

# $q$ 变形非简谐振子奇偶广义相干态的高阶压缩效应及反聚束效应

汪仲清<sup>1)</sup>

(石油大学应用物理系 东营 257061)

**摘要** 研究了  $q$  变形非简谐振子奇偶广义相干态的高阶压缩效应和反聚束效应, 并就  $q$  变量 $[\chi]$  的两种不同表示情况进行了讨论. 数值计算结果表明,  $q$  变形非简谐振子奇偶广义相干态均可呈现奇次方阶压缩效应和反聚束效应, 这与谐振子情况的光学统计特性是不同的.

**关键词**  $q$  变形 非简谐振子 广义相干态 高阶压缩效应 反聚束效应

## 1 引言

Schrödinger<sup>[1]</sup> 在 1926 年首先引入了相干态的概念, Glauber<sup>[2]</sup> 于 1963 年对谐振子相干态进行了系统地研究, 1979 年 Nieto 等<sup>[3]</sup> 把相干态的概念推广到了其它势场中. 目前相干态理论及其应用研究已成为物理学研究的一个重要领域. 我们知道, 单模电磁场可等效于一个标准的辐射谐振子, 而相干态是单模电磁场光子湮没算符的本征态. 然而, 由于许多实际的物理问题是偏离谐振子模型的, 因此对非谐振子系统进行详细研究会更具有实际意义. 近年来, 李群和李代数的量子变形引起了人们的普遍兴趣<sup>[4,5]</sup>, 作为物理理论的一个基本模型, 简谐振子代数的  $q$  变形已经得到了较为广泛的研究<sup>[6-8]</sup>, 并且发现  $q$  变形后的相干态及其叠加态具有一些新的重要物理性质.

最近, 除子驳<sup>[9]</sup> 将  $q$  变形的概念推广到非简谐振子模型中, 由此得到  $q$  变形的非简谐振子广义相干态, 并且研究了这些状态的过完备性和  $q$  参数对  $q$  变形非简谐振子奇偶广义相干态中自然算符压缩率的影响. 本文在文献[9]工作的基础上研究  $q$  变形非简谐振子奇偶广义相干态的高阶压缩效应和反聚束效应, 并用数值计算给出  $q$  变数对它们的影响.

## 2 $q$ 变形非简谐振子奇偶广义相干态

非简谐振子 Hamilton 量的无量纲形式为<sup>[10]</sup>

2001-02-19 收稿

1) E-mail: zqwang@mail. hdpu. edu. cn

$$H = -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} x^2 + \frac{A}{2x^2}, \quad A > 0,$$

式中已取自然单位  $m = \hbar = \omega = 1$ . 引入与(1)式相应的自然坐标  $X$  和自然动量算符  $P^3$

$$X = x^2 - H, P = \frac{1}{2i} \left( x \frac{d}{dx} + \frac{d}{dx} x \right), \quad (2)$$

与之对应的湮没算符  $b^-$  和产生算符  $b^+$  为

$$b^\pm = \frac{1}{2} (X \mp iP),$$

它们满足对易关系:  $[H, b^\pm] = \pm 2b^\pm, [b^-, b^+] = H,$

此即为非简谐振子代数的基本公式. 如果引入粒子数算符

$$N = \frac{1}{2} H - k,$$

式中  $k = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{2A + \frac{1}{4}} \right)$ , 以及

$$b^+ b^- = N(N + 2k - 1), b^- b^+ = (N + 1)(N + 2k), \quad (6)$$

则有:  $[N, b^-] = -b^-, [N, b^+] = b^+,$  (7)

$$[b^-, b^+] = (N + 1)(N + 2k) - N(N + 2k - 1) = 2N + 2k. \quad (8)$$

按照文献[9], 定义  $q$  变形非简谐振子代数的产生、湮没算符  $b_q^\pm$

$$b_q^- = b^- \varphi(N) = \varphi(N + 1) b^-, \quad (9)$$

$$b_q^+ = \varphi(N) b^+ = b^+ \varphi(N + 1), \quad (10)$$

其中变换算符

$$\varphi(N) = \sqrt{\frac{[N][N + 2k - 1]}{N(N + 2k - 1)}}, \quad (11)$$

式中  $[\chi]$  取为  $[\chi] = (q^\chi - 1)/(q - 1)$  或  $[\chi] = (q^\chi - q^{-\chi})/(q - q^{-1})$ , 并且  $q \in [0, 1]$ , 则有

$$b_q^+ b_q^- = [N][N + 2k - 1], \quad b_q^- b_q^+ = [N + 1][N + 2k], \quad (12)$$

$$[N, b_q^-] = -b_q^-, \quad [N, b_q^+] = b_q^+. \quad (13)$$

如果  $q$  变量取  $[\chi] = (q^\chi - 1)/(q - 1)$ , 则有对易关系

$$b_q^- b_q^+ - q b_q^+ b_q^- = [2N + 2k]. \quad (14)$$

如果  $q$  变量取  $[\chi] = (q^\chi - q^{-\chi})/(q - q^{-1})$ , 则有对易关系

$$[b_q^-, b_q^+] = b_q^- b_q^+ - b_q^+ b_q^- = [2N + 2k]. \quad (15)$$

$q$  变形非简谐振子粒子数算符  $N$  和湮没算符  $b_q^-$  以及产生算符  $b_q^+$  作用于其能量本征态  $|n\rangle_q (n = 0, 1, 2, \dots)$ , 可以得到

$$N|n\rangle_q = n|n\rangle_q, \quad (16)$$

$$b_q^- |n\rangle_q = \sqrt{[n][n + 2k - 1]} |n - 1\rangle_q, \quad (17)$$

$$b_q^+ |n\rangle_q = \sqrt{[n + 1][n + 2k]} |n + 1\rangle_q, \quad (18)$$

其中

$$|n\rangle_q = \frac{(b_q^+)^n}{\sqrt{[n]![2k]_n}} |0\rangle_q, \quad (19)$$

满足正交归一化条件. 式中  $[n]! = [n][n-1]\cdots[2][1]$ ,  $[x]_n = [x][x+1]\cdots[x+n-1]$ , 并且规定  $[0]! = 1$ ,  $[x]_0 = 1$ , 则  $|n\rangle_q$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) 构成一个完备的 Hilbert 空间.  $q$  变形非简谐振子广义相干态是  $q$  变形非简谐振子湮没算符的本征态

$$b_q^- |\beta\rangle_q = \beta |\beta\rangle_q, \quad (20)$$

可以解出  $|\beta\rangle_q$  为

$$|\beta\rangle_q = [F_q(|\beta|^2)]^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n}{\sqrt{[n]![2k]_n}} |n\rangle_q, \quad (21)$$

上式中若令  $x = |\beta|^2$  (对应  $q$  变形广义相干态中非简谐振子强度), 则可由归一化条件得

$$F_q(|\beta|^2) = F_q(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{[n]![2k]_n}. \quad (22)$$

当  $q \in [0, 1]$  时, 如果取  $[\chi] = (q^x - 1)/(q - 1)$ , 则  $F_q(x)$  的收敛半径为  $R = 1/(1 - q)^2$ ; 如果取  $[\chi] = (q^x - q^{-x})/(q - q^{-1})$ , 则  $F_q(x)$  的收敛半径是  $\infty$ .  $q$  变形非简谐振子奇偶广义相干态可定义为

$$|\beta\rangle_q^o = [F_{q,o}(|\beta|^2)]^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\beta)^{2n+1}}{\sqrt{[2n+1]![2k]_{2n+1}}} |2n+1\rangle_q, \quad (23)$$

$$|\beta\rangle_q^e = [F_{q,e}(|\beta|^2)]^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\beta)^{2n}}{\sqrt{[2n]![2k]_{2n}}} |2n\rangle_q, \quad (24)$$

它们是  $q$  变形非简谐振子湮没算符平方的本征态, 式中

$$F_{q,o}(x) = \frac{1}{2} [F_q(x) - F_q(-x)] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{[2n+1]![2k]_{2n+1}}, \quad (25)$$

$$F_{q,e}(x) = \frac{1}{2} [F_q(x) + F_q(-x)] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{[2n]![2k]_{2n}}. \quad (26)$$

对于确定的  $q$  值和  $A$  值, 随着  $x$  值的变化, 可以有  $F_{q,o} > F_{q,e}$ , 也可以存在  $F_{q,o} < F_{q,e}$ , 后面的数值计算将证实这一点. 由 (17) 式和 (23), (24) 式可以得到

$$b_q^- |\beta\rangle_q^o = \beta \sqrt{\frac{F_{q,e}}{F_{q,o}}} |\beta\rangle_q^e, \quad b_q^- |\beta\rangle_q^e = \beta \sqrt{\frac{F_{q,o}}{F_{q,e}}} |\beta\rangle_q^o, \quad (27)$$

很容易进一步推知

$$(b_q^-)^M |\beta\rangle_q^o = \begin{cases} \beta^M |\beta\rangle_q^o, & (M = 2n, n = 1, 2, 3, \dots), \\ \beta^M \sqrt{\frac{F_{q,e}}{F_{q,o}}} |\beta\rangle_q^e, & (M = 2n + 1, n = 0, 1, 2, \dots), \end{cases} \quad (28)$$

$$(b_q^-)^M |\beta\rangle_q^e = \begin{cases} \beta^M |\beta\rangle_q^e, & (M = 2n, n = 1, 2, 3, \dots), \\ \beta^M \sqrt{\frac{F_{q,o}}{F_{q,e}}} |\beta\rangle_q^o, & (M = 2n + 1, n = 0, 1, 2, \dots). \end{cases} \quad (29)$$

### 3 $q$ 变形非简谐振子奇偶广义相干态的高阶压缩效应

类似于文献 [11], 定义两个厄密算符

$$V_1 = [(b_q^+)^M + (b_q^-)^M]/2, \quad V_2 = i[(b_q^+)^M - (b_q^-)^M]/2, \quad (30)$$

它们分别表示  $q$  变形非简谐振子光场复振幅  $M$  次幂的实部和虚部, 并满足如下的对易关系和不确定关系

$$[V_1, V_2] = i[(b_q^-)^M, (b_q^+)^M]/2, \quad (31)$$

$$\Delta V_1^2 \cdot \Delta V_2^2 \geq \frac{1}{16} |\langle [(b_q^-)^M, (b_q^+)^M] \rangle|^2$$

如果存在不等式

$$\langle \Delta V_i^2 \rangle - \frac{1}{4} \langle [(b_q^-)^M, (b_q^+)^M] \rangle < 0, \quad i = 1, 2,$$

则称  $q$  变形非简谐振子光场存在振幅的  $M$  次方压缩效应

令  $\beta = \rho e^{i\theta}$ , 应用(28)和(29)式可以得到

$$\begin{aligned} & {}_q \langle \beta | \Delta V_{1,2}^2 | \beta \rangle_q - \frac{1}{4} {}_q \langle \beta | [(b_q^-)^M, (b_q^+)^M] | \beta \rangle_q = \\ & \begin{cases} 0, & (M = 2n, n = 1, 2, 3, \dots), \\ \frac{1}{2} \rho^{2M} (\pm \cos 2M\theta + F_{q,e}/F_{q,o}), & (M = 2n + 1, n = 0, 1, 2, \dots), \end{cases} \\ & {}_q \langle \beta | \Delta V_{1,2}^2 | \beta \rangle_q - \frac{1}{4} {}_q \langle \beta | [(b_q^-)^M, (b_q^+)^M] | \beta \rangle_q = \\ & \begin{cases} 0, & (M = 2n, n = 1, 2, 3, \dots), \\ \frac{1}{2} \rho^{2M} (\pm \cos 2M\theta + F_{q,o}/F_{q,e}), & (M = 2n + 1, n = 0, 1, 2, \dots). \end{cases} \end{aligned} \quad (35)$$

由(34)和(35)式可见,  $q$  变形非简谐振子不存在偶次方( $M$  为偶数)压缩效应. 由于  $-1 \leq \cos 2M\theta \leq 1$ , 则  $q$  变形非简谐振子的高阶压缩效应由  $F_{q,e}$  与  $F_{q,o}$  的比值来确定. 若  $F_{q,e}/F_{q,o} < -\cos 2M\theta$  (或  $F_{q,o}/F_{q,e} < -\cos 2M\theta$ ), 则奇(或偶)相干态在  $V_1$  分量方向上呈现奇次方( $M$  为奇数)压缩效应; 同样, 若  $F_{q,e}/F_{q,o} < \cos 2M\theta$  (或  $F_{q,o}/F_{q,e} < \cos 2M\theta$ ), 则奇(或偶)相干态在  $V_2$  分量方向上呈现奇次方压缩效应. 特别地, 如果  $\theta = \theta_m = \frac{m}{M}\pi$ , 或  $\theta = \theta'_m = \frac{2m+1}{2M}\pi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ), 则  $\cos 2M\theta = \pm 1$ , 只要  $F_{q,e}/F_{q,o} < 1$  (或  $F_{q,o}/F_{q,e} < 1$ ), 则奇(偶)相干态便可分别在  $V_2$  或  $V_1$  分量方向上呈现奇次方( $M$  为奇数)压缩效应. 图 1 和图

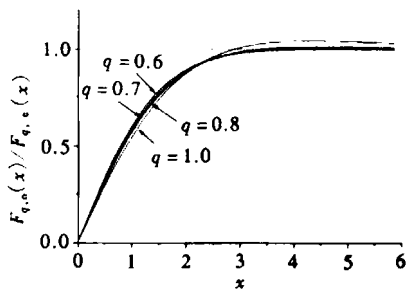


图 1  $q$  变量取  $[\chi] = (q^x - 1)/(q - 1)$  时, 函数  $F_{q,o}(x)/F_{q,e}(x)$  随  $x$  的变化

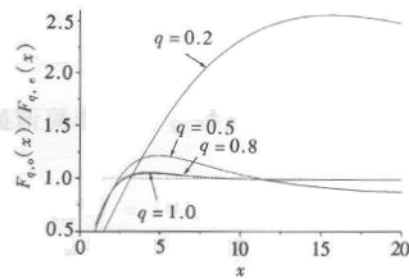


图 2  $q$  变量取  $[\chi] = (q^x - q^{-x})/(q - q^{-1})$  时, 函数  $F_{q,o}(x)/F_{q,e}(x)$  随  $x$  的变化

2 是用数值计算方法给出的当  $q$  取不同值时(考虑到(1)式中非谐振项一般比较小,取  $A = 0.1$  加以计算)函数  $F_{q,o}(x)/F_{q,e}(x)$  随  $x = \rho^2$  的变化规律.

通常谐振子的偶相干态可以存在任意奇次方阶压缩,而奇相干态不会存在压缩效应.图 1 是  $q$  变量取  $[\chi] = (q^x - 1)/(q - 1)$  ( $q = 1.0, 0.8, 0.7, 0.6$ ) 的情况下,  $F_{q,o}/F_{q,e}$  在精度为  $10^{-10}$  范围内的计算结果. 当  $x = 5.84$  时,在计算机的容量范围内就不能继续往下计算,即出现了“发散”,因为对于  $q = 0.6$ ,实际的发散应当出现在  $x = 6.25$  处. 在这种情况下,  $F_q(x)$  的收敛范围较小. 由图 1 可以看出,不同的  $q$  参数值对比值  $F_{q,o}/F_{q,e}$  有一定的影响,并且这个比值在  $x = \rho^2$  取不同值时可以大于 1,也可以小于 1. 在  $F_q(x)$  的收敛范围内,比值  $F_{q,o}/F_{q,e} > 1$  的第一区间是:当  $q = 1.0$  时,  $2.86 \leq x \leq 10.68$ ; 当  $q = 0.8$  时,  $3.29 \leq x \leq 13.35$ ; 当  $q = 0.7$  时,  $x \geq 3.67$ ; 当  $q = 0.6$  时,  $x \geq 4.25$ . 在这些区间内,非简谐振子广义奇相干态具有奇次方阶压缩,偶相干态不会呈现压缩效应,这与谐振子的情况是不同的. 图 2 是  $q$  变量取  $[\chi] = (q^x - q^{-x})/(q - q^{-1})$  ( $q = 1.0, 0.8, 0.5, 0.2$ ),在精度为  $10^{-10}$  的情况下,  $F_{q,o}/F_{q,e}$  的数值计算结果.  $q = 1.0$  和  $q = 0.8$  两种情形的结果差别很小,关系曲线基本上重叠在一起. 在这种情况下,由于  $F_q(x)$  不存在发散,原则上可将  $x$  的取值范围计算到非常大. 由图 2 可以看出,在  $x = \rho^2$  取值的范围内,非简谐振子的奇偶广义相干态将呈现压缩效应,这与谐振子的情况也不同,并且不同的  $q$  参数对比值  $F_{q,o}/F_{q,e}$  的影响较大. 在  $x = \rho^2$  取值的某些区间内  $F_{q,o}/F_{q,e} > 1$ ,而在另一些区间内  $F_{q,o}/F_{q,e} < 1$ . 计算中还发现随着  $x$  值的变大,这种变化交替地出现在多个区间. 例如,出现  $F_{q,o}/F_{q,e} > 1$  的第一区间分别为:当  $q = 1.0$  时,  $2.86 \leq x \leq 10.68$ ; 当  $q = 0.8$  时,  $2.79 \leq x \leq 9.97$ ; 当  $q = 0.5$  时,  $2.48 \leq x \leq 11.30$ ; 当  $q = 0.2$  时,  $3.18 \leq x \leq 79.85$ . 即在这些区间内  $q$  变形非简谐振子广义偶相干态不会出现奇次方阶压缩效应,而  $q$  变形非简谐振子广义奇相干态可呈现奇次方阶压缩效应. 在这些区间之外则有相反的结论.

值得指出的是,在(34)式和(35)式中,当取  $M = 1$  时便可得到文献[9]的结果.

#### 4 $q$ 变形非简谐振子奇偶广义相干态的反聚束效应

在普通意义下的光场,如果它的归一化二阶相关函数<sup>[12]</sup>  $g^{(2)}(0) < 1$ ,则称光场呈现反聚束效应. 用类似的方法,可以定义  $q$  变形非简谐振子光场的二阶相关函数为

$$g_q^{(2)}(0) = \frac{{}_q \langle \beta | (b_q^\dagger)^2 (b_q^-)^2 | \beta \rangle_q}{|{}_q \langle \beta | b_q^\dagger b_q^- | \beta \rangle_q|^2}, \quad (36)$$

若  $g_q^{(2)}(0) < 1$ ,则称这种  $q$  变形非简谐振子光场呈现反聚束效应. 应用(28),(29)式和(36)式容易得到

$$g_{q,o}^{(2)}(0) = (F_{q,o}/F_{q,e})^2, g_{q,e}^{(2)}(0) = (F_{q,e}/F_{q,o})^2. \quad (37)$$

由此可见, $q$  变形非简谐振子奇偶广义相干态的反聚束效应只与  $F_{q,o}$  和  $F_{q,e}$  比值的平方有关. 当  $A$  取值为  $A = 0.1$ ,  $q$  取不同值时,  $g_{q,o}^{(2)}(0)$  和  $g_{q,e}^{(2)}(0)$  随  $x = \rho^2$  的变化规律如图 3—6 所示. 我们知道,通常的奇相干态总是反聚束的,偶相干态总是聚束的. 图 3 和图 4 是取  $[\chi] = (q^x - 1)/(q - 1)$  的计算结果. 在这种情况下,由于比值  $F_{q,o}/F_{q,e}$  随着  $x = \rho^2$  的

变化可以小于 1,也可以大于 1,则  $q$  变形非简谐振子奇偶广义相干态都有可能呈现反聚束效应. 这与谐振子的情形不同. 图 5 和图 6 是取  $[\chi] = (q^x - q^{-x})/(q - q^{-1})$  的计算结果. 在这种情况下,随着  $x = \rho^2$  取值范围的不同,比值  $F_{q,o}/F_{q,e}$  可以小于 1,也可以大于 1,即这种  $q$  变形非简谐振子奇偶广义相干态的反聚束效应也与谐振子奇偶相干态的反聚束效应不同. 总之,对于  $A$  和  $q$  参数取某一特定值,这些反常特性的范围与上面所指出的高阶压缩效应反常特性的范围相同. 在这些范围内,若  $F_{q,o}/F_{q,e} < 1$ , $q$  变形非简谐振子广义奇相干态呈现反聚束效应;反之,则  $q$  变形非简谐振子广义偶相干态呈现反聚束效应.

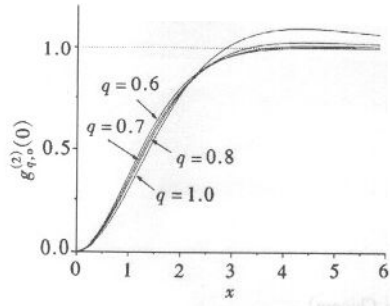


图 3  $q$  变量取  $[\chi] = (q^x - 1)/(q - 1)$  时,  $g_{q,o}^{(2)}(0)$  随  $x$  的变化

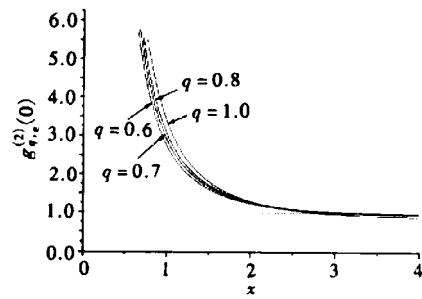


图 4  $q$  变量取  $[\chi] = (q^x - 1)/(q - 1)$  时,  $F_{q,e}^{(2)}(0)$  随  $x$  的变化

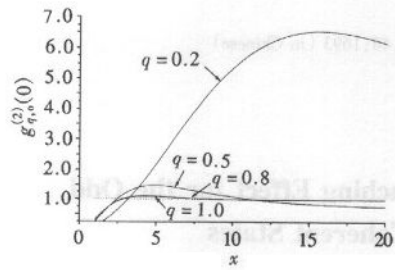


图 5  $q$  变量取  $[\chi] = (q^x - q^{-x})/(q - q^{-1})$  时,  $g_{q,o}^{(2)}(0)$  随  $x$  的变化

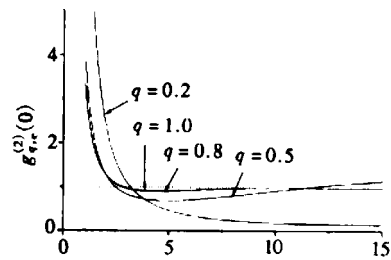


图 6  $q$  变量取  $[\chi] = (q^x - q^{-x})/(q - q^{-1})$  时,  $F_{q,e}^{(2)}(0)$  随  $x$  的变化

比较(34),(35)式和(37)式还可以看出,对于  $A$  和参数  $q$  取定某值时,若  $q$  变形非简谐振子广义奇相干态在  $x = \rho^2$  的某一区间内呈现奇数阶压缩效应,则它在该范围内不会有反聚束效应,如果它在该范围内没有压缩效应,它便会在该范围内呈现反聚束效应;对于  $q$  变形非简谐振子广义偶相干态也有类似的结论.

### 5 结论

本文研究了  $q$  变形非简谐振子奇偶广义相干态的高阶压缩效应和反聚束效应. 并就  $q$  变量  $[\chi]$  的两种不同表示情况进行了讨论. 数值计算结果表明,在  $q$  变量  $[\chi] = (q^x - 1)/(q - 1)$  的情况下,  $F_q(x)$  的收敛半径较小;在  $q$  变量  $[\chi] = (q^x - q^{-x})/(q - q^{-1})$  的情

况下,  $F_q(x)$  的收敛半径是无穷大. 在  $A$  和  $q$  参数取定时, 比值  $F_{q,o}/F_{q,e}$  在  $x = |\beta|^2$  的某些取值范围内可大于 1, 在这种情况下,  $q$  变形非简谐振子广义偶相干态没有压缩效应却呈现反聚束效应, 奇相干态呈现奇次方阶压缩效应却没有反聚束效应; 而在另一些取值范围内比值  $F_{q,o}/F_{q,e}$  则小于 1, 这时  $q$  变形非简谐振子广义偶相干态具有奇次方阶压缩效应却没有反聚束效应, 奇相干态没有压缩效应却具有反聚束效应. 这与谐振子的情况完全不同. 当变形参数  $q$  趋于 1 时, 本文的结果与文献[13]中没有变形的结果一致.

### 参考文献 (References)

- 1 Schrödinger E. *Naturwissenschaften*, 1926, **14**:664
- 2 Glauber R J. *Phys. Rev.*, 1963, **130**:2529
- 3 Nieto M M, Simmons L M. *Phys. Rev.*, 1979, **D20**:1321
- 4 Pocek M. *Phys. Lett.*, 1991, **B255**:554
- 5 Delbecq C, Quesne C. *J. Phys.*, 1993, **A26**:L127
- 6 Biedenharn L C. *J. Phys.*, 1989, **A22**:L872.
- 7 CHANG Zhe, CHEN Wei, GUO Han-Ying. *J. Phys.*, 1990, **A23**:4185
- 8 CHANG Zhe, CHEN Wei, YAN Hong. *J. Phys.*, 1990, **A23**:4235
- 9 XU Zi-Wen. *High Energy Physics and Nuclear Physics*, 1999, **23**:436 (in Chinese)  
(徐子文. 高能物理与核物理, 1999, **23**:436)
- 10 ZHU Dong-Pei. *J. Phys.*, 1987, **A20**:4331.
- 11 ZHANG Z M, XU L, CHAI J L et al. *Phys. Lett.*, 1990, **A150**:27
- 12 Walls D F. *Nature*, 1983, **306**:141
- 13 YU Zhao-Xian, WANG Ji-Suo, LIU Ye-Hou. *Acta Physica Sinica*, 1997, **46**:1693 (in Chinese)  
(于肇贤, 王继锁, 刘业厚. 物理学报, 1997, **46**:1693)

## Higher Order Squeezing and Antibunching Effect for the Odd and Even Generalized $q$ -Coherent States of the Non-harmonic Oscillator

WANG Zhong-Qing<sup>1)</sup>

(Department of Applied-Physics, University of Petroleum, Dongying 257061, China)

**Abstract** The higher-order squeezing and antibunching effect for the odd and even generalized  $q$ -coherent states of the non-harmonic oscillator are investigated. The numerical method is used to study these effects for the two expressions of  $q$ -number  $[\chi]$ . It is shown that the odd and even generalized  $q$ -coherent states of the non-harmonic oscillator present higher-order (order of odd number) squeezing effect and antibunching effect respectively, and these optical statistics properties are very different from those of the states of the harmonic oscillator.

**Key words** non-harmonic oscillator, generalized  $q$ -coherent state, higher-order squeezing effect, antibunching effect

Received 19 February 2001

1) E-mail: zqwang@mail. hdpu. edu. cn