

QGP 中夸克静色电波的辐射研究*

白 鸽

(华中师范大学物理系 武汉 430070)

李 家 荣

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430070)

1996-11-11 收稿

摘 要

利用 QGP 中存在德拜屏蔽现象以及高温极限下 QGP 中夸克的分布函数和色电势, 得到 QGP 中夸克静色电波的辐射功率. 讨论了夸克静色电波的辐射功率与德拜长度 λ_D 的关系. 有助于利用辐射功率研究德拜屏蔽位势.

关键词 夸克胶子等离子体, QGP 动力论方程, 屏蔽位势, 静色电波, 辐射.

1 引 言

对于夸克胶子等离子体 (QGP) 中色屏蔽效应的研究, 已有不少工作^[1-4]. 在我们以前的工作中, 曾建立分析 QGP 中色屏蔽的动力论方法^[5], 即从 QGP 动力论方程出发, 计及运动检验夸克色电场扰动, 采用微扰方法, 计算到反映出非阿贝尔效应的第二阶, 得到 QGP 中计及夸克间有相对速度时的屏蔽位势. 但如何与实验结果直接联系讨论 QGP 屏蔽现象, 是一个待研究的课题.

本文试图利用 QGP 中存在德拜屏蔽现象以及高温极限下 QGP 中夸克的分布函数和色电势^[5], 得到 QGP 中夸克静色电波的辐射功率, 讨论了夸克静色电波的辐射功率与德拜长度 λ_D 的关系, 有助于利用辐射功率研究德拜屏蔽位势.

2 QGP 中夸克静色电波的辐射

为了研究 QGP 中夸克静色电波的辐射, 需要在 QGP 中引入一个检验夸克, 并假设 QGP 仅仅受到运动检验夸克色电场的轻微扰动, 则相对论动力论方程的零级方程、一级方

*国家自然科学基金资助.

程和二级方程分别为^[5]

$$O(\varepsilon^0): \left. \begin{aligned} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f^{(0)} &= 0, \\ \frac{\partial \bar{f}^{(0)}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \bar{f}^{(0)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$O(\varepsilon): \left. \begin{aligned} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f^{(1)} &= \frac{g}{m} \nabla \phi^{(1)} \cdot \nabla_v f^{(0)}, \\ \frac{\partial \bar{f}^{(1)}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \bar{f}^{(1)} &= -\frac{g}{m} \nabla \phi^{(1)} \cdot \nabla_v \bar{f}^{(0)}, \\ \nabla^2 \phi^{(1)} &= -4\pi \delta^4(x^0 - x') q_T + 4\pi \rho_{\text{QGP}}^{(1)}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$O(\varepsilon^2): \left. \begin{aligned} \frac{\partial f^{(2)}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f^{(2)} &= \frac{g}{m} \nabla \phi^{(1)} \cdot \nabla_v f^{(1)} + \frac{g}{m} \nabla \phi^{(2)} \cdot \nabla_v f^{(0)}, \\ \frac{\partial \bar{f}^{(2)}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \bar{f}^{(2)} &= -\frac{g}{m} \nabla \phi^{(1)} \cdot \nabla_v \bar{f}^{(1)} - \frac{g}{m} \nabla \phi^{(2)} \cdot \nabla_v \bar{f}^{(0)}, \\ \nabla^2 \phi^{(2)} &= g f_{abc} \nabla \phi^{a(1)} \cdot \nabla \phi^{b(1)} t_c + 4\pi \rho_{\text{QGP}}^{(2)}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中 $f^{(0)}$ 和 $\bar{f}^{(0)}$ 分别是夸克和反夸克在平衡态时的分布函数, $f^{(1)}$ 、 $\bar{f}^{(1)}$ 和 $f^{(2)}$ 、 $\bar{f}^{(2)}$ 分别是夸克、反夸克的分布函数一级修正和二级修正. ρ_T 是色荷密度, $\rho_{\text{QGP}}^{(1)}$ 和 $\rho_{\text{QGP}}^{(2)}$ 分别是运动的检验夸克在 QGP 中引起的极化色荷密度和极化色荷密度的修正量. $\phi^{(1)}$ 和 $\phi^{(2)}$ 是色电势的修正量. f_{abc} 和 t_c 分别是 $SU(3)$ 群的结构常数和群的生成元.

利用积分变换方法, 计算到反映出非阿贝尔效应的第二阶, 可得到 QGP 中计及夸克间相对速度的屏蔽位势以及夸克、反夸克的分布函数一级修正分别为^[5]

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\varepsilon q_T k^2}{m^2 r} \exp \left[-r \left(2 \left(-\left(\frac{gm}{2\pi} \right)^2 \int \frac{1}{u'} \frac{\partial}{\partial u'} (F^{(0)} + \bar{F}^{(0)}) du' \right) \right. \right. \\ &\quad - \frac{\varepsilon g f_{abc} q_T^a q_T^b t_c k^2}{m^2} \left(1 - \frac{u'}{r^2} (\lambda_D^{(1)})^2 \right)^{-1} \left(\frac{gm}{2\pi} \right)^2 \int \frac{1}{u'} \frac{\partial}{\partial u'} (F^{(0)} + \bar{F}^{(0)}) du' \\ &\quad \left. \left. - 2\varepsilon q_T r \left(1 - \frac{u'}{r^2} (\lambda_D^{(1)})^2 \right)^{-1} \left(\frac{gm}{2\pi} \right)^2 \int \frac{1}{u'} \frac{\partial}{\partial u'} (F^{(1)} + \bar{F}^{(1)}) du' \right)^{1/2} \right], \quad (4) \end{aligned}$$

$$f^{(1)} = \frac{g}{m} \frac{k^2 q_T}{m^2 r} \frac{1}{u'} \frac{\partial F^{(0)}}{\partial u'} \exp \left[-r \left(-\left(\frac{gm}{2\pi} \right)^2 \int \frac{1}{u'} \frac{\partial}{\partial u'} (F^{(0)} + \bar{F}^{(0)}) du' \right)^{1/2} \right], \quad (5)$$

$$\bar{f}^{(1)} = -\frac{g}{m} \frac{k^2 q_T}{m^2 r} \frac{1}{u'} \frac{\partial \bar{F}^{(0)}}{\partial u'} \exp \left[-r \left(-\left(\frac{gm}{2\pi} \right)^2 \int \frac{1}{u'} \frac{\partial}{\partial u'} (F^{(0)} + \bar{F}^{(0)}) du' \right)^{1/2} \right]. \quad (6)$$

其中 r 为夸克间的相对距离, u' 为检验夸克和热运动夸克间的相对速度在动量方向的投

影, $\lambda_D^{(1)}$ 为一级德拜长度, $F^{(0)}$ 和 $\bar{F}^{(0)}$ 分别为

$$F^{(0)} = \int \delta\left(u - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{k}|}\right) f^{(0)} d\mathbf{v}$$

和

$$\bar{F}^{(0)} = \int \delta\left(u - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{k}|}\right) \bar{f}^{(0)} d\mathbf{v}.$$

由于 QGP 中存在德拜屏蔽, 即 QGP 中单个夸克是被屏蔽云所环绕, 在大于德拜长度的位置, 相互作用被屏蔽, 所以可以把 QGP 看成是由一群无关联的带有屏蔽云的离散夸克集合而成. 考虑在 QGP 中一个屏蔽的夸克带有一层极化云. 当该夸克通过 QGP 运动时, 其极化云同它一起前进. QGP 中夸克的极化云使得运动夸克受到一个阻力, 由于这个阻力的作用, 运动夸克辐射出静色电波.

利用 QGP 中夸克的色电势 ϕ (4) 式, 可以写出 QGP 中处在 x'_i 的运动夸克所产生的色电场为

$$\begin{aligned} E &= -\frac{\partial}{\partial r} \phi \\ &= \frac{\varepsilon q_T R^2}{m^2 r^2} \exp(M) + \frac{\varepsilon q_T k^2}{m^2 r} \exp(M) \\ &\quad \cdot \left[\frac{M}{r} + \frac{1}{2} M \left(-\frac{\varepsilon g f_{abc} q_T^a q_T^b t_c k^2}{m^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(1 - \frac{u'}{r^2} (\lambda_D^{(1)})^2 \right)^{-1} \left(-\frac{gm}{2\pi} \right) (\lambda_D^{(1)})^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2\varepsilon q_T \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(1 - \frac{u'}{r^2} (\lambda_D^{(1)})^2 \right)^{-1} \left(\frac{gm}{2\pi} \right)^2 \int \frac{1}{u'} \frac{\partial}{\partial u'} (F^{(1)} + \bar{F}^{(1)}) du' \right) \right) \right], \quad (7) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} M &= -r \left(2 \left(-\left(\frac{gm}{2\pi} \right)^2 \int \frac{1}{u'} \frac{\partial}{\partial u'} (F^{(0)} + \bar{F}^{(0)}) du' \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\varepsilon g f_{abc} q_T^a q_T^b t_c k^2}{m^2} \left(1 - \frac{u'}{r^2} (\lambda_D^{(1)})^2 \right)^{-1} \left(\frac{gm}{2\pi} \right)^2 \int \frac{1}{u'} \frac{\partial}{\partial u'} (F^{(0)} + \bar{F}^{(0)}) du' \right. \\ &\quad \left. - 2\varepsilon q_T r \left(1 - \frac{u'}{r^2} (\lambda_D^{(1)})^2 \right)^{-1} \left(\frac{gm}{2\pi} \right)^2 \int \frac{1}{u'} \frac{\partial}{\partial u'} (F^{(1)} + \bar{F}^{(1)}) du' \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

考虑裸试验夸克的场^[6]

$$E_0 = -\nabla \phi_0, \quad (8)$$

其中 $\phi_0 = \frac{k^2 q_T}{m^2 r}$.

从总的色电场 (7) 式减去裸试验夸克的场, 就可以得到作用于试验夸克上的阻力为

$$F = (E - E_0) q_T. \quad (9)$$

将 $F^{(0)}$ 、 $\bar{F}^{(0)}$ 和 $F^{(1)}$ 、 $\bar{F}^{(1)}$ 代入, 并考虑高温极限情况, 作用于试验夸克上的阻力又可表示为

$$\begin{aligned}
F = & \frac{k^2 q_T^2}{m^2 r^2} \left[\varepsilon \exp \left(-r \left(\frac{B}{gT} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 R^2} \right)^{1/2} \right)^{-1} \right) \right. \\
& + \varepsilon \exp \left(-r \left(\frac{B}{gT} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{1/2} \right)^{-1} \right) \left(\left(\frac{B}{gT} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{1/2} \right)^{-1} \right. \\
& - \frac{1}{2} r \left(\frac{B}{gT} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{1/2} \right) (gT)^2 \left(\frac{\varepsilon f_{abc} q_T^a q_T^b t_c k^2}{m^2} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{-2} \right. \\
& \cdot \left(\frac{2u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right) + \frac{2\varepsilon q_T^2 k^2}{m^2 r} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{-1} + \frac{2\varepsilon q_T^2 k^2}{m^2} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{-2} \\
& \left. \left. \cdot \left(\frac{2u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^3 k^2} \right) + \frac{2\varepsilon q_T^2 k^2}{m^2 r} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{-1} \right) \right] - 1 \Bigg], \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\text{其中 } B = \left(\frac{\varepsilon f_{abc} q_T^a q_T^b t_c k^2}{m^2} + \frac{2\varepsilon q_T^2 k^2}{m^2} \right)^{-1/2}$$

单位体积内试验夸克所辐射的静色电波的总功率为

$$\begin{aligned}
\left\langle \frac{dI}{dt} \right\rangle &= \int (f(u') + \bar{f}(u')) u' F du' \\
&= \int (f^{(0)}(u') + \bar{f}^{(0)}(u')) u' F du' + \int (f^{(1)}(u') + \bar{f}^{(1)}(u')) u' F du'. \quad (11)
\end{aligned}$$

将 F 、 $f^{(0)}$ 、 $\bar{f}^{(0)}$ 和 $f^{(1)}$ 、 $\bar{f}^{(1)}$ 代入上式,并考虑到检验夸克与热运动夸克的相对速度取值
为热运动的量级,因而 u' 的最大值可以取为 $\sqrt{\frac{T}{m}}$. 考虑高温极限,于是得到

$$\left\langle \frac{dI}{dt} \right\rangle = \left[\frac{2g^2 k^3 q_T}{m^3 B} u' + \frac{\varepsilon g^3 k^5 q_T}{m^5 B} u'^2 + 2|k|r^2 \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon u'^3 \right) \lambda_D^{-1} - 1 \right] \frac{k^2 q_T^2}{m^2 r^2}. \quad (12)$$

(12)式为高温极限下,考虑运动效应,单位体积内运动夸克所辐射的静色电波的总功率与德拜长度 λ_D 的关系. 其中^[5]

$$\begin{aligned}
\lambda_D &= \frac{1}{gT} \left[\frac{\varepsilon f_{abc} q_T^a q_T^b t_c k^2}{m^2} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{-1} + \frac{2\varepsilon q_T^2 k^2}{m^2} \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{-1} \right]^{-1/2} \\
&= \frac{1}{gT} B \left(1 - \frac{u' \left(\frac{T}{m} \right)^{3/2}}{r^2 k^2} \right)^{1/2}. \quad (13)
\end{aligned}$$

考虑将 $SU(3)$ 群的结构常数 f_{abc} 以及群的生成元 t_c 的盖尔曼表示代入 (13) 式并求迹, 则德拜长度 λ_D 为

$$\begin{aligned}\lambda_D &= \text{Tr}(\lambda_D) \\ &= \frac{1}{gT} \left(\frac{ek^2q_T^2}{2m^2} \right)^{-1/2} \left(1 - \frac{T}{r^2m^3} \right)^{1/2} (6^{-1/2} + 4^{-1/2} + 2^{-1/2}) \\ &= \frac{1}{gT} \left(\frac{2m^2}{\epsilon q_T^2 k^2} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{T}{r^2m^3} \right)^{1/2} 1.61,\end{aligned}\quad (14)$$

其中 (λ_D) 为德拜长度 λ_D 的矩阵表示.

将 (14) 式代入 (12) 式, 单位体积内运动夸克所辐射的静色电波的总功率为

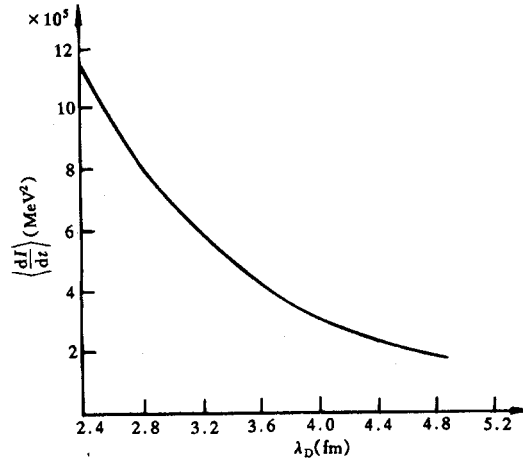


图 1 $\langle \frac{dI}{dt} \rangle - \lambda_D$ 图

T: 200 MeV—400 MeV.

$$\begin{aligned}\langle \frac{dI}{dt} \rangle &= \sum_{m_q} \left[\frac{2g^2k^3q_T}{m_q^3B'} \sqrt{\frac{T}{m_q}} + \frac{\epsilon g^3k^5q_T}{m_q^5B'} \left(\sqrt{\frac{T}{m_q}} \right)^2 + 2|k|r^2 \left(1 + \frac{2}{3} \epsilon \left(\sqrt{\frac{T}{m_q}} \right)^3 \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot \left(\frac{1}{gT} \left(\frac{2m_q^2}{\epsilon k^2 q_T^2} \right)^{1/2} \cdot \left(1 - \frac{T}{r^2m_q^3} \right)^{1/2} 1.61 \right)^{-1} - 1 \right] \frac{k^2 q_T^2}{m_q^2 r^2},\end{aligned}\quad (15)$$

其中 \sum_{m_q} 是对 QGP 中各种夸克求和.

(14) 式和 (15) 式是考虑将 u' 取为最大值 $\sqrt{\frac{T}{m}}$ 的结果, 其运动效应反映在因子 $\sqrt{\frac{T}{m}}$ 中, 其中

$$B' = \left(\frac{\epsilon q_T^2 k^2}{2m_q^2} \right)^{-1/2} 1.61.$$

考虑 u、d 夸克和 c 夸克的质量分别为 $m_{u,d} = 350 \text{ MeV}$ 和 $m_c = 1.5 \text{ GeV}$, 选取耦合常数 $g = 0.2^{[1]}$ 、夸克间相对距离 $r = 0.16 \text{ fm}^{[1]}$ 、 λ_D 的温度区为 $200 \text{ MeV} - 400 \text{ MeV}$, 利用 (15) 式可作出单位体积内运动夸克辐射的静色电波的总功率随德拜长度 λ_D 变化的曲线, 如图 1 所示.

3 结 束 语

本文利用 QGP 中存在德拜屏蔽现象以及高温极限下 QGP 中夸克的分布函数和色电势, 讨论夸克静色电波辐射功率 $\left\langle \frac{dI}{dt} \right\rangle$ 与德拜长度 λ_D 的关系发现: 运动夸克静色电波辐射功率 $\left\langle \frac{dI}{dt} \right\rangle$ 随德拜长度 λ_D 的增大而减小. 此结果表明, 采用本文研究方法讨论夸克静色电波的辐射功率 $\left\langle \frac{dI}{dt} \right\rangle$ 与德拜长度 λ_D 的依赖关系, 有助于利用辐射功率研究德拜屏蔽位势.

参 考 文 献

- [1] F. Karsch, *Z. Phys.*, **C38**(1988)147.
- [2] A. Rebhan, *Phys. Rev.*, **D48**(1993)R3967;
E. Braaten, A. Niteo, *Phys. Rev. Lett.*, **73**(1994)2402.
- [3] H. TELZE, U. Heinz, *Phys. Rev.*, **183**(1989)81.
- [4] Zhang Xiaofei, Li Jiarong, *Phys. Rev.*, **C52**(1995)964;
Zhang Xiaofei, Li Jiarong, *Journal of Physics*, **G21**(1995)1483.
- [5] 白 鸽、李家荣, 高能物理与核物理, **20**(1996)801.
- [6] N. A. Krall, A. W. Trivelpiece, *Principles of Plasma Physics*, McGraw-Hill, 1973.

Study on Radiation of the Rest Color Electric Wave of Quarks in QGP

Bai Ge

(Department of Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)

Li Jiarong

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)

Received 11 November 1996

Abstract

Using the Debye screening in QGP, the distribution function and the color electric potential of the quarks at high temperature, the radiated power of the rest color electric wave of the quarks in QGP are obtained. The relation between the radiated power of the rest color electric wave of the quarks and the Debye length λ_D is discussed. This will help to study the Debye screening potential using the radiated power.

Key words quark gluon plasma, QGP kinetic equation, screening potential, rest color electric wave, radiation.