

# 用修正的擦碎模型研究碎裂反应的同位素分布\*

钟晨 方德清 蔡翔舟 沈文庆 张虎勇 魏义彬 马余刚

(中国科学院上海原子核研究所 上海 201800)

**摘要** 对统计擦碎模型(SAA)的计算方法进行修正和优化,并引入参数化的介质中核子-核子碰撞截面和核物质密度分布弥散度,可很好符合从中能到高能下碎裂反应产生同位素分布的实验截面,并能计算和拟合远离峰位、很低截面的同位素分布。

**关键词** 同位素分布 统计擦碎模型 重离子碎裂反应

## 1 引言

加速器和探测器技术的迅猛发展使得加速远离 $\beta$ 稳定线的放射性束流(Radioactive Ion Beam)成为可能,通过对高同位旋核的反应机制和结构特性的研究发现了一系列新现象<sup>[1-6]</sup>,如奇异核的晕(皮)结构、超形变和巨超形变核、软模式巨共振现象等,显示出基于 $\beta$ 稳定线附近核建立的传统核理论模型所给出的核饱和性、不可压缩性、幻数、深束缚能级结构、束缚态与连续态的分离等基本性质并不能很好地描述远离 $\beta$ 稳定线的核。因此了解极端条件下的核反应机制和相互作用对于完善现有的核理论模型并深化对核本身的认识具有重要意义。发展多品种、高流强和高品质的放射性核束技术,特别是产生远离 $\beta$ 稳定线的次级束,是开展这一领域研究必不可少的条件,而利用中、高能重离子碎裂反应是产生放射性次级束的重要方法之一,因此发展合适的理论模型,研究放射性核束产生机理和精确计算中、高能重离子核反应产生同位素分布具有现实意义。

在 GSI/FRS 束流工厂,实验测得 1 GeV/u 下  $^{40}\text{Ar}$  轰击  $^9\text{Be}$  靶碎裂反应产生的同位素分布<sup>[7]</sup>,其丰中子侧最低截面达  $10^{-8}$  mb。现有理论无法很好拟合这些实验数据,而单纯用经验公式修改参数后去拟合实验数据其物理基础又较为薄弱<sup>[8,9]</sup>。方德清等基于 T. Brohm 等人的统计擦碎模型(Statistical Abrasion Model)<sup>[10]</sup>,考虑介质中的核子-核子碰撞截面和核

物质密度分布弥散度<sup>[11]</sup>的影响后,能拟合中能重离子碎裂反应产生的同位素分布<sup>[12,13]</sup>,但该模型没有被应用于高能实验数据,特别是由于模型方法的问题无法计算  $10^{-4}$  mb 以下的截面。本文对 SAA 模型的计算方法进行修正,并将程序优化算法后对中、高能下重离子碎裂反应产生的同位素分布进行了研究,结果表明修正的 SAA 模型能很好地同时拟合从中能到高能下碎裂反应的实验数据,并能将同位素分布截面的计算范围从原有的 3 个量级推到 10 个量级,能拟合滴线核附近很低截面的实验数据。

## 2 计算方法和模型

在把两核碰撞用宏观几何擦碎模型来描述,把原子核看作是刚性的球体硬核,而碰撞时几何地擦去交叠部分,几何擦碎模型采用平均密度分布,不区分核内的中子和质子,对于碰撞后激发能的处理也较为粗糙。这只能宏观地描述反应过程一些基本属性,而忽略了众多的微观细节,显然无法较好地描述核反应过程。由于核反应是大量的随机事件,而每个原子核又都是多粒子系统,所以还必须考虑其统计性。T. Brohm 等人在此基础上提出了统计擦碎模型(SAA)<sup>[10]</sup>,方德清等人<sup>[13]</sup>对 SAA 模型进行了修正,区分中子和质子的密度分布,引入新的介质中核子-核子碰撞截面和核物质密度分布同位旋依赖性对重叠区的核子-核子碰撞作完全统计的处理,

2002-01-06 收稿

\* 国家重点基础研究发展规划项目(G2000077402)资助

可以很好地拟合中能下从轻到重不同质量炮弹引起的重离子碎裂反应产生的同位素分布.

SAA 模型把炮弹与靶核都看作由沿束流方向的许多平行细管组成,忽略细管与细管间的横向移动,则核子-核子碰撞过程也就是一对对相互作用的平行细管相互擦去的过程.对于炮弹包含  $A_i = N_i + Z_i$  个核子的细管  $i$  中,类型为  $k$  的入射核子穿过靶核细管  $j$  是一个  $N_i$  重伯努利实验(对于中子)或  $Z_i$  重伯努利实验(对于质子).所以擦去的中子数  $\Delta N_i$  及擦去的质子数  $\Delta Z_i$  分别满足各自的二项式分布,二项式分布的参数由入射核子数和透射率  $t_{i,j}$  决定.而擦去总的中子数和质子数将是许多具有不同参数的二项式分布的叠加.炮弹平均擦去的核子数可表示为

$$\langle \Delta A \rangle = \sum_{i,j} [N_i(1 - t_{j,n}) + Z_i(1 - t_{j,p})] = \langle \Delta N \rangle + \langle \Delta Z \rangle, \quad (1)$$

当碰撞参数  $b$  一定时,在无穷小极限下透射率可表示为

$$t_k(s - b) = \exp\{-[D_n^T(s - b)\sigma_{n,k} + D_p^T(s - b)\sigma_{p,k}]\}, \quad (2)$$

其中  $D_n^T$  和  $D_p^T$  是靶核沿束流方向的核物质密度分布,并且分别满足各自的归一化条件:  $\int d^2s D_n^T = N^T$  和  $\int d^2s D_p^T = Z^T$  平均擦去核子数为

$$\langle \Delta A(b) \rangle = \int d^2s D_n^T(s)[1 - t_n(s - b)] + \int d^2s D_p^T(s)[1 - t_p(s - b)], \quad (3)$$

沿束流方向垂直的平面上进行积分,可得二阶矩:

$$\langle (\Delta A(b) - \langle \Delta A(b) \rangle)^2 \rangle = \int d^2s D_n^T(s)[1 - t_n(s - b)]t_n(s - b) + \int d^2s D_p^T(s)[1 - t_p(s - b)]t_p(s - b), \quad (4)$$

用相似的过程可计算高阶矩,由此可得在确定的碰撞参数  $b$  下,擦去的总中子数和质子数的几率分布  $P(\Delta N)$  和  $P(\Delta Z)$ .因而中子数为  $N$ 、质子数为  $Z$  的类弹初级碎块的产生截面可由下式计算:

$$\sigma(N, Z) = \int db P(N^p - N, b) P(Z^p - Z, b). \quad (5)$$

我们引入参数化介质中的核子-核子碰撞截面<sup>[14]</sup>

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{nn} &= (13.73 - 15.04\beta^{-1} + 8.76\beta^{-2} + 68.67\beta^4) \\ &\quad \frac{1.0 + 7.772E_{lab}^{0.06}\rho^{1.48}}{1.0 + 18.01\rho^{1.90}}, \\ \sigma_{pp} &= \sigma_{nn}, \\ \sigma_{np} &= (-70.67 - 18.18\beta^{-1} + 25.26\beta^{-2} - 113.85\beta) \\ &\quad \frac{1.0 + 20.88E_{lab}^{0.04}\rho^{2.02}}{1.0 + 35.86\rho^{1.90}}. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$\beta = \sqrt{1.0 - \frac{1.0}{\gamma^2}}, \quad \gamma = \frac{E_{lab}}{931.5} + 1.0,$$

这里  $E_{lab}$  为炮弹在实验室系中每核子的入射能;  $\rho$  为核物质密度,单位为  $\text{fm}^{-3}$ ,它介于  $0-2\rho_0$  之间;  $\sigma_{nn}(\sigma_{pp})$  为中子-中子(质子-质子)碰撞截面,  $\sigma_{np}$  为中子-质子碰撞截面.公式(6)对介质中的核子-核子碰撞截面的表述分为两个部分,前半部分描述自由空间中的核子-核子碰撞截面;后半部分反映了在介质中截面随入射能和核物质密度的变化关系.从公式中可以看出,介质效应的引入导致了截面的下降,它在整个中能区都有重要的影响,随着能量的提高虽然有所减弱,但依然存在.

核反应的模拟有其固定的算法,其中关键的一个步骤就是碰撞参数的选取,一般首先确定碰撞参数的分布.对于球形核的束流和薄靶而言,炮弹和靶核间碰撞的事件数和碰撞参数的大小成正比也就是服从三角分布.以前对此处理的方法是采用 Monte Carlo 方法,根据待求问题的变化规律人为地构造一个合适的概率模型,依照该模型进行大量的统计实验,使它的某些统计参量正好是待求问题的解.

原统计擦碎模型程序中对碰撞参数  $b$  采取的是 Ven Neumann 的舍选抽样法,但是在抽样范围变化很大时该方法的效率是很低的.因为大量均匀分布的点被舍弃了,所以耗费了大量计算时间来产生伪随机数,这直接导致了原有的程序只能计算到 3 个量级的同位素分布而无法计算更低的截面.

在核反应过程模拟中,对于每一个碰撞参数下的碰撞过程被认为是相互独立的,而这些碰撞过程的顺序并不重要.因此,可以用均匀分布的碰撞参数来代替抽样选取的碰撞参数.具体做法是在  $0-b_{\max}$  区间内均分成  $index$  份,相应步长为  $\frac{b_{\max}}{index}$ ,于是只要选取  $0-index$  之间的整数  $i$  即可,相应于  $i$  的事件数为  $Event = k \times i$  (其中  $k$  为常数),总事件数为  $Sum = \sum_i Event(i)$ .对给定  $i$ ,由模型可知,擦去的

核子数服从二项式分布  $Bino_n(n)$  和  $Bino_p(p)$ , 可用解析方法计算出擦去中子、质子的分布而不用抽样来判断核子是否被擦去, 仅花费较少计算时间就能计算很低的同位素产生截面. 经典理论认为一个炮弹与一个靶核反应只产生一个碎片, 而本文认为是产生一个归一的碎裂产物分布, 而各个碎片的产生几率不同而已. 对于产生丰中子、丰质子碎裂产物的几率虽然很小, 但每次单个的核碰撞事件都用解析方法计算出了其分布. 对碎片进行叠加、求和可得蒸发前碎片分布

$$P_{\text{prefragment}}(n, p) = \sum Bino_n(N - n) Bino_p(P - p), \quad (7)$$

其中  $N, P$  分别为炮弹的中子数和质子数.

在高激发能时, 碰撞过程涉及到非常大的自由度, 主宰不同衰变道的几率主要是统计权重, 而不是过程的细节动力学. 在计算激发能时, 根据费米气体理论, 模型认为擦去一个核子平均将会产生 13.3 MeV 的激发能, 用  $A_{\text{abr}}$  表示擦去的核子数, 则碎块的激发能可以简化为

$$E^* = 13.3 A_{\text{abr}} (\text{MeV}), \quad (8)$$

经过蒸发处理后可得同位素分布.

### 3 计算结果

我们用上述修正的统计擦碎模型研究了一些实验碎裂反应产物的同位素分布. 图 1 是 A. Ozawa 等获取的 1 GeV/u 下  $^{40}\text{Ar}$  轰击  $^9\text{Be}$  靶的实验结果<sup>[7]</sup> 和修正的统计擦碎模型计算结果. 图 2 是和 790 MeV/u 下  $^{129}\text{Xe}$  轰击  $^{27}\text{Al}$  靶的实验结果<sup>[15]</sup> 和相应的理论计算. 图 3 是 213 MeV/u 下  $^{40}\text{Ar}$  轰击  $^{12}\text{C}$  的实验结果<sup>[16]</sup> 和理论计算.

结果表明对于 1 GeV/u 的实验, 修正的统计擦碎模型的计算结果与实验数据能很好的吻合, 比 EPAX I 经验公式拟合的要好, 但不如 EPAX II 拟合的好. 其中 EPAX I 是根据大量实验数据的拟合导出的参数化公式<sup>[8]</sup>, 最近由于新的实验数据的出现, 作者修正了参数化公式及其拟合系数导出了新的参数化公式 EPAX II<sup>[9]</sup>, 由于 EPAX 是可调参数的经验公式所以与实验数据吻合较好是可以理解的.

对 790 MeV/u 下  $^{129}\text{Xe}$  轰击  $^{27}\text{Al}$  靶是修正的统计擦碎模型计算结果和实验数据吻合最好的一个系统. 这可能由于炮弹与靶核都是较重的核子, 所以其统计性相当好.

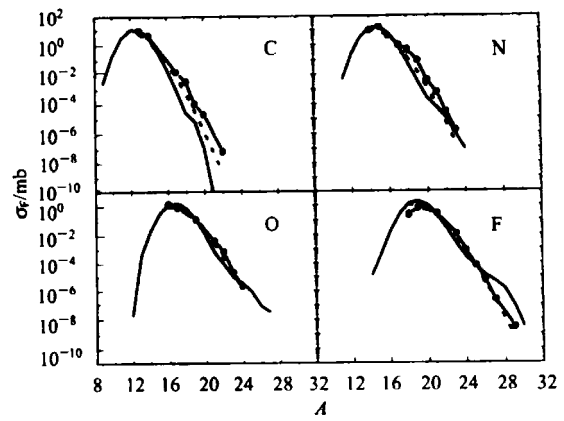


图 1 1 GeV/u 下  $^{40}\text{Ar}$  轰击  $^9\text{Be}$  靶产生的同位素分布的理论计算和实验数据  
 • 实验数据, - - - 参数化公式 EPAX II 的计算结果.  
 — 本工作计算结果.

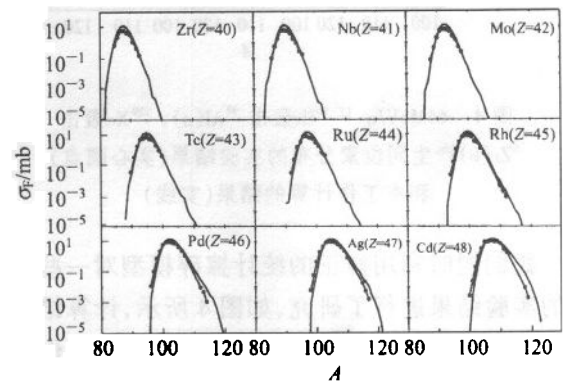


图 2 790 MeV/u 下  $^{129}\text{Xe}$  轰击  $^{27}\text{Al}$  靶产生同位素分布的实验结果 (实心圆点) 和本工作的计算结果 (实线)

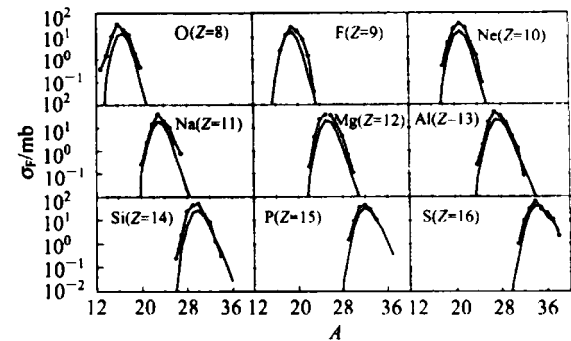


图 3 213 MeV/u 下  $^{40}\text{Ar}$  轰击  $^{12}\text{C}$  产生同位素分布的实验结果 (实心圆点) 和本工作计算的结果 (实线)

对 213 MeV/u 下  $^{40}\text{Ar}$  轰击  $^{12}\text{C}$  实验, 总体来说理论计算对同位素分布的峰位可以很好的拟合, 但对峰值的拟合有一个系统的下移. 原因可能是在这个能区, 反应机制较为复杂, 核与核之间的相互作用由平均场占优势向核子-核子碰撞占优势过渡, 两种

机制都起作用,所以单纯用擦碎模型无法很好地描述这几种机制间的竞争.

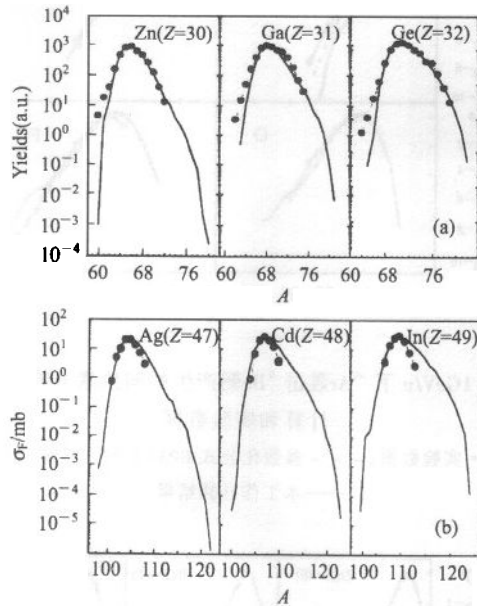


图 4 44MeV/u 下  $^{86}\text{Kr}$  轰击  $^{27}\text{Al}$ (a),  $^{129}\text{Xe}$  轰击  $^{79}\text{Zr}$ (b) 产生同位素分布的实验结果(实心圆点)和本工作计算的结果(实线)

我们同时利用修正的统计擦碎模型对一些中能下的实验结果进行了研究,如图 4 所示,计算结果能较好地拟合实验结果,并与方德清等人的工作是一

致的<sup>[13]</sup>,但原来计算只达 3 个量级,而本工作可计算到很低的截面,可达 10 个量级甚至更高,这对于预言极丰中子侧和极丰质子侧同位素分布产生有重要的意义.

## 4 结论

本工作对统计擦碎模型进行了修正,改变了计算方法,使其可以比较成功地同时描述中、高能下核反应产生的同位素分布,对同位素分布的计算能力从 3 个量级推高到 10 个量级,甚至更高,这对于研究远离稳定线的核素的产生是非常重要的.不足之处是在能量为几十 MeV/u 或 200MeV/u 左右的情况下,计算结果对实验结果的拟合不是很理想,可以作进一步的研究.今后工作,首先可以考虑碰撞参数  $b$  的选取范围,因为擦碎模型只能很好的描述周边反应,对于碰撞参数  $b$  接近 0 的对心碰撞其反应机制无法用擦碎模型描述,可适当截断碰撞参数  $b$ ,引入对心碰撞的模型修正截断部分;其次模型中把炮弹与靶核都作为球形核处理分解为众多细管,可适当考虑把炮弹和靶核作为变形核处理;另外还可以发展用 BUU 等运输模型来计算同位素分布的方法,同上述统计擦碎模型的结果进行比较.

## 参考文献 (References)

- 1 Tanihata I, Hamagaki H, Hashimoto O et al. Phys. Rev. Lett., 1985, **55**(24):2676—2679
- 2 Tanihata I, Kobayashi T, Yamakawa O et al. Phys. Lett., 1988, **B206**:592—596
- 3 Warner R E, Kelley J H, Zecher P et al. Phys. Rev., 1995, **C52**(3):1166—1170
- 4 Chulkov L, Kraus G, Bochkarev O et al. Nucl. Phys., 1996, **A603**:219—237
- 5 Kobayashi T, Shimoura S, Tanihata I et al. Phys. Lett., 1989, **B232**:51—55
- 6 Kobayashi T, Nucl. Phys., 1992, **A538**:343c—352c
- 7 Ozawa A et al. Nucl. Phys., 2000, **A673**:411—422
- 8 Suemmerer K et al. Phys. Rev., 1999, **C42**:2546
- 9 Suemmerer K, Blank B. Phys. Rev., 2000, **C61**:034607
- 10 Brohm T, Schmidt K H. Nucl. Phys., 1994, **A569**:821
- 11 FENG J, SHEN W Q et al. Phys. Rev., 1994, **C50**:2420
- 12 FANG D Q, FENG J et al. Phys. Rev., 2000, **C61**(044610):1
- 13 FANG D Q, FENG J et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1999, **23**(5):475(in Chinese)  
(方德清,冯军等.高能物理与核物理,1999,23(5):475)
- 14 CAI X Z, FENG J, SHEN W Q et al. Phys. Rev., 1998, **C58**:572
- 15 Reinhold J, Friese J et al. Phys. Rev., 1998, **C58**(1):247
- 16 Viyogi Y P, Symons T J M et al. Phys. Rev. Lett., 1979, **42**(1):33

## Study on Isotopic Distribution Produced by Nucleus-Nucleus Collisions with Modified SAA Model \*

ZHONG Chen FANG De-Qing CAI Xiang-Zhou SHEN Wen-Qing  
ZHANG Hu-Yong WEI Yi-Bin MA Yu-Gang  
(Shanghai Institute of Nuclear Research, CAS, Shanghai 201800, China)

**Abstract** Base on Brohm's Statistic-Ablation-Abrasion (SAA) model, the modified SAA model was developed via introducing the isospin dependence of nucleon distribution in nucleus and parameterized formulas for nucleon-nucleon cross section in nuclear matter. It can simulate well the isotopic distribution at both high and intermediate energies. By the improvement of computational method, the range of calculation of isotopic distribution can be increased from three order magnitude to eight order magnitude (even higher). It can reproduce experimental data and predict the isotopic distribution for very far from stability line which is very important from experimental viewpoint.

**Key words** isotopic distribution, Statistical Ablation-Abrasion (SAA) model, heavy ion fragmented reaction

---

Received 6 January 2002

\* Supported by Major State Basic Research Development Program (G2000077404)