第22卷 第9期　　高能物理与核物理　　Vol.22, No.9
1998 年9月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Sept., 1998

H→Zrr的极化张量*

李 秀 林
(杭州师范学院物理系 杭州 310012)

摘要 在标准模型下,讨论了 H→Zrr 衰变的单圈极化张量的一般形式,利用全同粒子对称性和规范不变性对这种极化张量的限制,得到一组约束方程,给出了此过程极化张量检验的判据.

关键词 希格斯粒子 衰变 极化张量

1 引言

文献 [1],在标准模型下,讨论了 Z→3r和 rr→rr过程单圈极化张量的一般形式. 在本文中,拟利用文献 [1] 的方法,即利用全同光子的 S_2 对称性和规范不变性,在标准模型下,讨论 H→Zrr过程单圈极化张量的一般形式,并得到极化张量中的 A、B、C 系数应满足的一组方程式. 根据这些约束方程可将 39 个系数约化为 6 个独立的系数,从而得到极化张量的简明表达式

2 极化张量的 S_2 对称形式

为了使 H→Zrr过程的计算,能方便,准确地进行,首先需要求得具有二个光子玻色对称性 S_2和规范不变性的极化张量 $H^{\mu_1\mu_2\mu_3}(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$的一般展开式. 在标准模型的单圈计算中,只有 Z 粒子的赝矢耦合部分才会对 H→Zrr有贡献,这样,在 $H^{\mu_1\mu_2\mu_3}(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$的表达式中总要出现四阶反对称张量$\varepsilon^{\mu\nu\sigma\tau}$. 由于动量守恒,$\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4$只有三个是独立的,消去$\kappa_4$,留下 $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$为独立变量. 令$\kappa_1, \kappa_2$为两个光子的动量,$\kappa_3$为 Z 的动量. 用一个$\varepsilon^{\mu\nu\sigma\tau}$可以构成如下的基本的三阶张量:

$$\varepsilon^{\mu_1\nu\sigma\tau}\kappa_{1\nu}\kappa_{2\sigma}\kappa_{3\tau}g^{\mu_2\mu_3}\ ,$$

$$\varepsilon^{\mu_2\nu\sigma\tau}\kappa_{1\nu}\kappa_{2\sigma}\kappa_{3\tau}g^{\mu_1\mu_3},$$

$$\varepsilon^{\mu_3\nu\sigma\tau}\kappa_{1\nu}\kappa_{2\sigma}\kappa_{3\tau}g^{\mu_1\mu_2},$$

1998-02-23收稿,1998-03-24收修改稿

* 国家自然科学基金资助

$$\varepsilon^{\mu_1\mu_2\nu\sigma}\kappa_{s\nu}\kappa_{t\sigma}\kappa_l^{\mu_3},$$
$$\varepsilon^{\mu_1\mu_3\nu\sigma}\kappa_{s\nu}\kappa_{t\sigma}\kappa_j^{\mu_2}, \qquad (1)$$
$$\varepsilon^{\mu_2\mu_3\nu\sigma}\kappa_{s\nu}\kappa_{t\sigma}\kappa_i^{\mu_1},$$
$$\varepsilon^{\mu_1\mu_2\mu_3\nu}\kappa_{r\nu}.$$

其中 $g^{\mu\nu}$ 为度规张量.

由光子和Z矢量介子的 Lorentz 条件:

$\varepsilon_\mu(\kappa,\lambda)\kappa^\mu = 0(\lambda = 1,2;\varepsilon_\mu$ 为光子极化矢量)

$\varepsilon'_\mu(\kappa,\lambda)\kappa^\mu = 0(\lambda = 1,2,3;\varepsilon'_\mu$ 为 Z 粒子极化矢量)

可得到基矢(1)中的 $i = 2,3$; $j = 1,3$; $l = 1,2$. $s,t = 1,2;1,3;2,3$. $r = 1,2,3$.

$H^{\mu_1\mu_2\mu_3}(\kappa_1,\kappa_2,\kappa_3)$ 按基矢(1)展开式为:

$$H^{\mu_1\mu_2\mu_3}(\kappa_1,\kappa_2,\kappa_3) = A_1(123)\varepsilon^{\mu_1\nu\sigma\tau}\kappa_{1\nu}\kappa_{2\sigma}\kappa_{3\tau}g^{\mu_2\mu_3} +$$
$$A_2(123)\varepsilon^{\mu_2\nu\sigma\tau}\kappa_{1\nu}\kappa_{2\sigma}\kappa_{3\tau}g^{\mu_1\mu_3} + A_3(123)\varepsilon^{\mu_3\nu\sigma\tau}\cdot$$
$$\kappa_{1\nu}\kappa_{2\sigma}\kappa_{3\tau}g^{\mu_1\mu_2} + \sum_{sti}B_{sti}^{(1)}(123)\varepsilon^{\mu_2\mu_3\sigma\tau}\kappa_{s\nu}\kappa_{t\sigma}\kappa_i^{\mu_1} +$$
$$\sum_{stj}B_{stj}^{(2)}(123)\varepsilon^{\mu_1\mu_3\sigma\tau}\kappa_{s\nu}\kappa_{t\sigma}\kappa_j^{\mu_2} + \sum_{stl}B_{stl}^{(3)}(123)$$
$$\varepsilon^{\mu_1\mu_2\sigma\tau}\kappa_{s\sigma}\kappa_{lt}\kappa_l^{\mu_3} + \sum_{i=1,2,3}c_i(\kappa_1,\kappa_2,\kappa_3)\cdot\varepsilon^{\mu_1\mu_2\mu_3\tau}\kappa_{i\tau}, \qquad (2)$$

展开式(2)中的 $A_1(123) \equiv A_1(\kappa_1\kappa_2\kappa_3)$,其余系数中 123 亦如此,它们都是标量函数. 展开式(2)中的求和指标取值与基矢(1)的指标取值相同.

两个光子的玻色对称性 S_2不变性,要求极化张量 $H^{\mu_1\mu_2\mu_3}(\kappa_1,\kappa_2,\kappa_3)$在$(\mu_1,\kappa_1)\leftrightarrow(\mu_2,\kappa_2)$对换下是不变的. 这一要求将导致 H 展开式(2)的系数具有如下的关系:

$$A_1(123) = -A_2(213),\quad A_3(123) = -A_3(213),$$
$$B_{122}^{(1)}(123) = -B_{121}^{(2)}(213),\quad B_{123}^{(1)}(123) = -B_{122}^{(2)}(213),$$
$$B_{132}^{(1)}(123) = B_{231}^{(2)}(213),\quad B_{133}^{(1)}(123) = B_{233}^{(2)}(213),$$
$$B_{232}^{(1)}(123) = B_{131}^{(2)}(213),\quad B_{233}^{(1)}(123) = B_{133}^{(2)}(213),$$
$$B_{121}^{(3)}(123) = B_{122}^{(3)}(213),\quad B_{131}^{(3)}(123) = -B_{232}^{(3)}(213),$$
$$B_{132}^{(3)}(123) = -B_{231}^{(3)}(213),\quad C_1(123) = -C_2(213),$$
$$C_3(123) = -C_3(213).$$

3 规范不变的极化张量

现在来考虑规范不变性. 规范不变性的形式为:

$$\kappa_{1\mu_1}\varepsilon_{\mu_2}(\kappa_2,\lambda_2)\varepsilon'_{\mu_3}(\kappa_3,\lambda_3)H^{\mu_1\mu_2\mu_3}(\kappa_1\kappa_2\kappa_3)=0,$$

$$\kappa_{2\mu_2}\varepsilon_{\mu_1}(\kappa_1,\lambda_1)\varepsilon'_{\mu_3}(\kappa_3,\lambda_3)H^{\mu_1\mu_2\mu_3}(\kappa_1\kappa_2\kappa_3)=0, \tag{3}$$

其中$\lambda_1=1,2;\lambda_2=1,2;\lambda_3=1,2,3$.
因为 $H^{\mu_1\mu_2\mu_3}(\kappa_1\kappa_2\kappa_3)$在 $\kappa_1\leftrightarrow\kappa_2,\mu_1\leftrightarrow\mu_2$对换下不变,则(3)式中的任一个式成立,就能保证了另一式也成立.

为了方便,假设(3)中的第一式,$(\mu_2\kappa_2)$和$(\mu_3\kappa_3)$都对应于质量为 m 的矢量介子,这样利用:

$$\sum_{\lambda=1}^{3}\varepsilon_{\mu}(\kappa,\lambda)\varepsilon_{\nu}(\kappa,\lambda)=g_{\mu\nu}-\frac{\kappa_\mu\kappa_\nu}{m^2}$$

则(3)式中的第一式可化为:

$$\kappa_{1\mu_1}H^{\mu_1\mu'_2\mu'_3}(123)-\frac{1}{m^2}\kappa_{1\mu_1}H^{\mu_1\mu_2\mu'_3}(123)\kappa_{2\mu_2}\kappa_2^{\mu'_2}+$$
$$\kappa_{1\mu_1}H^{\mu_1\mu'_2\mu_3}(123)\kappa_{3\mu_3}\kappa_3^{\mu'_3}+\frac{1}{m^4}\kappa_{1\mu_1}H^{\mu_1\mu_2\mu_3}$$
$$(123)\kappa_{2\mu_2}\kappa_2^{\mu'_2}\kappa_{3\mu_3}\kappa_3^{\mu'_3}=0, \tag{4}$$

以上方程是一个具有二个指标μ'_2,μ'_3的方程. (4)式左边是带二个矢量指标的二阶张量,但由于 H 中涉及到ε,所以(4)式的前三项一般总可以按如下基矢展开:

$$\varepsilon^{\mu_2\mu\nu\sigma}\kappa_{1\mu}\kappa_{2\nu}\kappa_{3\sigma}\kappa_l^{\mu_3};$$
$$\varepsilon^{\mu_3\mu\nu\sigma}\kappa_{1\mu}\kappa_{2\nu}\kappa_{3\sigma}\kappa_j^{\mu_2};$$
$$\varepsilon^{\mu_2\mu_3\mu\nu}\kappa_{s\mu}\kappa_{t\nu}, \tag{5}$$

其中 $l=1,2,3$; $j=1,2,3$; $s.t=1,2$; $1,3$; $2,3$.

由于 $H^{\mu_1\mu_2\mu_3}$是按基矢(1)展开的,$\kappa_{1\mu_1}H^{\mu_1\mu_2\mu_3}$则按基矢(5)中除去 $l=3,j=2$ 的基矢展开. 但(4)中除第一项外的其余前二项,是按(5)中 $l=3$, $j=2$ 的基矢展开的. (4)式中第四项一定为零,因为ϵ的四个指标都与动量相乘,但只有三个独立动量. 这样必有:

$$\kappa_{1\mu}H^{\mu\nu_2\nu_3}(123)=0. \tag{6}$$

当 2,3 对应不是荷质矢量介子,而是光子,或一个是光子,一个是荷质矢量介子,依然可以得到(6)式.

从(6)式出发,经过冗长的计算,可以推出 $H^{\mu_1\mu_2\mu_3}(\kappa_1\kappa_2\kappa_3)$的展开式(2)的系数之间的

关系如下：

$$
\begin{gathered}
A_1(213) + B_{231}^{(3)}(123) = 0, \\
A_3(123) - B_{132}^{(1)}(213) = 0, \\
B_{133}^{(1)}(213) = 0, \\
B_{131}^{(3)}(213) = 0, \\
[13]B_{123}^{(1)}(123) + [12]B_{122}^{(1)}(123) - C_1(213) = 0, \\
[12]B_{132}^{(1)}(123) + [13]B_{133}^{(1)}(123) + C_3(123) = 0, \\
[12]B_{232}^{(1)}(123) + [13]B_{233}^{(1)}(123) = 0,
\end{gathered} \tag{7}
$$

其中 $[12] \equiv \kappa_{1\mu_1}\kappa_2^{\mu_1}$，$[13] \equiv \kappa_{1\mu_1}\kappa_3^{\mu_1}$.

4 讨论

(7)式涉及到13个A、B、C系数中的12个，只有$B_{121}^{(2)}$没有涉及到．(7)有七个式子，因此只有6个A、B、C系数是独立的．用费曼图和维数重正化方法，可把所有系数A、B、C都算出来，然后用(7)式中七个方程去验证所得结果是否正确．因此，(7)式就成为H→Zrr过程计算结果检验的一个有力的判据．

感谢周咸建和杜东生两位教授的有益讨论．

参 考 文 献

[1] Jiang Xiangdong, Zhou Xianjian. High Energy Physics and Nuclear Physics, 1993, **17**(10):898
(江向东，周咸建．高能物理与核物理，1993，**17**(10)：898)

Polarization Tensors of H→Zrr *

Li Xiulin
(*Department of physics, Hangzhou Teacher's College, Hangzhou* 310012)

Abstract In this paper, the polarization tensors of H→Zrr at one—loop level are discussed. The constrained equations for the tensors are deduced from the S_2 symmetry and guage invariance.

Key words Higgs particle, decay, polarization tensors

Received 23 February 1998, Revised 24 March 1998
* Supported by the National Natural Science Foundation of China