

# $\eta_c$ 衰变到 $2\gamma$ 的宽度\*

彭宏安<sup>1</sup> 阎占元<sup>2</sup> 段春贵<sup>3</sup>

1(北京大学物理学院 北京 100871)

2(华北电力大学应用物理系 保定 071003)

3(河北师范大学物理系 石家庄 050016)

**摘要** 针对粲夸克偶素(Q $\bar{Q}$ )质量大而寿命长的特点,利用最大非微扰强作用反应假说的结果和由此导出的在 QQ 之间交换组成 Pomeron 的色八重态胶团时振幅不存在非微扰型么正修正项的特点,提出了关于  $\eta_c$  电磁衰变的另一种计算方案.

**关键词** 玻密子 非微扰 电磁衰变

## 1 引言

讨论粲夸克偶素(Q $\bar{Q}$ 束缚态)电磁衰变的传统方法是在给出组分夸克间的相互作用势后,由讨论非相对论束缚态的 Schrödinger 方程求解相应的波函数和能谱.利用一、二个实验上测量较准确的能态作为输入来确定势参数,可定出径向波函数的零点值  $R(0)$ .再将正负电子偶素湮没为光子或电子对的公式做相应的改动,就可算出 Q $\bar{Q}$  的电磁衰变.本文只涉及赝标量粲夸克偶素  $\eta_c$  ( $^1S_0$ ),它的电磁衰变为两个光子末态.和其他 Q $\bar{Q}$  态的计算相同,在处理  $\eta_c$  劈裂为粲组分夸克对的顶角时,采用色单态近似<sup>[1]</sup>:即略去束缚态的结合能,因而每个组分夸克都将带有  $\eta_c$  的一半的质量,  $m = \frac{1}{2} M_{\eta_c}$ , 和一半的四动量.这样  $\eta_c \rightarrow 2\gamma$  过程对应图 1.

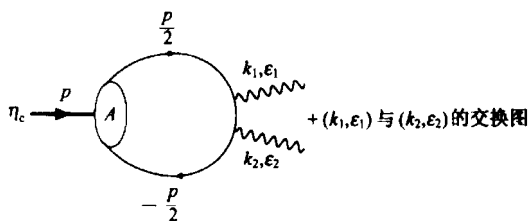


图 1 用传统方案算  $\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}$  的图形

相应的振幅为

$$iM_{\eta_c} = Ae_Q^2 F_c \text{Tr} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \gamma_5 \frac{1}{2} (\not{p} + M_{\eta_c}) \left[ \not{\epsilon}_1 \frac{\left( \frac{1}{2} \not{p} - \not{k}_1 + m \right)}{\left( \frac{1}{2} p - k_1 \right)^2 - m^2} \not{\epsilon}_2 + \not{\epsilon}_2 \frac{\left( \frac{1}{2} \not{p} - \not{k}_2 + m \right)}{\left( \frac{1}{2} p - k_2 \right)^2 - m^2} \not{\epsilon}_1 \right] \right\}, \quad (1)$$

其中  $e_Q = \frac{2}{3} e$ ,  $F_c$  是色因子  $\sqrt{3}$ ,  $\epsilon$  为光子极化矢量. 顶角常数  $A$  可由  $R_s(0)$  算出. 由(1)式得

$$\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}^B = \frac{3A^2 e_Q^4}{2\pi M_{\eta_c}} = \frac{64\alpha^2}{27M_{\eta_c}^2} |R_s(0)|^2, \quad (2)$$

这种基本上由量子力学算得的结果,很好地给出了  $\eta_c$  粒子内部强作用动力学中 长程作用部分的贡献. 其短程作用部分,则可利用量子色动力学(QCD)因子化定理,将微扰 DCD 算得的微扰修正项作为因子乘到(2)式上. 早已有人算出在  $O(\alpha_s)$  下的结果<sup>[2,7]</sup>.

$$\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma} = \Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}^B \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{\pi^2 - 20}{3} \right), \quad (3)$$

其中  $\alpha_s$  为 QCD 有效作用常数,  $\alpha_s(M_{\eta_c}^2) = 0.25$ .

2003-01-30 收稿

\* 河北省自然科学基金和华北电力大学青年科研基金资助

熟知求解束缚态问题属于非微扰,难以用量子场论处理,因此上述做法就一直沿用至今.

然而由于粲夸克偶素(如  $J/\psi, \eta_c$  等)都有质量大而寿命很长的特点,由测不准关系得知,它们在时-空中能存活的线度,特别是对于不涉及强子态产生的纯电磁衰变是足够大的.再考虑到 QCD 中的有效作用强度总与反应过程的特征时-空线度  $\frac{1}{q^2}$  ( $q^2$  为特征的不变动量转移量)成正比的性质,可以推断  $J/\psi, \eta_c$  等粒子内部粲组分夸克对之间的强作用主要属于软过程( $q^2$  很小)范畴,非微扰 QCD 作用应占主导地位.这就启发我们从非微扰量子场论角度提出在形式上与传统方案不同,而本质上却有相似处——均以满足  $S$  矩阵的么正性作为先决条件——另一种方案.即利用文献[3]中提出的最大非微扰强作用反应假说的结果(见方程(6))来讨论 QQ 的电磁衰变问题.

这个假说的提出来自高能强作用软过程振幅交换 Pomeron (IP)时的重要特性(即单由 IP 交换就渐进地饱和了么正性条件)<sup>[4]</sup>和 Landshoff 与 Nachtmann (L-N)关于 IP 结构的场论模型<sup>[5]</sup>的启发.后面将简述与  $Q\bar{Q}$  电磁衰变相关的这方面的物理内涵.

## 2 $\eta_c \rightarrow 2\gamma$ 的另一种描述程式

和通常方案一样,先不考虑微扰 QCD 修正,这样本文的方案就由图 2 给出.图中粗黑线、细黑线和螺旋线分别代表  $\eta_c$  中粲组分夸克  $Q$ 、流夸克  $Q_c$  和非微扰色八重态胶团  $G$ <sup>[5]</sup> 的传播子.本文也采用色单态近似,因此  $m = \frac{1}{2}(M_{\eta_c})$ ,且  $Q$  和  $\bar{Q}$  的传播子均在质壳上.与图 2 相应的振幅是

$$\begin{aligned}
 IM_{\eta_c} &= e_Q^2 F_c \sqrt{\frac{1}{8m^2}} \sqrt{\frac{1}{8m'^2}} M_{\eta_c}^2 g^2 D(q^2) (-1) \cdot \\
 & \text{Tr} \left\{ \left( -\frac{\not{p}}{2} + m \right) \gamma_3 \left( \frac{\not{p}}{2} + m \right) \gamma_\rho \left( \frac{\not{p}}{2} - \not{q} + m' \right) \cdot \right. \\
 & \left[ \not{\epsilon}_1 \frac{\frac{1}{2} \not{p} - \not{q} - \not{k}_1 + m'}{\left( \frac{1}{2} p - q - k_1 \right)^2 - m'^2} \not{\epsilon}_2 + \right. \\
 & \left. \left. \not{\epsilon}_2 \frac{\frac{1}{2} \not{p} - \not{q} - \not{k}_2 + m'}{\left( \frac{1}{2} p - q - k_2 \right)^2 - m'^2} \not{\epsilon}_1 \right] \right. \\
 & \left. \left( -\frac{\not{p}}{2} - \not{q} + m' \right) \gamma^\rho \right\}, \quad (4)
 \end{aligned}$$

其中  $m, m'$  分别是  $Q$  和  $Q_c$  的质量,  $g$  是  $QQ_c G$  顶点

的耦合常数,  $D(q^2)$  是  $G$  的传播子,有关的参量已由 Donnachie 和 Landshoff 在拟合高能软过程中定出<sup>[6]</sup>.但当应用到  $\eta_c$  衰变过程时应作相应的改动.(4)式中有关自旋投影算符的描述则与文献[1]所用的相同.

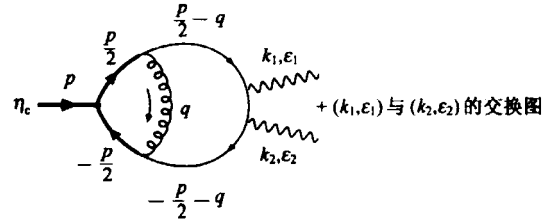


图 2 用本文提出的方案算  $\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}$  的图形

这里要指出,图 2 中的流夸克传播子也应取在它们的质量壳上,即  $\left(\frac{1}{2} p + q\right)^2$  和  $\left(-\frac{1}{2} p - q\right)^2$  都等于  $m'^2$  (因而不变动量转移值完全被固定,  $q^2 = m'^2 - m^2$ ).换一种说法就是:虽然图 2 是双圈图,但相应的  $IM_{\eta_c}$  表达式中却没有对圈图动量的积分.它的左半边的圈图由于用了色单态近似而不存在积分是明显的;但  $Q_c$  与  $\bar{Q}_c$  湮没成两光子的右半边圈图为什么也不存在积分就得较细致地说明原因.

熟知在讨论高能强子-强子散射总截面  $\sigma_T^{h-h}(s)$  的行为时,最合适的程式就是用振幅的 Regge 极点表象加由么正性条件导出的光学定理<sup>[4]</sup>.由大量实验归纳出的重要结果是,当系统的不变能量  $S$  非常大(例如  $\sqrt{S} \geq 10^2 \text{ GeV}$ )时,在小于 10% 的误差范围内存在普适的关系式,  $\sigma_T^{h-h}(s) \approx \sigma_T^{h-h}(s) = C^{h-h} (\log s)^2$ .从 Regge 极点项的贡献式得知,这清楚表明在这样一些高能强作用软过程中,单从交换 IP 这个非微扰的无色的带真空量子数的实体就可以饱和么正性条件,而其他的 Regge 极点项的贡献全都已趋于零.换言之,这时的 IP 交换项渐近地囊括了所有强-软作用要素,无需任何其他非微扰型的么正修正项.

用 Abel 型的 IP 场论模型和高能 Regge 极点唯象学 Landshoff 和 Nachmann 在文献[5,6]中证明了高能强子-强子小角度弹性散射振幅中,可将其中的 IP 交换式等效地(在 10% 误差范围内)演化为对碰的  $Q-Q(\bar{Q})$  之间的一对共轭色八重态胶团  $GG$  的交换反应.并且还解析地证明了可用图解式表述的  $Q-Q(\bar{Q})$  朝前弹性散射振幅的约化关系式,见图 3.

等式右边被切割的线均取质量壳值,因此可将它分开为两个独立的反应.认识到这点是很有意义的.

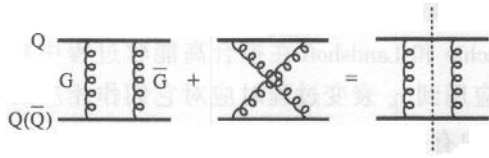


图 3 文献[5,6]中导出的  $Q-Q(\bar{Q})$  朝前弹性散射振幅的约化式

虽然 L-N 的 IP 场论模型在解释高能强作用软过程中取得了很大的成功,但在文献[3]中强调过,这个模型在实用中还有些缺点应该改进:

(1) 图 3 是 L-N 模型的关键环节.但它显得太“平常”,没有能突显出为什么单由 IP 交换(在这里就是  $G\bar{G}$  交换)就能饱和高能强子-强子散射中的么正性条件这一特点.

(2) 图 3 等式只有在严格的朝前散射 ( $q^2 = 0$ ) 时才正确.但实际上常用到  $0 \leq -q^2 \leq 1\text{GeV}^2$  的小角度强-软散射过程.这时图 3 等式不完全正确,表现在它与四动量守恒有轻微抵触.

针对这些要改进的缺点,在文献[3]中我们建议将图 3 中组分夸克  $Q$  的传播子改为相应的流夸克  $Q_c$  的传播子.可以证明类似图 3 的等式也成立,因而有图 4,这个等式的右边同样可以分开为两个独立的反应,它们是

$$Q + Q(\bar{Q}) \rightarrow Q_c + Q_c(\bar{Q}_c), \quad (5)$$

而图 4 出现的新顶点处对应的新反应是

$$Q \rightarrow Q_c + G, \quad \bar{Q} \rightarrow \bar{Q}_c + \bar{G}. \quad (6)$$

(6)式就是最大非微扰强作用反应,因为在高强软作用中,对单个组分夸克  $Q(\bar{Q})$  讲,再没有比(6)式能引出更强的反应了.这里的  $Q_c(\bar{Q}_c)$  是  $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$  中物理的粲流夸克场量.

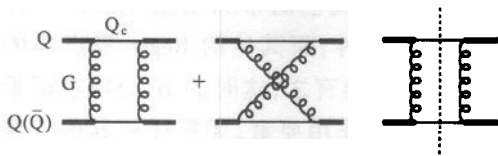


图 4 修改后的  $Q-Q(\bar{Q})$  弹性散射振幅约化式

虽然(5),(6)式是依据高能强软过程导出的,但可以预料在一般具有大的(如强子半径尺度)时-空标度的强作用反应中,仍然成立.当然顶点  $QQ_cG$  的数值和  $D(q^2)$  中的参数应有所变化.

正如本文引言中强调的,  $\eta_c$  的质量大而寿命长 ( $\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}$  非常小),其内部组分夸克间作用也应属于强-软作用型.因此我们尝试将表达式(5)嵌入到  $\eta_c$

的电磁衰变过程中,因而得到图 2 和相应振幅(4)式.这样它们中的  $Q_c(\bar{Q}_c)$  和  $Q(\bar{Q})$  一样,传播子都取各自的质量壳值,故不存在对圈图的四动量积分,同时立刻看出  $q^2 = m'^2 - m^2$ .

### 3 结果与讨论

经过计算,(4)式可化简为

$$IM_{\eta_c} = +2ie_0^2 F_c M_{\eta_c}^2 g^2 D(q^2)(2m - m') \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k_1^\mu \epsilon_1^\nu k_2^\rho \epsilon_2^\sigma \cdot \left[ \frac{1}{\left(\frac{1}{2}p - q - k_1\right)^2 - m'^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2}p - q - k_2\right)^2 - m'^2} \right] \quad (7)$$

取  $|IM_{\eta_c}|^2$  并对末态光子极化求和后算出

$$\sum_{\alpha_1, \alpha_2} |IM_{\eta_c}|^2 = 16e_0^4 F_c^2 M_{\eta_c}^4 [g^2 D(q^2)]^2 m^4 (2m - m')^2 \cdot \left[ \frac{1}{\left(\frac{1}{2}p - q - k_1\right)^2 - m'^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2}p - q - k_2\right)^2 - m'^2} \right]^2, \quad (8)$$

代入求衰变宽度的公式

$$\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}^B = \frac{1}{2M_{\eta_c}} \int \sum_{\alpha_1, \alpha_2} |IM_{\eta_c}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p - k_1 - k_2) \cdot \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2k_{10}} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2k_{20}}. \quad (9)$$

算出对相空间积分后,最终得出方案中的  $\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}^B$  是:

$$\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma} = \frac{1024}{27} \pi \alpha^2 [g^2 D(q^2)]^2 m^5 \left(2 - \frac{m'}{m}\right)^2 \left[ \left(\frac{m}{m'}\right)^2 + \frac{1}{2\sqrt{1 - \left(\frac{m'}{m}\right)^2}} \log \frac{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{m'}{m}\right)^2}}{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m'}{m}\right)^2}} \right]$$

$$= -A_{D-L} e^{q^2 / \mu_{D-L}^2},$$

单个强子内部组分夸克间的强作用, 相应的  $A_{\eta_c}$  的数值显然要小得多. 但注意到  $\eta_c$  质量大而寿命长, 其强作用具有软过程特征; 再从 (QQ) 系统量子数得知, 粲组分夸克对之间只可能交换无色或色八重态、带真空量子数的非微扰实体, 在这点上与讨论  $\sigma_T^{h-h'}(s)$  时相同. 可以设想 (11) 式中表示  $G$  的传播子对  $q^2$  的变化行为仍然有效, 且其中的  $\mu_{D-1}$  值可继续留用.

与传统方案中要将一、二个已知能态作为输入定出势  $V(r)$  中的参数类似, 这里则取  $J/\psi$  粒子总宽度  $\Gamma_{J/\psi}^{\text{Tot}}$  值作为输入定出  $g^2 D(q^2)$  中未知参数  $A_{\eta_c}$ . 为此, 用本文的方案计算出  $\Gamma_{J/\psi}^{\text{Tot}}$ , 如图 5.

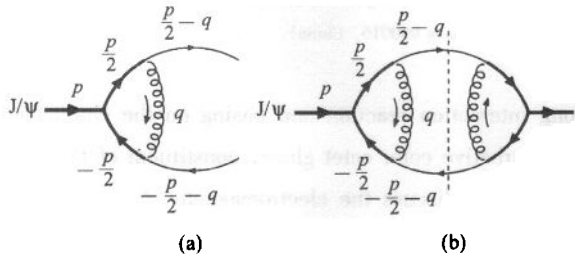


图 5 (a)  $J/\psi \rightarrow Q_c + \bar{Q}_c$  过程; (b) 对应  $\overline{\Sigma} |IM_{J/\psi}|^2$  的切割泡图

对应图 5(a) 的振幅  $IM_{J/\psi}$  是

$$IM_{J/\psi} = F_c \sqrt{\frac{1}{8m^2 8m'^2}} M_{J/\psi}^2 g^2 D(q^2) \cdot$$

$$\bar{u}_i \left( \frac{p}{2} - q \right) \gamma^\rho \left( \frac{\not{p}}{2} + m \right) \epsilon_j^\rho \left( \frac{\not{p}}{2} + m \right) \gamma_\rho v_s \left( -\frac{p}{2} - q \right), \quad (12)$$

其  $\overline{\Sigma} |IM_{J/\psi}|^2$  则对应图 5(b),

$$\overline{\Sigma}_{\alpha, \tau, \beta} |IM_{J/\psi}|^2 = F_c^2 \frac{M_{J/\psi}^4}{8m^2 8m'^2} [g^2 D(q^2)]^2 \cdot \frac{1}{3} \sum_{\alpha} \sum_{\tau, \beta}$$

$$\left| u_i \left( \frac{p}{2} - q \right) \gamma^\rho \left( \frac{\not{p}}{2} + m \right) \epsilon_j^\rho \left( \frac{\not{p}}{2} + m \right) \gamma_\rho v_s \left( -\frac{p}{2} - q \right) \right|^2 \quad (13)$$

注意到  $u, v$  均是流夸克  $Q_c (\bar{Q}_c)$  的 Dirac 旋量,

$$\sum_{\tau} u_i \left( \frac{p}{2} - q \right) \bar{u}_i \left( \frac{p}{2} - q \right) = \left( \frac{\not{p}}{2} - \not{q} + m' \right)$$

$\sum_{\beta} v_s \left( -\frac{p}{2} - q \right) \bar{v}_s \left( -\frac{p}{2} - q \right) = \left( -\frac{\not{p}}{2} - \not{q} + m' \right)$  后, 计算得出

$$\overline{\Sigma}_{\alpha, \tau, \beta} |IM_{J/\psi}|^2 = F_c^2 \frac{M_{J/\psi}^4}{8m^2 8m'^2} [g^2 D(q^2)]^2 \frac{256}{3} \left[ 1 - \left( \frac{m'}{m} \right)^2 \right] \quad (14)$$

代入  $\Gamma_{J/\psi}^{\text{Tot}}$  积分公式中得出 (取  $M_{J/\psi} = 2m$ )

$$\Gamma_{J/\psi}^{\text{Tot}} = \frac{2}{\pi} [g^2 D(q^2)]^2 m^5 \left( \frac{m}{m'} \right)^2 \left( 1 - \frac{m'^2}{m^2} \right) \left( 1 + \frac{m'^2}{4m^2} \right). \quad (15)$$

将  $\Gamma_{J/\psi}^{\text{Tot}}$  实验值  $\Gamma_{J/\psi}^{\text{Tot}} = 87 \pm 5 \text{keV}$ , 取  $m = 1.50 \text{GeV}$ ,  $m' = 1.40 \text{GeV}$ , 以及把  $g^2 D(q^2) = -A_{J/\psi} e^{-q^2/\mu_{D-1}^2}$  代入 (15) 式, 就可以算出  $A_{J/\psi}$  值. 在计算  $\eta_c \rightarrow 2\gamma$  过程中, 可以让  $A_{\eta_c} = A_{J/\psi}$ , 这样由 (10) 式算出方案中的  $\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}^B = 12 \text{keV}$ , 再和 (3) 式一样考虑到  $O(\alpha_s)$  的微扰 QCD 修正后得  $\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma} = \Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}^B \cdot \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \left( \frac{\pi^2 - 20}{3} \right) \right] = 8.8 \text{keV}$ , 计算中取  $\alpha_s (M_{\eta_c}^2) = 0.25$ ; 而当取  $m' = 1.35 \text{GeV}$  时,  $\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma} = \Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma}^B \cdot \left[ 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \left( \frac{\pi^2 - 20}{3} \right) \right] = 6.3 \text{keV}$  (文献中有关粲流夸克质量  $m'$  的取值的上下限为:  $m'_{\text{up}} = 1.4 \text{GeV}$ ,  $m'_{\text{low}} = 1.1 \text{GeV}$ <sup>[8]</sup>). 结果与实验值  $\Gamma_{\eta_c \rightarrow 2\gamma} = 7.4 \pm 1.4 \text{keV}$ <sup>[7]</sup> 是相洽的.

最后指出几点:

(1) 本文的与传统的方案均以满足么正性条件为前提. 这在讨论任何非微扰问题时都是重要的限定. 本文这里强调交换 IP 就饱和了么正性, 而传统方案中由 Schrödinger 方程求解本征值问题时要求其中的 Hamiltonian 具有厄米性,  $H = H^\dagger$  都是体现了这点.

(2) 相应于图 4 的最大非微扰强作用反应假说, 只是对原 L-N IP 模型中的图 3 做了最简单和最极端的修改, 也许更为符合实际情况的是图 4 中的组分夸克中应存在类夸克和类胶子的分布函数, 这样相应顶点处发射的非微扰色八重态胶团的组分是连续变化的, 但现今这方面知识太少了.

## 参考文献 (References)

- 1 Berger E I, Jones. Phys. Rev., 1981, **D23**:1521; Baier R, Rukel R. Z. Phys., 1983, **C19**:251
- 2 Barbieri R et al. Nucl. Phys., 1979, **B154**:535
- 3 PENG H A et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2002, **26**(7): 658 (in Chinese); PENG H A, Xu J S. Eur. Phys. J., 1999, **C17**: 87; Chin. Phys. Lett., 2000, **17**:868
- 4 Collions P D B. An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics, Cambridge University Press. Cambridge, 1977
- 5 Landshoff P V, Nachtmann O. Z. Phys., 1987, **C35**:405
- 6 Donnachie A, Landshoff P V. Phys. Lett., 1988, **B207**:319
- 7 Fabians N, Pancheri G. Eur. Phys. J., 2002, **C25**:421
- 8 de Oca A C, Madrajo M R. Eur. Phys. J., 2002, **C23**:289

Two Photon Width of  $\eta_c$ PENG Hong-An<sup>1</sup> YAN Zhan-Yuan<sup>2</sup> DUAN Chun-Gui<sup>3</sup><sup>1</sup>(School of Physics, Peking University, Beijing 10087, China)<sup>2</sup>(Department of Applied Physics, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)<sup>3</sup>(Department of Physics, Hebei Teachers' University, Shijiazhuang 050016, China)

**Abstract** Using the hypothesis of maximum non-perturbative strong interaction reaction and basing on the character of none unitarity corrections in the amplitude for exchanging the non-perturbative color octet gluon, constituent of Pomeron, in strong-soft interaction processes, we proposed an alternative approach to discuss the electromagnetic decay of  $\eta_c$  into two photons.

**Key words** Pomeron, non-perturbation, electromagnetic decay