

¹²C 基态和低激发态微观结构的对称性分析*

解文方

鲍诚光

(广东工业大学 广州 510090)

(中山大学物理系 广州 510275)

1994-08-08 收稿

摘 要

通过 3α 集团模型, 对 ¹²C 的基态和低激发态的微观结构进行对称性分析, 得到一些令人感兴趣的结果。

关键词 微观结构, 对称性, α 集团模型。

一个由两个质子和两个中子组成的集团, 称为 α 集团。由于 α 集团本身结合得很紧, 所以 ¹²C 的基态和低激发态可以看作是无集团内部激发的 3α 集团结构, 这种描述直至激发能大约是 15MeV (这里 ¹²C 出现第一个 $T = 1$ 的态) 都是近似正确的^[1]。 ¹²C 的 $T = 0$ 实验能谱如图 1 所示。

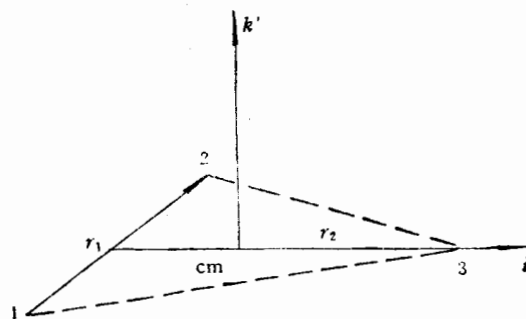
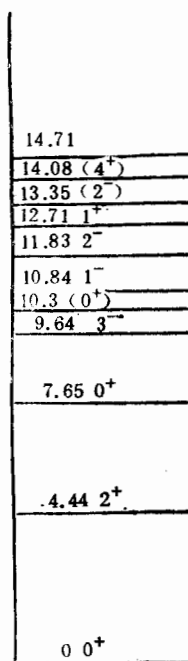


图2 Jacobi 坐标和体轴

本文将把 ¹²C 的低能态看成一个 3α 集团结构, 采用量子力学对称性分析, 定性地得出 ¹²C 的基态和低激发态微观结构的一些性质, 在质心系中, 作为一个三体系统, 其波函数为

* 国家自然科学基金资助项目和国家教委博士点基金资助。

$$\psi_{LM} = \sum_{i_1 i_2} f_{i_1 i_2}(r_1 r_2) [Y_{l_1}(\theta_1) Y_{l_2}(\theta_2)]_{LM}, \quad (1)$$

其中 r_1 和 r_2 为 Jacobi 坐标, 让我们引入体轴 $i' - j' - k'$, 其中 k' 与三粒子平面 σ 垂直(如图 2 所示). 则波函数可重新表示为

$$\psi_{LM} = \sum_{Q=-L}^L D_{0M}^L(-\mathbf{R}) \psi_Q, \quad (2)$$

$$\psi_Q = \sum_{i_1 i_2} f_{i_1 i_2}(r_1 r_2) [Y_{l_1}(\theta_1') Y_{l_2}(\theta_2')]_{LQ}. \quad (3)$$

其中 \mathbf{R} 表示从固定坐标系到体轴的欧拉转动. θ_1' 与 θ_2' 表示相对于体轴的角坐标.

注意到:

(1) σ 面围绕 k' 旋转 180° 与空间反演等价, 所以体系波函数的 ψ_Q 组分必须满足

$$\pi(-1)^Q = 1, \quad (4)$$

其中 $\pi = (-1)^{l_1+l_2}$ 为宇称, 否则 ψ_Q 将不允许存在.

(2) 如果三粒子构成一个以粒子 3 为顶点的等腰三角形(IST), 则围绕 i' 旋转 180° 相当于粒子 1 和 2 的交换. 由于

$$e^{-i\pi L_x} \psi_Q = (-1)^L \psi_Q = \pi(-1)^Q \psi_Q^*, \quad (5)$$

由于允许存在的组分恒有 $\pi(-1)^Q = 1$, 又由于 ψ_{LM} 应对粒子置换全对称, 因而

$$\psi_Q(\text{IST}) = \psi_Q^*(\text{IST}). \quad (6)$$

该式表明 ψ_Q 的虚部 ($\text{Im}\psi_Q$) 在 IST 处为零, 即 IST 组态是 $\text{Im}\psi_Q$ 的节线.

(3) 若三粒子构成等边三角形 (ET), 则体系绕 k' 转 120° 相当于粒子轮换. 因而

$$(1 - e^{i\frac{2\pi}{3}Q}) \psi_Q(\text{ET}) = 0. \quad (7)$$

(7)式表明当 $Q \neq 3k$ 时 (k 为整数), $\psi_Q(\text{ET}) = 0$; 即若 $Q = 1, 2, 4, 5, \dots$, 则 ET 组态是 ψ_Q 的节线.

除此之外, 当 $Q = 0$ 时, 还有

$$\psi_0 = \pi(-1)^L \psi_0^* \quad (8)$$

由(4)、(6)、(7)、(8)式可予期 ^{12}C 较低态的主要特点.

例如对于 1^+ 态, 其 $Q = 1$ 组分完全被(4)式禁戒; 其 $Q = 0$ 组分的实部(即 $\text{Re}\psi_0$) 被(8)式禁戒, 其虚部(即 $\text{Im}\psi_0$) 则受到(6)式的制约, 在 IST 组态出现节线. 节线的出现意味着激烈的内部运动, 特定的节线则与特定的运动模式相对应^[2,3]; 而出现在 IST 组态的节线对应于处于 IST 顶端的粒子围绕 IST 作为平衡形态左右摇摆的模式, 简称为 S 模式(如图 3(a) 所示). 相应的节点称为 S 节点. 再看 1^- 态, $Q = 0$ 成分完全被(4)式禁戒. 其 $Q = 1$ 成分的虚部受到(6)式的制约而出现 S 节点, 其实部虽无 S 节点, 但又因受制于(7)式, 而在 ET 组态上出现节线. 该节线对应于一种围绕 ET 的振动^[2], 称为 η 模式(如图 3(b) 所示), 相应的节点称为 η 节点.

对于 ψ_0 组分, S 模式是一种能量很高的模式, 这是因为当粒子“3”相对于粒子“1”“2”运动时, 在 A, A', A'' 等处(见图 3(a)) 均出现等腰形, 这些等腰形均导致 ψ_0 组分出现节点. 这些密集的节点导致激烈的运动, 所以能量比较高.

我们把 ^{12}C 的基态和低激发态在 3α 集团模型假定下, 均在体轴上进行分析. 对各 ψ_Q

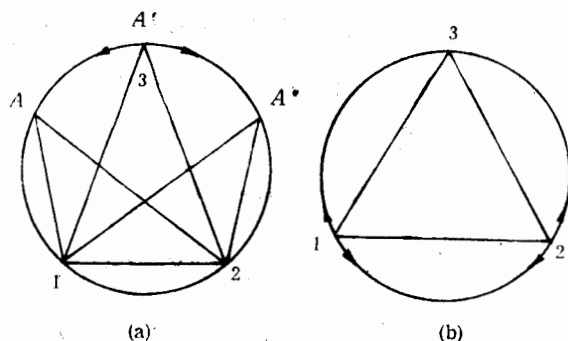


图3 两种内部振动模式: S模式(a)与η模式(b)

表1 波函数Q组分的固有节线

L^π	ψ_0^R	ψ_0^I	ψ_1^R	ψ_1^I	ψ_2^R	ψ_2^I	ψ_3^R	ψ_3^I	ψ_4^R	ψ_4^I
0^+										
1^+		S								
1^-			η	S						
2^+					η	S				
2^-			η	S						
3^-			η	S				S		
4^+					η	S			η	S

组分的分析结果列在表1。其中 ψ_0^R 表示 $\text{Re}\phi_0$, ψ_0^I 表示 $\text{Im}\phi_0$ 。空格表示该组分不含内禀节线(即根源于量子力学对称性的节线)。η和S分别表示含η或S节点(线)。黑格表示该组分被完全禁戒。对于各首态(即给定 L^π 的最低态),有以下结论:

(1) 对于正宇称态,由于 0^+ 、 2^+ 、 4^+ 的 $\text{Re}\phi_0$ 均不含内禀节线,预期这些态将以 $\text{Re}\phi_0$ 为主。这样,波函数得以围绕最有利构形(即边长为最优化的正三角形)缓和地(即无节线)进行分布,以便位能较低且动能较小。因此这些态必定内能较低,且结构十分相近;于是它们构成一个转动带,其间能量的差异主要来自集体转动。若定义转动能 $T_L = AL(L+1)$, 其中 A 由 2^+ 的实验激发能 4.44MeV 来定,得 $A = 0.74\text{MeV}$ 。由此算得 4^+ 的 T_L 为 14.8MeV , 这与实验激发能 14.08MeV 相近。

(2) 对于负宇称态 1^- 、 2^- 、 3^- , 其中只有 3^- 态含无节线组分($\text{Re}\phi_3$),因而 3^- 有可能比 1^- 、 2^- 为低,而介于 2^+ 与 4^+ 之间。若以 1^- 和 2^- 相比,它们的内部结构都是 $\text{Re}\phi_1$ 和 $\text{Im}\phi_1$ 的组合,因而可能相近。但由于前者的 T_L 较小,故 1^- 应低于 2^- , 这样,负宇称态的顺序应为 3^- 、 1^- 、 2^- , 这与实验观测一致。

(3) 当 $A = 0.74\text{MeV}$ 时, 3^- 态的集体转动能为 $T_L = 8.88\text{MeV}$, 这与实验的 3^- 激发能 9.64MeV 较接近。

(4) 1^+ 态只含 $\text{Im}\phi_0$ 组分。与 1^- 态相比,后者的每一组分均只含一根节线,而由于

前述原因,在 $\text{Im}\psi_0$ 中出现三根节线,因而 1^+ 态的能量应显著高于 1^- 态,这也和实验一致。

(5) 根据三体模型的计算^[4], 0_2^+ 、 0_3^+ 态都是只含有一根节线的(前者在折叶运动模式中含节线,后者在呼吸运动模式中含节线)。 1^- 态的允许组分也都是含一根节线的。但由于 1^- 态中含集体转动能,因而 1^- 态有可能高于 0_2^+ 、 0_3^+ 态。实验上 1^- 态的激发能为 10.84MeV, 而 0_3^+ 态为 10.3MeV, 因此符合这种分析。

当然,微观束缚态结合的强弱,直接取决于相互作用的强弱。但在相互作用给定的情况下,能级的相对位置(更确切地说,各能态结构的特征)显然受制于量子力学对称性。以上表明了 3α 集团模型有合理的一面。但若 ^{12}C 真的由 3α 集团构成,那么应该具有一个比 4^+ 要低的 4^- 态。这是因为从对称性分析, 4^- 态含无节线组分 $\text{Re}\psi_3$ 。另一方面, 4^+ 态含无节线组分 $\text{Re}\psi_0$ 。由于前一组分的 Q 较大,将给出较大的转动惯量,相应地给出较小的 T_L ; 因而预期 4^- 应略低于 4^+ 。但这样低的 4^- 态实验上至今尚未发现。若发现了这个态,将有力支持 3α 集团模型;否则, 3α 集团将蒙上阴影。

参 考 文 献

- [1] K. 怀尔德默德,唐尧千,原子核的统一理论. 原子能研究所原子核理论组译,第1版. 北京: 原子能出版社. 1983.17.
- [2] W. Y. Ruan, C. G. Bao, *Few-Body Systems*, 14(1993)25.
- [3] C. G. Bao, W. Y. Ruan, *Few-Body Systems*, 15(1993)25.
- [4] C. G. Bao et al., *Few-Body Systems*, 2(1987)81.

Analysis of Symmetry on the Ground and Low-Excited States of ^{12}C

Xie Wenfang Bao Chengguang

(Department of Physics, Zhongshan University, Guangzhou 510275)

Received 8 August 1994

Abstract

The microscopic structures of the ground and low-excited states of ^{12}C are investigated via an analysis of symmetry based on the three α -cluster model. Some interested results are obtained.

Key words microscopic structure, symmetry, α -cluster model.