k, j, m \rangle_q)^2. \quad (14)$$

利用 (4), (5), (10)–(12) 式, 得

$${}_q\langle z, k, j, m | a_q^{+2} a_q^2 | z, k, j, m \rangle_q =$$

$$(C_{qjm}(z, k))^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r^2)^{kn+j}}{[kn+j]_q!} \cdot \frac{[kn+j+m]_q!}{[kn+j]_q!} \cdot$$

$$[kn+j+m]_q \cdot [kn+j+m-1]_q, \quad (15)$$

$${}_q\langle z, k, j, m | a_q^+ a_q | z, k, j, m \rangle_q = (C_{qjm}(z, k))^2 \cdot$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(r^2)^{kn+j}}{[kn+j]_q!} \cdot \frac{[kn+j+m]_q!}{[kn+j]_q!} \cdot [kn+j+m]_q. \quad (16)$$

把 (15), (16) 式代入 (14) 式, 并利用 (7) 和 (8) 式关于 $[n]_q!$ 和 $[n]_q$ 的定义, 可以对各种不同的 q , k, j 和 m 值计算出 $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 随 $x (= |z|^2 = r^2)$ 变化的规律.

在实际计算中, 分别取 $q = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$ 和 0.9 ; $k = 3, 4, 5, \dots$; $j = 0, 1, 2, \dots, k-1$. 但由于图形数目所限, 本文只给出 $q = 0.5, k = 3$ 和 4 的情况, 图 1–3 给出了 $k = 3, j = 0, 1, 2$ 时 $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 随 m 和 x 变化的数值结果, 图 4–7 给出了 $k = 4, j = 0, 1, 2, 3$ 时 $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 随 m 和 x 变化的数值结果.

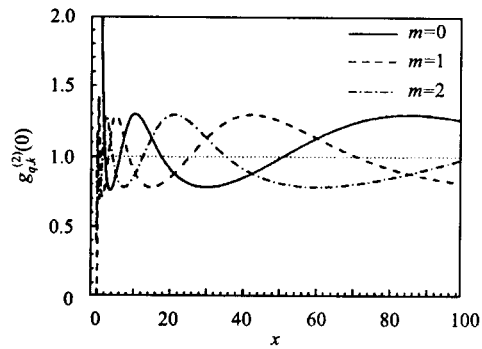


图 1 $q = 0.5, k = 3, j = 0$ 时, $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 与 x 的关系

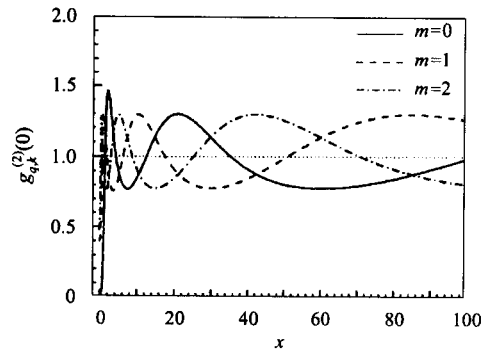


图 2 $q = 0.5, k = 3, j = 1$ 时, $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 与 x 的关系

由图 1–7 (及其他更多的计算) 可见, 激发 k 玻

色子 q 相干态的二阶 q 相关函数明显受到 m 的控制, 主要表现为:

(a) 当 $x(x = |z|^2)$ 较大时, 随着 x 增大, 聚束效应和反聚束效应交替地出现, 即 $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 出现准振荡现象, 出现反聚束效应的区间明显受到 m 的调节.

(b) 当 x 较小时, 对于 $j=0$ 的态, 激发(即增加光子)可使原来强烈的聚束效应变为强烈的反聚束效应(而且其强度明显比其他区域的大); 对于 $j \neq 0$ 的态, 激发后基本上保持原来强烈的反聚束效应.

值得指出的是, 当 $q \rightarrow 1$ 时, $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 的振荡现象消失, k 玻色子 q 相干态退化为普通的 k 玻色子相干态(即文献[24]所讨论的态), 它也像 k 玻色子 q

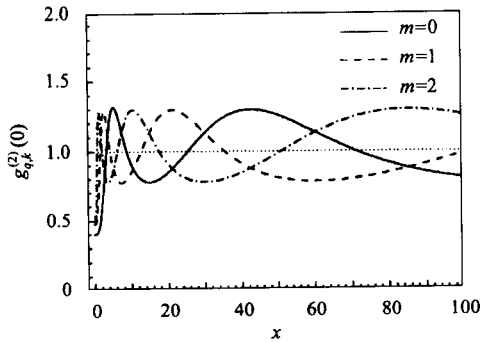


图 3 $q=0.5, k=3, j=2$ 时, $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 与 x 的关系

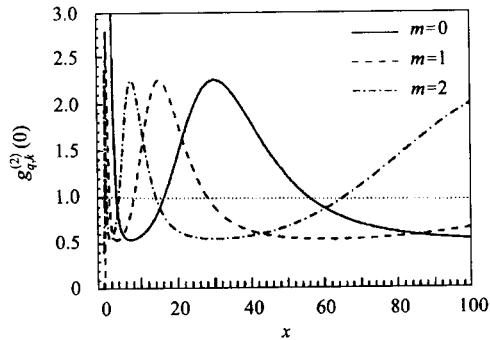


图 4 $q=0.5, k=4, j=0$ 时, $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 与 x 的关系
相干态一样, 对于 $j=0$ 的态, 激发可使原来强烈的

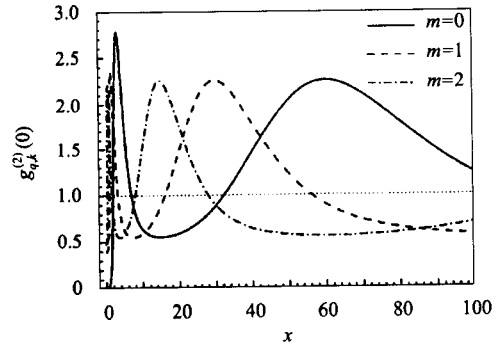


图 5 $q=0.5, k=4, j=1$ 时, $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 与 x 的关系

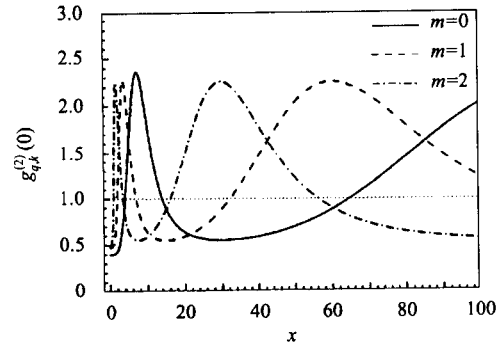


图 6 $q=0.5, k=4, j=2$ 时, $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 与 x 的关系

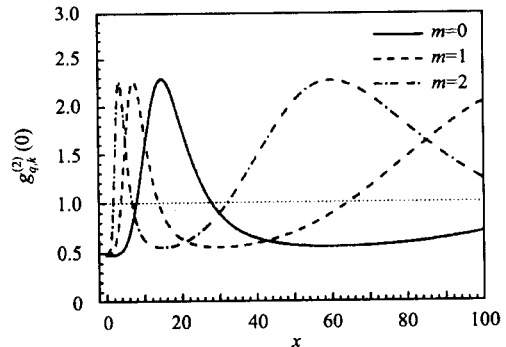


图 7 $q=0.5, k=4, j=3$ 时, $g_{q,k}^{(2)}(0)$ 与 x 的关系

聚束效应变为强烈的反聚束效应(由于图形数目所限, 未给出).

参考文献 (References)

- 1 Haret C, Rosu. Carlos Castro. Phys. Lett., 2000, **A264**:350—356
- 2 Raychev P P, Roussev R P, Smimov Yu F. J. Phys., 1990, **G16**: L137; Iwao S. Prog. Thero. Phys., 1990, **83**:363
- 3 FANG Xiang-Zheng, RUAN Tu-Nan. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2001, **25**:315—321(in Chinese)
(方向正,阮图南. 高能物理与核物理,2001,**25**:315—321)
- 4 Biedenham L C. J. Phys., 1989, **A22**(18):L873—878
- 5 WANG F B, KUANG L M. Phys. Lett., 1992, **A169**(4):225—228
- 6 KUANG L M, WANG F B. Phys. Lett., 1993, **A173**(3):221—227
- 7 ZHU Cong-Xu, WANG Fa-Bo, KUANG Le-Man. Acta Physica Sinica, 1994, **43**(8):1262—1267(in Chinese)
(朱从旭,王发伯,匡乐满. 物理学报,1994,**43**(8):1262—1267)
- 8 LIU You-Wen, CHEN Chang-Yuan. Acta Optica Sinica, 1999, **19**(11): 1460—1463(in Chinese)
(刘友文,陈昌远. 光学学报,1999,**19**(11):1460—1463)
- 9 WANG Zhong-Qing. Acta Physica Sinica, 2001, **50**(4):690—692
(in Chinese)
(汪仲清. 物理学报,2001,**50**(4):690—692)
- 10 KUANG Le-Man, WANG Fa-Bo, ZHEN Gao-Jian. Phys. Lett., 1993, **A176**:1—5
- 11 WANG Ji-Suo, WANG Chuan-Kui, HE Jin-Yu. Phys. Lett., 1995, **A199**:137—143
- 12 WANG Zhong-Qing. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2002, **26**: 576—581(in Chinese)
(汪仲清. 高能物理与核物理,2002,**26**:576—581)
- 13 Agarwal G S, Tara K. Phys. Rev., 1991, **A43**(1):492—497
- 14 ZHANG Z X, FAN H Y. Phys. Lett., 1992, **A165**:14—18
- 15 ZHANG Z X, FAN H Y. Phys. Lett., 1993, **A174**(3):206—209
- 16 Jones G N, Haight J, Lee C T. Quantum and Semiclass Opt., 1997, **9**:411—418
- 17 LU Hong, GUO Guang-Can. Acta Physica Sinica (Overseas Edition), 1999, **8**(8):577—582
- 18 HUANG Chun-Qing, LU Hong. Acta Photonica Sinica, 2000, **29**(6): 481—486(in Chinese)
(黄纯青,路洪. 光子学报,2000,**29**(6):481—486)
- 19 JIANG Jun-Qin, HUANG Chun-Qing, LU Hong. Acta Photonica Sinica, 2000, **29**(11):989—992(in Chinese)
(江俊勤,黄纯青,路洪. 光子学报,2000,**29**(11):989—992)
- 20 JIANG Jun-Qin. High Energy Phys. and Nucl. Phys. 2002, **26**(4): 331—337(in Chinese)
(江俊勤. 高能物理与核物理,2002,**26**(4):331—337)
- 21 JIANG Jun-Qin. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2002, **26**(8): 786—790(in Chinese)
(江俊勤. 高能物理与核物理,2002,**26**(8):786—790)
- 22 JIANG Jun-Qin. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2003, **27**(1): 15—18(in Chinese)
(江俊勤. 高能物理与核物理,2003,**27**(1):15—18)
- 23 HUANG Chun-Qing, JIANG Jun-Qin. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2003, **27**(3):196—199(in Chinese)
(黄纯青,江俊勤. 高能物理与核物理,2003,**27**(3):196—199)
- 24 SUN Jin-Zuo, WANG Ji-Sun, WANG Chuan-Kui. Phys. Rev., 1991, **A44**:3369—3372

Antibunching Effect of the Excited k -Boson q -Coherent States*JIANG Jun-Qin¹⁾(Department of Physics, Guangdong Institute of Education, Guangzhou 510303, China)
(CCAST (World Laboratory), Beijing 100080, China)

Abstract The excited k -boson q -coherent state $a_q^{+m} |z, k, j\rangle_q$ is constructed. The m dependence of the antibunching effect is numerically studied. It is shown that the antibunching effect evidently depends on m : For big x ($x = |z|^2$), the excitation can change the region where the antibunching effect appears; For small x , when $j = 0$, the excited states exhibit strong antibunching effect but the unexcited states exhibit strong bunching effect; For small x , when $j \neq 0$, both the excited states and the unexcited states exhibit strong antibunching effect.

Key words quantum algebra, k -boson q -coherent state, excited state, antibunching effect

Received 18 May 2003

* Supported by Natural Science Foundation of the Education Department of Guangdong Province of China (Z02083)

1) E-mail: jjq203@21cn.com