

重离子碰撞两体关联输运理论 IV. 守恒定律*

刘 航 刘建业 李希国 左 维

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

摘要 讨论了在物理截断下两体关联动力学中守恒定律保持与破坏的一般特点. 数值计算表明: 两体关联输运理论在不同的等级截断下均较好地保持了有关的守恒定律.

关键词 守恒定律 等级截断 守恒物理量

1 引 言

守恒定律是物质运动的时空对称性质和其本身所固有的内禀对称性质所决定的物质运动的基本特征. 对于描述物质运动的理论, 守恒定律的保持是一个基本的要求. 反过来, 守恒定律及其相应的对称性是构造和建立描述物质运动理论的有力工具. 我们建立的基于两体关联动力学(TBCD)的两体关联输运理论(TBCTT)是用来描述中能重离子碰撞动力学的时间相关的理论, 这要求 TBCTT 保持相应的守恒定律. 理论上 TBCTT 保持诸如总粒子数、总动量、总能量等守恒定律^[1]. 一个自然的问题是: 既然完整的 TBCTT 保持相应的守恒定律, 那么是否存在关于两体关联函数 c_2 的截断方案, 保持相应的守恒定律且对应一定的物理图象? 研究表明^[2,3]: 的确存在若干种这样的关于 c_2 的截断方案. 这些方案可以看成是 TBCTT 的不同极限, 它们在数值计算中有特殊意义. 这样, 我们提到的所谓截断有两方面的含义, 一种是关于关联阶次的截断(如 $c_n = 0, n \geq 3$ 就得到了两体关联动力学); 一种是在两体关联动力学的框架下关于 c_2 的截断, 得到两体关联动力学和 TBCTT 的不同极限, 称为等级截断.

应该强调的是, 不同截断下守恒定律是在完备的 Hilbert 空间中才成立的, 而实际的数值计算只能在截断的 Hilbert 空间中进行. 这就涉及到组态空间的有限截断对计算结果的影响. 正是这种组态空间的有限截断要求我们选择合理的表象来展开 TBCTT 的计算, 因为尽管有许多完备集原则上都可以作为表象, 但在有限截断下不同表象的完备性质是不一样的. 数值计算表明: TBCTT 中所采用的相干单粒子波函数表象是一种较好的选择,

1996-12-24收稿

* 国家自然科学基金、甘肃省自然科学基金、中国博士后基金、中国科学院基金与核工业科学基金资助

在不同的等级截断下守恒定律的保持是令人满意的。

2 两体关联动力学和 TBCTT 中的守恒定律

2.1 两体关联动力学中的守恒定律

为证明一体力学量和两体力学量的守恒定律,首先给出关联动力学中关于 ρ 和 c_2 及 BBGKY 系列中 ρ_1 和 ρ_2 的运动方程:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho(11'; t) &= [\kappa(1) - \kappa(1')] \rho(11'; t) \\ &+ \text{Tr}_{(2=2')} [v(12) - v(1' 2')] \{ \rho(11'; t) \rho(22'; t) - \rho(12'; t) \rho(21'; t) \} \\ &+ \text{Tr}_{(2=2')} [v(12) - v(1' 2')] c_2(12, 1' 2'; t), \end{aligned} \quad (1)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} c_2(12, 1' 2'; t) = 0 \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} &+ [\kappa(1) + \kappa(2) - \kappa(1') - \kappa(2')] c_2(12, 1' 2'; t) \\ &+ [v(12) - v(12')] \{ \rho(11'; t) \rho(22'; t) - \rho(12'; t) \rho(21'; t) \} \\ &+ \text{Tr}_{(3=3')} \{ [v(1' 3') - v(13)] \rho(11'; t) \rho(32'; t) \rho(23'; t) \\ &+ [v(2' 3') - v(23)] \rho(22'; t) \rho(31'; t) \rho(13'; t) \\ &+ [v(13) - v(2' 3')] \rho(12'; t) \{ \rho(31'; t) \rho(23'; t) - c_2(23, 1' 3'; t) \} \\ &+ [v(23) - v(1' 3')] \rho(21'; t) \{ \rho(32'; t) \rho(13'; t) - c_2(13, 2' 3'; t) \} \} \end{aligned} \quad (2b)$$

$$+ \text{Tr}_{(3=3')} [v(13) + v(23) - v(1' 3') - v(2' 3')] \rho(33'; t) c_2(12, 1' 2'; t) \quad (2c)$$

$$+ [v(12) - v(1' 2')] c_2(12, 1' 2'; t) \quad (2d)$$

$$+ \text{Tr}_{(3=3')} [v(13) - v(1' 3')] \rho(11'; t) c_2(23, 2' 3'; t)$$

$$+ \text{Tr}_{(3=3')} [v(23) - v(2' 3')] \rho(22'; t) c_2(12, 1' 3'; t)$$

$$\begin{aligned} &- \text{Tr}_{(3=3')} \{ [v(13) + v(23) - v(1' 3') - v(2' 3')] \\ &\quad \{ \rho(13'; t) c_2(23, 2' 1'; t) + \rho(23'; t) c_2(13, 1' 2'; t) + \\ &\quad \rho(31'; t) c_2(12, 3' 2'; t) + \rho(32'; t) c_2(12, 1' 3'; t) \} \} , \end{aligned} \quad (2e)$$

写成的 BBGKY 的形式:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_1 = -\frac{i}{\hbar} \{ [h_0, \rho_1] + \text{Tr}_{(2)} [v(12), \rho_2] \} , \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_2 = -\frac{i}{\hbar} \left\{ \left[\sum_{i=1}^2 h_0(i), \rho_2 \right] + [v(12), \rho_2] + \text{Tr}_{(3)} \left[\sum_{i=1}^2 v(i3), \rho_3 \right] \right\} . \quad (4)$$

对一体守恒力学量 $\hat{o} = \sum_{i=1}^A \hat{o}(i)$, 应有: $[\hat{o}, H] = 0$,

其中 $H = \sum_{i=1}^A h_0(i) + \sum_{j>i=1}^A v(ij)$, 则: $[\hat{o}(1), h_0(1)] = 0$, $[\hat{o}(1) + \hat{o}(2), v(12)]$,

而

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{o} \rangle = \frac{d}{dt} \{ \text{Tr}[\rho_1, \hat{o}] \} = \text{Tr} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \rho_1, \hat{o} \right\} =$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{i}{\hbar}\{\text{Tr}_{(1)}[\hat{\delta}(1)[h_0, \rho_1] + \text{Tr}_{(12)}[\hat{\delta}(1) + \hat{\delta}(2)][v(12), \rho_2]]\} = \\
& -\frac{i}{\hbar}\{\text{Tr}_{(1)}[\rho_1[\hat{\delta}(1), h_0] + \text{Tr}_{(12)}[\rho_2[\hat{\delta}(1) + \hat{\delta}(2), v(12)]]\} = 0.
\end{aligned} \quad (5)$$

由此可见, 不论 ρ_2 做任何近似, 一体守恒力学量的守恒定律总是成立的. 对于两体物理量, 最重要的是能量守恒. 证明的方法与 (5) 式相似:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\langle H \rangle &= \text{Tr}_{(1)}\left\{h_0, \frac{\partial}{\partial t}\rho_1\right\} + \frac{1}{2}\text{Tr}_{(12)}\left\{v(12)\frac{\partial}{\partial t}\rho_2\right\} = \\
& \frac{i}{\hbar}\{\text{Tr}_{(1)}\rho_1[h_0(1), h_0(1)] + \text{Tr}_{(12)}\rho_2[h_0(1), v(12)] + \text{Tr}_{(12)}\rho_2[v(12), h_0(1)] + \\
& \frac{1}{2}\text{Tr}_{(12)}\rho_2[v(12), v(12)] + \frac{1}{2}\text{Tr}_{(123)}\rho_3[v(12), v(23) + v(13)]\} = 0.
\end{aligned} \quad (6)$$

从上述证明可以看到: 在两体关联动力学的框架下, 不但能量守恒是成立的, 而且能量守恒不依赖于 ρ_3 的任何近似, 但对 ρ_2 的运动方程有限制, 要求 ρ_2 的运动方程满足一定的条件.

2.2 TBCTT 中的守恒定律

TBCTT 中的等级截断主要考虑的是能量守恒. 能量守恒可以表示为:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\langle E \rangle &= \text{Tr}_{(1=1')} \left\{ t(1) \frac{\partial}{\partial t} \rho(11'; t) \right\} + \\
& \frac{1}{2} \text{Tr}_{(1=1', 2=2')} \left\{ v(12) \left[\frac{\partial}{\partial t} \rho(11'; t) \rho(22'; t) + \rho(11'; t) \frac{\partial}{\partial t} \rho(22'; t) - \right. \right. \\
& \left. \left. \frac{\partial}{\partial t} \rho(12'; t) \rho(21'; t) - \rho(12'; t) \frac{\partial}{\partial t} \rho(21'; t) + \frac{\partial}{\partial t} c_2(12, 1' 2'; t) \right] \right\} = 0.
\end{aligned} \quad (7)$$

可以验证, (2a) 到 (2e) 式的各种极限均保持能量守恒, 对应了几种物理截断: (2a) 对应时间相关的 Hartree-Fock 理论 (TDHF); (2b) 对应玻恩近似 (BA); (2d) 对应时间相关的 G 矩阵理论 (TDGMT); (2e) 对应原子核量子关联动力学 (NQCD). 这就是所谓的两体关联函数的等级截断, 反映了对两体关联不同层次的描述.

2.3 组态空间的有限截断及单粒子运动方程的半经典近似

由 (2.1) 和 (2.2) 节的论述, 理论上讲 TBCTT 保持相应的守恒定律. 但利用它进行数值计算时, 无可避免地要涉及组态空间的有限截断, 这将破坏对应的守恒定律. 为尽可能地降低守恒定律的破坏所造成的影响, 有两点可以考虑: 一是在计算资源允许的条件下选取较大的组态空间; 二是从理论分析出发选取较好的单粒子态来构造相应的表象, 这一点尤为重要. 另外, 单粒子运动方程的半经典性质也会影响守恒定律的保持.

3 计算结果和讨论

为了通过数值计算验证守恒定律, 我们对 ${}^4\text{He} + {}^4\text{He}$ 在 $40.0\text{MeV}/u$, $b = 0.0\text{fm}$ 时

的反应过程进行了计算. 为了保证计算精度, 选用了如下形式的 Skyrme 型的相互作用:

$$V = t_1 \delta(r_1 - r_2) + \frac{1}{6} t_3 \delta(r_1 - r_2) \rho \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right), \quad (8)$$

由(8)式所示的两体相互作用来构造裸平均场和进行两体关联动力学的计算. 对于所计算的反应, 构造了一个扩大的组态空间, 分别有两个未被占据的中子和质子态, 这些态均在两个 ^4He 的费米面上. 这样做才可以描述独立粒子近似所不能描述的物理内容. 其它计算细节见文献[4]. 总粒子数、总动量和总能量分别由下式计算:

$$\begin{aligned} \langle N \rangle &= \text{Tr}_{(1=1')} \{ \rho(11'; t) \}, \\ \langle P \rangle &= \text{Tr}_{(1=1')} \{ \rho(1) \rho(11'; t) \}, \\ \langle E \rangle &= \text{Tr}_{(1=1', 2=2')} \{ t(1) \rho(11'; t) + \frac{1}{2} v(12) \rho_2(12, 1' 2'; t) \}. \end{aligned} \quad (9)$$

这里计算了上述 3 种物理量的时间演化并发现: 3 种物理量的守恒定律在相应的计算条件下均得以保持.

粒子数守恒精确保持, 在各种等级截断下, 总粒子数在时间演化过程中均为 8.0000 或 7.9999. 图 1 是 c_2 在各种等级截断下总动量随时间的演化, p_x , p_y , p_z 表示 3 个方向的总动量. 从中可以发现在质心系下这 3 个方向的总动量基本是在零值附近振荡且涨落很小, 这说明动量守恒是令人满意的.

能量守恒是最具代表性的两体守恒物理量. 图 2 显示了在不同等级截断下总能量随时间的演化, 定性地看, 能量守恒的保持是相当不错的, 尽管有一些振荡.

这里有几个因素值得进一步考虑. 首先, 在解初值问题的微分方程时, 要选择较好的算法和格式; 其次, 要构造合理的定态来作为原子核基态, 这一点非常重要. 用 TBCTT

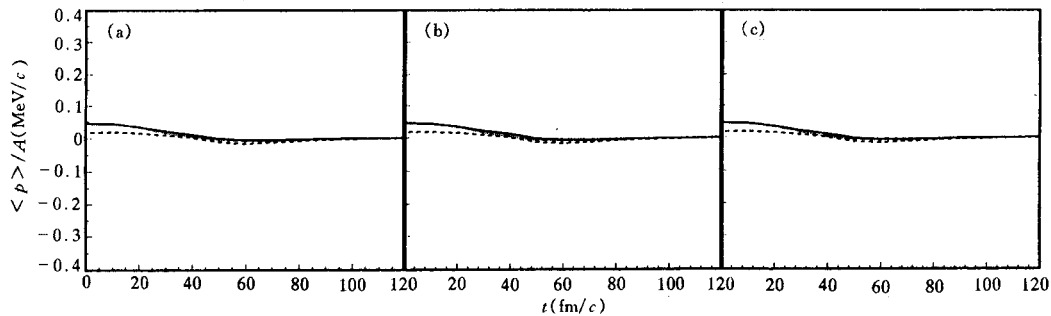


图1 在不同等级截断下总动量随时间的演化

(a) BA; (b) TDGMT; (c) NQCD.

p_x — — ; p_y - - - - - ; p_z ·····.

的定态极限可以构造所谓的关联基态^[5,6], 这种基态与传统的 Hartree-Fock 近似的定态解有十分明显的区别并对原子核的定态性质有更完整的描述^[7], 这个问题比较复杂, 今后将专门讨论. 现在的计算仍以独立粒子近似来构造基态. 最后, 选择合适的组态空间.

许多研究表明: 能量守恒的保持对组态空间和入射能量的大小是十分敏感的. 本文也在不同的入射能量下做了计算, 但未能发现这种敏感性. 可能有两个原因: 一是 ^4He 可能太轻了, 在较高的入射能量下是“透明”的, 无法体现组态空间大小对能量守恒的影响; 二是所给的组态空间具有较好的完备性质, 在有限的相空间体积内, 截断的相干单粒子基矢的确是一个合适的物理表象. 因此, 如何确定合适的组态空间的大小是一个值得进一步仔细讨论的问题.

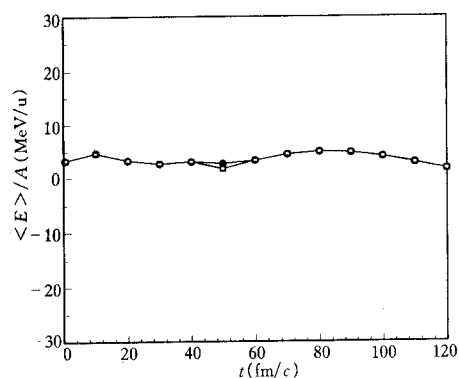


图2 不同等级截断下总能量随时间的演化

BA—○; TDGMT—◇; NQCD—□.

感谢 M. Tohyama 教授极具参考价值的 TDDM 计算程序及沈彭年教授在数值计算上对我们的帮助. 尤其感谢詹文龙和刘冠华教授为我们提供 Fortran 程序包.

参 考 文 献

- [1] Wang Shun-Jin, W. Cassing, Ann. Phys., (N. Y.), 1985, **159**: 328
- [2] W. Cassing, U. Mosel, Prog. Parti. Nucl. Phys., 1990, **23**: 235
- [3] W. Cassing, S. J. Wang, Z. Phys., 1997, **A328**: 423
- [4] Liu Hang, Liu Jianye, Li Xiguo et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1997, **21**: 169
(刘 航, 刘建业, 李希国等. 高能物理与核物理, 1997, **21**: 169)
- [5] M. Tohyama, M. Gong, Z. Phys., 1989, **A332**: 269
- [6] M. Gong, M. Tohyama, Z. Phys., 1990, **A335**: 153
- [7] A. N. Antonov, P. E. Hodgson, I. Zh. Petkov, Nucleon Correlations in Nuclei, Springer Verlag, 1993

Two-Body Correlation Transport Theory for Heavy Ion Collisions IV. Conservation Laws

Liu Hang Liu Jianye Li Xiguo Zuo Wei

(Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

Abstract The conservation laws under physical hierarchy truncation in Two-Body Correlation Dynamics (TBCD) are discussed. The numerical results show that the different physical hierarchy truncations in Two-Body Correlation Transport Theory (TBCTT) are all compatible with conservation laws.

Key words conservation laws, hierarchy truncation, conservative physical quantity