

# 用 Technicolor 理论研究稀有辐射

$$\text{衰变 } B_c \rightarrow D_s^* \gamma^*$$

鲁公儒<sup>1</sup> 熊兆华<sup>1</sup> 曹义刚<sup>2</sup> 杨亚东<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(河南师范大学物理系 新乡 453002)

<sup>2</sup>(中科院高能物理研究所 北京 100039)

1996-03-26 收稿

## 摘要

在一代 Technicolor (TCI) 和带有一个无质量的标量二重态 (TCII) 模型下，计算荷电的哥尔斯通粒子对衰变  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$  的贡献，并把它们同标准模型的计算相比较，发现哥尔斯通粒子对电磁企鹅图的贡献很大 (TCI 下)，在 TCII 下贡献较小；而对弱湮没图的贡献可以忽略不计，还对同位旋三重态粒子  $\pi_p^+$  的质量进行了约束。预言将来在 LHC 上能对不同模型下的分支比  $Br(B_c \rightarrow D_s^* \gamma)$  的差异进行研究，进而对不同的模型进行检验。

**关键词** 辐射衰变，荷电哥尔斯通粒子，人工色模型，电磁企鹅图，弱湮没机制。

## 1 引言

尽管在实验上标准模型<sup>[1]</sup>已获得了很大的成功，在标准模型中起重要作用的 Higgs 粒子一直没有在实验中发现。标准模型中存在的一些理论上的困难暗示：在能量标度 1TeV 左右存在着超出标准模型的新物理，如 Technicolor 理论<sup>[2]</sup>。Technicolor 理论预言存在一些哥尔斯通粒子，人们为此做了大量实验，但到目前一直没能观察到这些粒子的存在。人们认为这些粒子可以作为虚的中间态来影响各种物理量。

在标准模型的框架内，稀有衰变  $B \rightarrow X_s \gamma$  现在已被很好的研究，最近  $B_c$  介子的研究也受到广泛的注意<sup>[3]</sup>。人们相信  $B_c$  介子是  $B$  介子家族中最后的成员，可以对各种重夸克模型，重夸克旋味对称性，各种夸克约束态模型以及衰变的各种性质提供唯一的检验机会。由于  $B_c$  介子由两个具有不同味的重夸克组成， $B_c$  辐射弱衰变对标准模型中的 CKM 矩阵元的测量具有重要意义，一些这方面的工作已经完成<sup>[4]</sup>。 $B_c$  弱衰变的子过程  $b \rightarrow s \gamma$  被认为是唯一的味改变的对  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$  有贡献的子过程，所以由一圈电磁企鹅图决

\* 国家自然科学基金资助。

定的  $B_c$  弱衰变在探求超出标准模型的新物理中也起重要作用。对  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$ , 人们熟知的手征对称性<sup>[5]</sup>和重夸克对称性不再成立。幸运的是, 文献[6]说明  $B_c$  两体非轻衰变可用微扰 QCD<sup>[7,9]</sup>进行研究。在  $b \rightarrow s\gamma$  中,  $s$  夸克为了和  $\bar{c}$  夸克构成束缚态,  $s$  和  $\bar{c}$  之间能量转移较大。这是一个硬散射过程, 它适合用微扰 QCD 计算。人们相信除了电磁企鹅图, 来自不涉及味改变的中性流问题的弱湮没过程也对衰变  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$  有贡献, 并且认为这种弱湮没机制的影响较大。应用 Technicolor 理论研究  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$ , 除了牵涉  $W^\pm$  的最小标准模型图(SM), 由荷电的哥尔斯通粒子(代替  $W^\pm$ )也对这个过程有附加的贡献。在下面将用一代 Technicolor(TCI) 模型<sup>[8]</sup>和带有一个无质量的标量二重态的 Technicolor(TCII) 模型<sup>[9]</sup>进行详细地说明。

## 2 计 算

在微扰 QCD 框架内利用因子化方案<sup>[10]</sup>, 夸克的动量被当成介子总动量一部分  $x$  的函数, 它正比于软物理的分布函数  $\Phi_H(x)$ 。对  $\Phi_H(x)$  使用峰值近似<sup>[11]</sup>, 得到  $B_c$  和  $D_s^*$  的分布函数振幅:

$$\Phi_{B_c}(x) = \frac{f_{B_c} \delta(x - \epsilon_{B_c})}{2\sqrt{3}} ; \quad (1a)$$

$$\Phi_{D_s^*}(x) = \frac{f_{D_s^*} \delta(x - \epsilon_{D_s^*})}{2\sqrt{3}} , \quad (1b)$$

$f_{B_c}$ ,  $f_{D_s^*}$  分别是  $B_c$  和  $D_s^*$  的衰变常数,

$$\epsilon_{B_c(D_s^*)} = \frac{m_c}{m_{B_c(D_s^*)}} . \quad (1c)$$

$B_c$  和  $D_s^*$  的旋量部分是:

$$\frac{(\not{p} + m_{B_c}) \gamma_5}{\sqrt{2}}, \quad \frac{(\not{p} - m_{D_s^*}) \epsilon^*}{\sqrt{2}} , \quad (2)$$

$\epsilon^*$  是  $D_s^*$  的极化矢量。

### 2.1 电磁企鹅图的贡献

在 TCI 和 TCII 中, 这个过程和由电磁企鹅算符<sup>[12]</sup>控制的标准模型中的过程很相似。因为  $m_s \ll m_b$ ,

$$H_{\text{eff}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* G^{\text{eff}}(\mu) O_7 , \quad (3)$$

$$\text{这里 } O_7 = \frac{1}{32\pi^2} e m_b \bar{S} \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} (1 + \gamma_5) b , \quad (4a)$$

在图 1(a) 中用黑点表示。算符  $O_7$  的系数来自由  $W$  和荷电的哥尔斯通粒子主导的在能量标度  $m_b$  下圈图贡献, 它有形式:

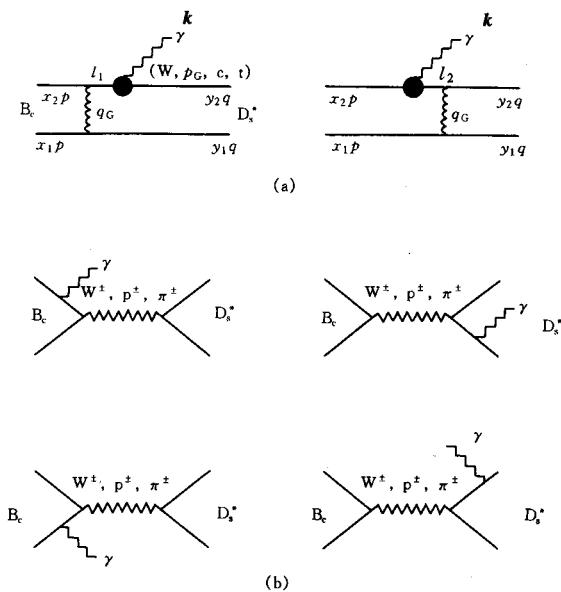


图 1

在 TC I 中, 荷电的哥尔斯通粒子是色单态粒子  $p^\pm$  和色八重态粒子  $p_8^\pm$ .

$$C_7^{\text{eff}(\dagger)}(m_b) = \rho^{-\frac{16}{23}} \left[ C_7^{(\dagger)}(m_W) + \frac{8}{3} \left( \rho^{\frac{2}{23}} - 1 \right) C_8^{(1)}(m_W) \right] + C_2(m_W) \sum_{i=1}^8 h_i \rho^i, \quad (4b)$$

这里

$$C_2(m_W) = 1, \quad (4c)$$

$$C_7^{(1)}(m_W) = A(x) + \frac{1}{3\sqrt{2} G_F F_\pi^2} [B(y) + 8B(z)], \quad (4d)$$

$$C_8^{(1)}(m_W) = C(x) + \frac{1}{3\sqrt{2} G_F F_\pi^2} [D(x) + 8D(z) + E(x)], \quad (4e)$$

并且:

$$A(x) = \frac{x}{24(1-x)^4} [(1-x)(8x^2+5x-7) + 6x(3x-2)\ln x], \quad (5a)$$

$$B^{(\dagger)}(x) = -\frac{x}{72(1-x)^4} [(1-x)(11x^2-53x+25) + 6(3x^2-8x+4)\ln x], \quad (5b)$$

$$C(x) = \frac{x}{8(1-x)^4} [(1-x)(x^2-5x-2) - 6x\ln x], \quad (5c)$$

$$D^{(\dagger)}(x) = -\frac{x}{24(1-x)^4} [(1-x)(5x^2-19x+20) - 6(x-2)\ln x], \quad (5d)$$

$$E(x) = \frac{x}{8(1-x)^4} [(1-x)(12x^2-15x-5) + 18x(x-2)\ln x], \quad (5e)$$

$$h_i = \left( \frac{626126}{272277}, -\frac{58261}{51730}, -\frac{3}{7}, -\frac{1}{14}, -0.6494, -0.038, -0.0186, -0.0057 \right),$$

$$a_i = \left( \frac{14}{23}, \frac{16}{23}, \frac{6}{23}, -\frac{12}{63}, 0.4086, -0.4230, -0.8994, -0.1456 \right), \quad (5f)$$

$$\rho = \frac{\alpha_s(m_b)}{\alpha_s(m_w)}, \quad x = \left( \frac{m_t}{m_w} \right)^2, \quad y = \left( \frac{m_t}{m_{p^*}} \right)^2, \quad z = \left( \frac{m_t}{m_{p_s^*}} \right)^2. \quad (5g)$$

$F_\pi$  是 Technipion 介子的衰变常数.

在 TC II 下, 荷电的哥尔斯通粒子是同位旋三重态粒子  $\pi_p^\pm$ .

$$C_7^{\text{eff}(I)}(m_b) = \rho^{-\frac{16}{23}} \left[ C_7^{(I)}(m_w) + \frac{8}{3} C_8^{(I)}(m_w) \left( \rho^{\frac{2}{23}} - 1 \right) + \frac{232}{513} \left( 1 - \rho^{\frac{19}{23}} \right) \right], \quad (6a)$$

这里  $C_7^{(I)}(m_w) = A(x) + \left( \frac{f}{f^1} \right)^2 \left[ B^{(I)}(t) - \frac{1}{6} A(t) \right], \quad (6b)$

$$C_8^{(I)}(m_w) = C(x) + \left( \frac{f}{f^1} \right)^2 \left[ D^{(I)}(t) - \frac{1}{6} C(t) \right], \quad (6c)$$

$$B^{(I)}(x) = \frac{x}{12(1-x)^3} [(1-x)(5x-3) + 2(3x-2)\ln x], \quad (6d)$$

$$D^{(I)}(x) = -\frac{x}{4(1-x)^3} [x^2 - 3x + 2 + 2\ln x], \quad (6e)$$

$$t = \left( \frac{m_t}{m_{\pi_p}} \right)^2, \quad (6f)$$

$f, f^1$  分别是 Technipion 衰变常数和标量的真空基态值.

$$\text{在 SM 中, } C_7^{\text{eff}}(m_b) = \rho^{-\frac{16}{23}} \left[ A(x) + \frac{8}{3} C(x) \left( \rho^{\frac{2}{23}} - 1 \right) \right], \quad (7)$$

现在能写下图 1(a) 的振幅:

$$M_a = \int_0^1 dx_1 dy_1 \Phi_{D_s^*} \Phi_{B_c} \frac{-iG_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* C_7^{\text{eff}}(m_b) m_b e \frac{d_s(m_b)}{2\pi} C_F \\ \left\{ \text{Tr} [(\not{q} - m_{D_s^*}) \not{\epsilon}^* \sigma_{\mu\nu} (1 + \gamma_5) k^\nu \epsilon^\mu (\not{q} - y_1 \not{p} + m_b) \gamma_\alpha (\not{q} + m_{B_c}) \right. \\ \times \gamma_5 \gamma^\alpha] \frac{1}{D_1 D_3} + \text{Tr} (\not{q} - m_{D_s^*}) \not{\epsilon}^* \gamma_\alpha (\not{q} - x_1 \not{p}) \sigma_{\mu\nu} (1 + \gamma_5) k^\nu \epsilon^\mu \\ \times (\not{p} + m_{B_c}) \gamma_5 \gamma^\alpha] \frac{1}{D_2 D_3} \left. \right\}, \quad (8)$$

这里  $\epsilon$  是光子的极化矢量,  $x_1, y_1$  分别是  $B_c$  和  $D_s^*$  中 c 夸克所占动量的份额.

$$D_1 = (1 - y_1) (m_{B_c}^2 - m_{D_s^*}^2 y_1) - m_b^2, \quad (9a)$$

$$D_2 = (1 - x_1) (m_{D_s^*}^2 - m_{B_c}^2 x_1), \quad (9b)$$

$$D_3 = (x_1 - y_1)(x_1 m_{B_c}^2 - y_1 m_{D_s^*}^2), \quad (9c)$$

相应的结果是:

$$M_a = i e_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{*\mu} \epsilon^\nu q^\alpha k^\beta f_1^{\text{peng}} + [(\epsilon \cdot \epsilon^*)(p \cdot k) - (\epsilon \cdot p)(\epsilon^* \cdot k)] f_2^{\text{peng}}, \quad (10)$$

其中形式因子:

$$f_1^{\text{peng}} = f_2^{\text{peng}} = C \int_0^1 dx_1 dy_1 \delta(x_1 - \epsilon_B) \delta(y_1 - \epsilon_{D_s^*}),$$

$$\left\{ [m_{B_c}(1-y_1)(m_{B_c} - 2m_{D_s^*}) - m_b(2m_{B_c} - m_{D_s^*})] \frac{1}{D_1 D_3} - \frac{m_{B_c} m_{D_s^*} (1-x_1)}{D_2 D_3} \right\}, \quad (11a)$$

$C$  为常数,

$$C = \frac{e m_b f_{B_c} f_{D_s^*} G^{\text{eff}}(m_b) C_F \alpha_s(m_b) G_F V_{tb} V_{tb}^*}{12\pi \sqrt{2}}. \quad (11b)$$

## 2.2 弱湮没的贡献

引言中已指出,  $B_c$  介子可以对弱湮没机制进行探测, 在 TC I 和 TC II 中, 荷电的  $P^+$ 、 $P_8^+$  ( $\pi_P^+$ ) 对弱湮没过程有贡献。图 1(b) 的振幅是:

$$M_b = M_b^W + M_b^P, \quad (12)$$

(A) 应用文献[13], W 湮没图的振幅是:

$$M_b^W = i e_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{*\mu} \epsilon^\nu q^\alpha k^\beta f_{1(W)}^{\text{anni}} + [(\epsilon \cdot \epsilon^*)(p \cdot k) - (\epsilon \cdot p)(\epsilon^* \cdot k)] f_{2(W)}^{\text{anni}}, \quad (13)$$

这里

$$f_{1(W)}^{\text{anni}} = \eta \left[ \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) \frac{m_{D_s^*}}{m_{B_c}} + \left( \frac{e_c}{m_c} + \frac{e_b}{m_b} \right) \right] \frac{m_{D_s^*} m_{B_c}}{m_{B_c}^2 - m_{D_s^*}^2}, \quad (14a)$$

$$f_{2(W)}^{\text{anni}} = -\eta \left[ \left( \frac{e_s}{m_s} - \frac{e_c}{m_c} \right) \frac{m_{D_s^*}}{m_{B_c}} + \left( \frac{e_c}{m_c} - \frac{e_b}{m_b} \right) \right] \frac{m_{D_s^*} m_{B_c}}{m_{B_c}^2 - m_{D_s^*}^2}, \quad (14b)$$

$$\eta = ea_2 \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{cs}^* f_{B_c} f_{D_s^*}. \quad (14c)$$

$a_2$  是参数。

(B) 在 TC I 中, 文献[14]给出了相应的费曼规则:

$$[P^+ - u_i - d_j] = i \frac{V_{u_i d_j}}{2F_\pi} [m_{u_i}(1-\gamma_s) - m_{d_j}(1+\gamma_s)] \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad (15a)$$

$$[P_8^+ - u_i - d_j] = i \frac{V_{u_i d_j}}{2F_\pi} \lambda^a [m_{u_i}(1-\gamma_s) - m_{d_j}(1+\gamma_s)], \quad (15b)$$

在 TC II 中, 文献[9]给出了相应的费曼规则:

$$[\pi_P^+ - u_i - d_j] = \frac{\sqrt{2}}{2} V_{u_i d_j} \frac{f}{f' v} [m_{u_i}(1-\gamma_s) - m_{d_j}(1+\gamma_s)], \quad (16)$$

这里  $u=(u, c, t)$ ,  $d=(d, s, b)$ ,  $\lambda^d$  是盖尔曼矩阵,  $v \cong 250 \text{ GeV}$  是电弱标度。

利用(15a), (15b)和文献[13]中的方法, 可以得出  $P(P^+, P_8^+)$  湮没过程的有效哈密顿:

$$H_{\text{eff}}^{(p)} = -\frac{V_{cb} V_{cs}^*}{F_\pi^2} \left[ \frac{2C_F}{m_{D_s^*}^2} + \frac{1}{12m_{D_s^+}^2} \right] (C_+ O_+ + C_- O_-) + \mathbf{h} \cdot \mathbf{c}, \quad (17)$$

由  $O_\pm$  主导的光子发射过程  $b \rightarrow s\gamma$  (见图 1(b)) 的振幅是:

$$M_{b(1)} = e e_s \bar{u}_s \gamma^\mu \frac{1}{y_2 \not{q} + \not{k} - m_s} [m_c(1-\gamma_s) - m_s(1+\gamma_s)] v_c \bar{v}_c [m_c(1-\gamma_s) - m_b(1+\gamma_s)] u_b, \quad (18a)$$

$$M_{b(2)} = e e_b \bar{u}_s [m_c(1-\gamma_s) - m_s(1+\gamma_s)] v_c \bar{v}_c [m_c(1-\gamma_s) - m_b(1+\gamma_s)] \frac{1}{x_2 \not{p} - \not{k} - m_b} \gamma^\mu u_b, \quad (18b)$$

$$M_{b(3)} = e e_c \bar{u}_s [m_c(1-\gamma_s) - m_s(1+\gamma_s)] v_c \bar{v}_c \gamma^\mu \frac{1}{-x_1 \not{p} + \not{k} - m_c} [m_c(1-\gamma_s) - m_b(1+\gamma_s)] u_b, \quad (18c)$$

$$M_{b(4)} = e e_c \bar{u}_s [m_c(1-\gamma_s) - m_s(1+\gamma_s)] \frac{1}{-y_1 \not{q} - \not{k} - m_c} \gamma^\mu v_c \bar{v}_c [m_c(1-\gamma_s) - m_b(1+\gamma_s)] u_b, \quad (18d)$$

所以  $M_b^{(p)} = M_{b(1)} + M_{b(2)} + M_{b(3)} + M_{b(4)}$

$$\begin{aligned} &= \frac{-ie}{m_{B_c}^2 - m_{D_s^*}^2} \left\{ e_s \frac{m_{D_s^*}}{m_s} \bar{u}_s \sigma^{\mu\lambda} k_\lambda [m_c(1-\gamma_s) - m_s(1+\gamma_s)] v_c \bar{v}_c [m_c(1-\gamma_s) - m_b(1+\gamma_s)] u_b \right. \\ &\quad - e_b \frac{m_{B_c}}{m_b} \bar{u}_s [m_c(1-\gamma_s) - m_s(1+\gamma_s)] v_c \bar{v}_c [m_c(1-\gamma_s) - m_b(1+\gamma_s)] \sigma^{\mu\lambda} k_\lambda u_b \\ &\quad - e_c \frac{m_{B_c}}{m_c} \bar{u}_s [m_c(1-\gamma_s) - m_s(1+\gamma_s)] v_c \bar{v}_c \sigma^{\mu\lambda} k_\lambda [m_c(1-\gamma_s) - m_b(1+\gamma_s)] u_b \\ &\quad \left. + e_c \frac{m_{D_s^*}}{m_c} \bar{u}_s [m_c(1-\gamma_s) - m_s(1+\gamma_s)] \sigma^{\mu\lambda} k_\lambda v_c \bar{v}_c [m_c(1-\gamma_s) - m_b(1+\gamma_s)] u_b \right\}, \end{aligned} \quad (19)$$

考慮等式:

$$\sigma_{\mu\nu} \gamma_\lambda = \epsilon_{\mu\nu\rho\theta} \gamma^\rho \gamma^\theta - i(g_{\mu\nu} \gamma_\theta - g_{\nu\lambda} \gamma_\mu), \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{有 } M_b^{(p)} &= -ie \frac{m_{B_c}^2 + m_{D_s^*}^2}{2(m_{B_c}^2 - m_{D_s^*}^2)} \left[ x_1 \left( \frac{e_b}{m_b} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{B_c} \bar{u}_s \gamma^\nu (1-\gamma_s) v_c \bar{v}_c \gamma_\nu (1-\gamma_s) \sigma^{\mu\lambda} k_\lambda u_b \right. \\ &\quad + x_2 \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{B_c} \bar{u}_s \gamma^\nu (1-\gamma_s) v_c \bar{v}_c \sigma^{\mu\lambda} k_\lambda \gamma_\nu (1-\gamma_s) u_b \\ &\quad - y_1 \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{D_s^*} \bar{u}_s \gamma^\nu (1-\gamma_s) \sigma^{\mu\lambda} k_\lambda v_c \bar{v}_c \gamma_\nu (1-\gamma_s) u_b \\ &\quad \left. - y_2 \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{D_s^*} \bar{u}_s \sigma^{\mu\lambda} k_\lambda \gamma^\nu (1-\gamma_s) v_c \bar{v}_c \gamma_\nu (1-\gamma_s) u_b \right], \end{aligned} \quad (21)$$

对  $b \rightarrow s\gamma$  过程, 用  $O_\pm^F$  代替  $O_\pm$ , 可以使有效哈密顿简化为:

$$H_{\text{eff}}^{(p)} = -\frac{V_{cb} V_{cs}^*}{F_\pi^2} \left[ \frac{2C_F}{m_{D_s^*}^2} + \frac{1}{12m_{D_s^+}^2} \right] (C_+ O_+^F + C_- O_-^F), \quad (22)$$

这里

$$O_{\pm}^F = -\frac{e(m_{B_c}^2 + m_{D_s^+}^2)}{2(m_{B_c}^2 - m_{D_s^+}^2)} \left\{ \left[ x_2 \left( \frac{e_b}{m_b} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{B_c} + y_2 \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{D_s^+} \right] \times (\tilde{F}_{\mu\nu} + iF_{\mu\nu}) O_{\pm}^{\mu\nu} + \left[ x_1 \left( \frac{e_b}{m_b} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{B_c} + y_1 \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{D_s^+} \right] (\tilde{F}_{\mu\nu} + iF_{\mu\nu}) O_{\mp}^{\mu\nu} \right\}, \quad (23)$$

$$O_{\pm}^{\mu\nu} = \pm \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c \bar{c} \gamma^\nu (1 - \gamma_5) b, \quad (24a)$$

$$\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} F^{\alpha\beta}. \quad (24b)$$

使用因子化方法<sup>[15]</sup>来计算强子矩阵元:

$$\begin{aligned} M_b^{(p)} &= -\langle D_s^* \gamma | H_{\text{eff}}^{(p)} | B_c \rangle \\ &= ea_2 \left[ \frac{2 C_F}{m_{P_s^+}^2} + \frac{1}{12m_{P_s^+}^2} \right] \frac{V_{cb} V_{cs}^*}{F_\pi^2} \frac{m_{B_c}^2 + m_{D_s^+}^2}{m_{B_c}^2 - m_{D_s^+}^2} \langle D_s^* | \bar{s} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) C | 0 \rangle. \\ &\langle 0 | \bar{c} \gamma^\nu (1 - \gamma_5) b | B_c \rangle \times \left\{ \tilde{F}_{\mu\nu} \left[ \left( \frac{e_b}{m_b} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{B_c} + \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) m_{D_s^+} \right] \right. \\ &\left. + iF_{\mu\nu} \left[ \left( \frac{e_b}{m_b} + \frac{e_c}{m_c} \right) (m_b - m_c) + \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) (m_s - m_c) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

出现在(25)中的矩阵元有如下表示:

$$\langle 0 | A^\nu | B_c(p) \rangle = i f_{B_c} p^\nu, \quad (26a)$$

$$\langle 0 | V^\mu | D_s^*(q, \varepsilon^*) \rangle = i f_{D_s^*} m_{D_s^*} \varepsilon^{*\mu}, \quad (26b)$$

所以

$$M_b^{(p)} = i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon^{*\mu} \varepsilon^\nu q^\alpha k^\beta f_{1(p)}^{\text{anni}} + [(\varepsilon \cdot \varepsilon^*)(p \cdot k) - (\varepsilon \cdot p)(\varepsilon^* \cdot k)] f_{2(p)}^{\text{anni}}, \quad (27)$$

这里

$$f_{1(p)}^{\text{anni}} = \eta' \left[ \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) \frac{m_{D_s^+}}{m_{B_c}} + \left( \frac{e_b}{m_b} + \frac{e_c}{m_c} \right) \right] \frac{m_{D_s^+} + m_{B_c}}{m_{B_c}^2 - m_{D_s^+}^2}, \quad (28a)$$

$$f_{2(p)}^{\text{anni}} = -\eta' \left[ \left( \frac{e_s}{m_s} + \frac{e_c}{m_c} \right) \frac{m_s - m_c}{m_{B_c}} + \left( \frac{e_b}{m_b} + \frac{e_c}{m_c} \right) \frac{m_b - m_c}{m_{B_c}} \right] \frac{m_{D_s^+} + m_{B_c}}{m_{B_c}^2 - m_{D_s^+}^2}, \quad (28b)$$

$$\eta' = ea_2 \left[ \frac{2C_F}{m_{P_s^+}^2} + \frac{1}{12m_{P_s^+}^2} \right] \frac{V_{cb} V_{cs}^*}{F_\pi^2} (m_{B_c}^2 + m_{D_s^+}^2) f_{B_c} f_{D_s^*}. \quad (29)$$

类似地, 能写下 TC II 中  $\Pi_p^+$  对弱湮没过程的有效哈密顿、跃迁振幅及形式因子:

$$H_{\text{eff}}^{(\pi_p)} = H_{\text{eff}}^{(p)} \left[ \left( \frac{2C_F}{m_{P_s^+}^2} + \frac{1}{12m_{P_s^+}^2} \right) \frac{1}{F_\pi^2} \rightarrow \left( \frac{f}{if'} \right)^2 \frac{1}{4m_{\pi_p}^2} \right], \quad (30a)$$

$$M_b^{(\pi_p)} = M_b^{(p)} \left[ \left( \frac{2C_F}{m_{P_s^+}^2} + \frac{1}{12m_{P_s^+}^2} \right) \frac{1}{F_\pi^2} \rightarrow \left( \frac{f}{if'} \right)^2 \frac{1}{4m_{\pi_p}^2} \right]. \quad (30b)$$

### 3 数字结果

为了计算短距离的企鹅图和弱湮没图对  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$  的贡献, 将对各个量取以下值:

(i) 质标量粒子  $B_c$  和矢量粒子  $D_s^*$  的衰变常数, 这里使用来自三个组[16]的报告结果:

$$f_{B_c} = f_{D_s^*} = 344 \text{ MeV}, \quad (31\text{a})$$

和最近的文献[17]的结果:

$$f_{B_c} = 500 \text{ MeV}. \quad (31\text{b})$$

(ii) 介子质量和夸克质量. 据粒子资料组<sup>[18]</sup>

$$M_{D_s^*} = 2.11 \text{ GeV}, m_b = 4.7 \text{ GeV}, m_c = 1.6 \text{ GeV}, m_s = 0.51 \text{ GeV}. \quad (32\text{a})$$

参考文献[19]以及由各种势模型<sup>[20]</sup>给出的结果, 使用

$$m_{B_c} = 6.27 \text{ GeV}, \quad (32\text{b})$$

在计算中还采用了  $m_{B_c} \approx m_b + m_c$ ,  $m_{D_s^*} \approx m_s + m_c$  近似.

(iii) CLEO 资料组<sup>[21]</sup>最近通过非轻衰变  $B \rightarrow D^* \pi (\rho)$  和  $B \rightarrow J/\psi K^*$  的研究, 获得参数  $a_2$ . 在这里, 采用:

$$a_2 = \frac{1}{2} (C_- - C_+) = 0.21, \quad (33)$$

(iv) CKM 矩阵元:

$$V_{cb} = 0.04 \text{ [22]}, |V_{ts}| = V_{cb}, |V_{cs}| = 0.9745, V_{tb} = 0.991. \quad (34)$$

(v)  $\alpha_s(\mu)$ , 利用  $\alpha_s(m_W) = 0.117$ , 通过

$$\alpha_s(\mu) = \frac{\alpha_s(m_Z)}{1 - \left(11 - \frac{2}{3} n_f\right) \frac{\alpha_s(m_Z)}{2\pi} \ln\left(\frac{m_Z}{\mu}\right)}, \quad (35\text{a})$$

能计算任何重整化标度下 QCD 耦合常数, 得到:

$$\alpha_s(m_b) = 0.203, \alpha_s(m_W) = 0.119. \quad (35\text{b})$$

(vi)  $m_{P_s^+}$  和  $m_{P_s^0}$ , 按照最近的 CLEO 95%<sup>[23]</sup>对分支比  $Br(B \rightarrow X_s \gamma)$  的约束:  $1.0 \times 10^{-4} < Br(B \rightarrow X_s \gamma) < 4.2 \times 10^{-4}$ , 文献[24]对  $m_{P_s^+}$  给出了限制:  $m_{P_s^+} > 400 \text{ GeV}$ , 采用:

$$m_{P_s^+} = (400 - 1000) \text{ GeV}. \quad (36\text{a})$$

LEP 对荷电的 Higgs 粒子  $H^\pm$  给出了直接的限制,  $m_{H^\pm} > 40.17 \text{ GeV}$ <sup>[25]</sup>, 而 CLEO II (AMMAR93) 通过观察到的  $B^0, B^+$  分支函数, 给出  $m_{H^\pm} > 250 \text{ GeV}$ <sup>[26]</sup>, 这个约束也适用于荷电的色单态粒子  $P^\pm$ . 根据文献[25, 27], 假定:

$$m_{P^\pm} = (60 - 250) \text{ GeV}. \quad (36\text{b})$$

(vii) 在两体有效耦合中, 哥尔斯通粒子的衰变常数  $F_\pi$  应是:

$$F_\pi = 246 / \sqrt{N_D} = 123 \text{ GeV} \text{ (对 TC I, } N_D = 4\text{),}$$

这样可以保证规范玻色子 Z 和 W 有正确的质量.

(viii)  $m_{\pi_p}$ , 文献[9]对 TC II 所允许的参数区间给出了限制:  $\frac{1}{2} m_z < m_{\pi_p} < 1 \text{ TeV}$ . 采用:

这

$$m_{\pi_p} = (60 - 1000) \text{ GeV}. \quad (37)$$

(ix)  $\frac{f}{f'} \cdot \frac{f}{f'}$  满足约束条件  $f^2 + f'^2 = t^2$  和手征微扰理论<sup>[9]</sup>. 采用:

$$\frac{f}{f'} = 0.115 - 1.74. \quad (38)$$

计算结果表明: 在 TC I 中, P 对企鹅图的贡献很大, 并且  $m_p$  越大, 贡献越大; 在 TC II 中, 对参数  $m_{\pi_p}$  和  $\frac{f}{f'}$  的取值区间重新进行了约束:

$$m_{\pi_p} = (60 - 120) \text{ GeV}, \quad \frac{f}{f'} = 0.115 - 1.2. \quad (39)$$

$$\text{或 } m_{\pi_p} = (250 - 1000) \text{ GeV}$$

为了使  $\pi_p$  对企鹅图的贡献趋于合理.

得到:

$$C_7^{(SM)}(m_b) = -0.3087, \quad C_7^{(I)}(m_b) = -0.7268 - 0.6845, \quad C_7^{(II)}(m_b) = -0.1766 - 0.3952 \quad (40)$$

从

$$\frac{f_i^{(ann)}(P, \pi_p)}{f_i^{(ann)}(W)} \leq 2.8 \times 10^{-2} \quad (i=1, 2), \quad (41)$$

从此得出结论: 与标准模型相比, TC I 和 TC II 中的荷电的哥尔斯通粒子的弱湮没的贡献是可以忽略不计的. 表 1 中给出了长和短距离贡献中的形式因子的比率; 利用振幅公式:

$$\Gamma(B_c \rightarrow D_s^* \gamma) = \frac{(m_{B_c}^2 - m_{D_s^*}^2)^3}{32\pi m_{B_c}^3} (f_1^2 + f_2^2). \quad (42)$$

表 2 给出了衰变率的比较; 文献[28]给出了  $B_c$  介子的寿命, 在这篇文章中, 取:

$$\tau_{B_c} = (0.4 \text{ ps} - 1.35 \text{ ps}). \quad (43)$$

利用它来计算分支比  $Br(B_c \rightarrow D_s^* \gamma)$ , 相应的结果在表 3 中给出.

表 1

$f_i^{(ann)} / f_i^{(pert)}$	SM	TC I	TC II
$f_1^{(ann)} / f_1^{(pert)}$	1.1613	0.4932 - 0.5237	-0.91335 - 2.0667
$f_2^{(ann)} / f_2^{(pert)}$	-0.5561	-0.2362 - 0.251	-0.9897 - 0.4374

表 2

$\Gamma(B_c \rightarrow D_s^* \gamma)$	SM	TC I	TC II
$\Gamma^{pert}$	$7.9886 \times 10^{-19}$	$(3.9276 - 4.428) \times 10^{-18}$	$(0.1883 - 1.2914) \times 10^{-18}$
$\Gamma^{ann}$	$-4.131 \times 10^{-19}$	$-4.141 \times 10^{-19}$	$-4.163 \times 10^{-19}$
$\Gamma^{total}$	$7.483 \times 10^{-19}$	$(1.9489 - 2.221) \times 10^{-18}$	$(5.2664 - 7.117) \times 10^{-19}$

表 3

$\tau_{B_c}$	0.4ps	0.90ps	1.35ps
$Br^{\text{SM}}_{\text{total}}$	$4.549 \times 10^{-7}$	$1.0235 \times 10^{-6}$	$1.535 \times 10^{-6}$
$Br^{\text{TCI}}_{\text{total}}$	$(1.185 - 1.350) \times 10^{-6}$	$(2.666 - 3.038) \times 10^{-6}$	$(3.999 - 4.557) \times 10^{-6}$
$Br^{\text{TCII}}_{\text{total}}$	$(3.178 - 5.53) \times 10^{-7}$	$7.151 \times 10^{-7} - 1.244 \times 10^{-6}$	$(1.073 - 1.866) \times 10^{-6}$

#### 4 讨论和结论

在 TC I 和 TC II 模型下研究了对过程  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$  有贡献的两种机制。正如文献[4,6]中指出的那样，在由电磁企鹅图主导的短距离的贡献（见图 1(a)），通过胶子交换的硬散射动量的平方为  $3.35\text{GeV}$ ，可以应用微扰 QCD 来计算。硬散射过程不能象由终态束缚态波函数描述的软强子过程那样进行研究，这正是我们不能应用普遍使用的带有旁观者模型<sup>[29]</sup>来研究  $B_c$  的两体衰变的主要理由。弱湮没也是一个重要的机制，它的贡献比较大，这和由电磁企鹅统治的辐射弱  $B^\pm$  衰变有明显的区别。在  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$  衰变中，弱湮没过程的贡献大主要是因为轻微的卡比玻角压缩。在  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$  中，弱湮没振幅中的 CKM 部分是  $|V_{cb} V_{cs}^*|$ ，而在  $B_\pm \rightarrow k^\pm \gamma$  中相应的 CKM 部分是  $|V_{ub} V_{us}^*|$ ，后者要比前者小得多。在这篇文章中，忽略了由矢量介子主导过程<sup>[30]</sup>因为  $J/\psi (\psi') \rightarrow \gamma$  耦合很小。发现：TC I 模型对电磁企鹅图的修正很大， $\Gamma^{\text{total}}$  可达到  $2.221 \times 10^{-18}$ ，是 MS 模型的 2.5 倍；而 TC II 模型对电磁企鹅图的贡献较小；TC I 和 TC II 中荷电的哥尔斯通粒子对弱湮没过程的贡献都非常小，可以忽略；另外，为使 TC II 模型中的荷电哥尔斯通粒子对电磁企鹅图的贡献合理，我们对参数  $m_{\pi_b^+} / f'$  重新进行了约束，因为当  $m_{\pi_b^+} \rightarrow m_t$  时， $C_7^{\text{eff}(0)}(m_b)$

出现奇异。

在 Tevatron 和 LHC 上产生的  $B_c$  数分别估计为<sup>[31]</sup>1600 和  $2.1 \times 10^8$  个。使用这些数字和  $Br(B_c \rightarrow D_s^* \gamma)$ ，能够估计在 Tevatron 和 LHC 上观察到  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$  这个有趣过程的可能性。发现：在 Tevatron 上是不可观察的；在 LHC 上对应 TC I, TC II, SM 模型会产生近 1000、200、350 个  $B_c$  介子。因此将来它能够在 LHC 上很好地研究这个差异，进而对不同的模型进行检验。

#### 参 考 文 献

- [1] S. L. Glashow, *Nucl. phys.*, **22** (1961) 579; S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19** (1967) 1246.
- [2] S. Weinberg, *phys. Rev.*, **D13** (1976) 974; **19** (1979) 1277; L. Susskind, **20** (1979) 2619; E. Echtern, K. Lane, *phys. Lett.*, **90B** (1980) 125; Aappelquist *et al.*, *phys. Rev. Lett.*, **57** (1986) 957.
- [3] D. S. Du, Z. Wang, *phys. Rev.*, **D39** (1989) 42; K. Cheng, T. C. Yuan, *Phys. Lett.*, **B325** (1994) 481; *phys. Rev.*, **D48** (1994) 5049; L. G. Lu, *et al.*, *phys. Lett.*, **B341** (1995) 391; *phys. Rev.*, **D51** (1995) 221.
- [4] D. S. Du, G. R. Lu, Y. D. Yang BIHEP-TH-38 (Submitted to *phys. Lett.*, **B**).
- [5] H. Leibtwyler, M. Roos, *Z. phys.*, **C 25** (1984) 91.
- [6] D. S. Du *et al.*, BIHEP-TH-32 (to be published in *phys. Lett.*, **B**).
- [7] A. Szczepaniak, *et al.*, *phys. Lett.*, **B243** (1990) 287; C. E. Carlson, J. Mil Rna, *phys. Lett.*, **B301** (1993) 237; *phys.*

- Rev.* **D49** (1994) 5908.
- [8] E. Farhi, L. Susskind, *Phys. Rev.*, **D20** (1979) 3404; S. Dimopoulos, *Nucl. phys.*, **B168** (1980) 69.
  - [9] C. D. Carone, H. Georgi, *Phys. Rev.*, **D49** (1994) 1427.
  - [10] S. J. Brodsky, Gp. Lepage, *Phys. Rev.* **D22** (1980) 2157.
  - [11] S. J. Brodsky, C. R. Ji, *Phys. Rev. Lett.*, **55** (1985) 2257.
  - [12] B. Grinstein *et al.*, *Nucl. Phys.*, **B339** (1990) 269.
  - [13] H. Y. Cheng *et al.*, *Phys. Rev.*, **D51** (1995) 1199.
  - [14] J. Preskill, *Nucl. Phys.*, **B117** (1981) 21.
  - [15] H. Y. Cheng, *Int. J. Mod. Phys.*, **A4** (1989) 495.
  - [16] A. Aoki *et al.*, *prog. Theor. Phys.*, **89** (1993) 137; D. Acosta *et al.*, CLNS 93 /1238; BES Collaboration, J. Z. Bai *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **74** (1995) 4599.
  - [17] W. Buchmüller, S-H. HTye, *Phys. Rev.*, **D24** (1994) 132; A. Martin, *Phys. Lett.* **B93** (1980) 338; C. Quigg, J. L. Rosner, *Phys. Lett.*, **B71** (1977) 153; E. Eichten *et al.*, *Phys. Rev.* **D17** (1978) 3090.
  - [18] particle Data Group, L. Montanet *et al.*, *Phys. Rev.*, **D50** (1994) 1173.
  - [19] W. Rong, J. L. Rosner, *Phys. Rev.*, **D44** (1991) 212.
  - [20] E. J. Eichten, C. Quigg FERMILAB-PUB-94 /032-T hep-ph /942201.
  - [21] CLEO Collaboration, M. S. Alam *et al.*, *Phys. Rev.*, **50** (1994) 43.
  - [22] M. Neubert, *Phys. Lett.*, **B338** (1994) 84.
  - [23] CLEO Collaboration, M. S. Alam *et al.*, *Rev. Lett.*, **74** (1995) 2285.
  - [24] C. D. Lü, Z. J. Xiao, HNU-TH /95-09 (Submitted to *phys. Rev. D*)
  - [25] ALEPH Collaboration, D. Decamp *et al.*, *Phys. Rev.*, **216** (1992) 253.
  - [26] SLAC, R. H. Schindler, *Phys. Rev.*, **D50** (1994) 1601.
  - [27] M. E. Peskin, T. Takeuchi, *Phys. Rev.*, **D46** (1992) 381.
  - [28] C. Quigg, FERMILAB-conf-93 /265-T; C. H. Cheng, Y. Q. Chen, *Phys. Rev.*, **D49** (1994) 3399; P. Colangelo *et al.*, *Z. Phys.*, **C57** (1993) 43.
  - [29] M. Bauer *et al.*, *Z. Phys.*, **C29** (1985) 637; B. Grinstein *et al.*, *Phys. Rev.* **D39** (1987) 799.
  - [30] E. Golowich, S. Pakvasa, *Phys. Rev.*, **D51** (1995) 1215; H. Y. Cheng, *Phys. Rev.*, **D51** (1995) 6288.
  - [31] K. Cheung, *Phys. Rev. Lett.*, **71** (1993) 3413.

## A Study on Rare Radiative Decay $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$ in Technicolor Models

Lu Gongru<sup>1</sup> Xiong Zhaohua<sup>1</sup> Cao Yigang<sup>1</sup> Yang Yadong<sup>2</sup>

1 (*Physics Department of Henan Normal University, Xinxiang 453002*)

2 (*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

Received 26 March 1996

### Abstract

We calculate the pseudo-Goldstone-bosons (PGB) contributions to the decay  $B_c \rightarrow D_s^* \gamma$  in one generation technicolor model (TCI) and the technicolor model with massless doublet (TCII), and compare with the contributions estimated in the standard model. We find that the contributions of PGBs in the TCI to the electro-magnetic penguin diagram are large, whereas those of the TCII are small. However, the contributions to the weak annihilation diagrams can be neglected. It is expected that the difference of the branching ratio  $Br(B_c \rightarrow D_s^* \gamma)$  in various models can be studied at LHC in near future, and will be an important test to different models.

**Key words** radiative decay, pseudo-Goldstone-bosons, technicolor model, electro-magnetic penguin, weak annihilation mechanism.