

^{11}Li 的 三 体 模 型

段 宜 武

(湖南师范大学物理系 长沙 410081)

1993-09-26 收稿

摘 要

考虑了 ^{11}Li 的奇异性质和泡利原理后,引入了一个新的 $n\text{-}^9\text{Li}$ 等效相互作用. 在 $(n+n+^9\text{Li})$ 模型的基础上完成了变分计算. 给出了 ^{11}Li 作为三体系统时的形状、一体密度和相应的形状因子. 对 ^{11}Li 的核物质均方半径也作了计算. 结果与实验是相符的.

关键词 丰中子核 ^{11}Li , $n\text{-}^9\text{Li}$ 相互作用, 均方半径, 结构与形状.

最近几年对轻丰中子核的研究很吸引人. 针对 ^{11}Li , ^{14}Be 和 ^{17}B 等核的奇异性质, 人们认为由核芯和核芯外两个中子构成的三体模型可以很好地解释这些核素的奇异性质. 为此, 提出了许多中子-核芯唯象势. 任中洲和徐躬耦提出了一个单指数吸引势^[1], Johannsen 等人提出了一个单高斯吸引势^[2]. 由这些势出发, 文献[3]和[4]的计算可以粗略地解释 ^{11}Li 的奇异性质. 但由于上述两种唯象势均没有考虑排斥芯, 导致粒子间的束缚稍紧. 例如, 实验给出 ^{11}Li 的基态能量为 $-0.25 \pm 0.08\text{MeV}$, 核物质均方半径为 $3.27 \pm 0.24\text{fm}$, 而文献[1]仅得到 -0.12MeV 和 3.04fm , 文献[3]给出 -0.218MeV 和 3.01fm . 因此, 有可能对过去的结果进行改进.

本文试图考虑泡利原理的作用, 在唯象势中引入排斥芯. 我们在 $n+n+^9\text{Li}$ 作为 ^{11}Li 的三体模型的基础上, 考虑核子-核子间的相互作用仅为中心势^[5]:

$$V_{n_i n_j} = \left[V_R + \frac{1}{2} (1 + P_{ij}^\sigma) V_c + \frac{1}{2} (1 - P_{ij}^\sigma) V_t \right] \cdot \left[\frac{\mu}{2} + \frac{1}{2} (2 - \mu) P_{ij}^\tau \right] + \frac{1 + \tau_{iz}}{2} \frac{1 + \tau_{jz}}{2} \frac{e^2}{r_{ij}}, \quad (1)$$

其中 P_{ij}^σ 和 P_{ij}^τ 为自旋交换算符和空间交换算符, μ 为调节常数, 通常取为 1. 而

$$\begin{aligned} V_R &= 200.0 \exp(-1.487r^2), \\ V_c &= -178.0 \exp(-0.639r^2), \\ V_t &= -91.85 \exp(-0.465r^2). \end{aligned} \quad (2)$$

(2)式中能量和长度的单位分别为 MeV 和 fm.

外层中子与核芯的相互作用, 原则上应该由(1)式利用折迭积分求出. 由于核芯的形状因子我们不知道, 因此, 我们先用一个唯象势代替. 很明显, 外层中子与核芯的相互作用

用,应该用核子-核子作用势作折迭积分给出,在一定条件下,可由泡利原理给出软排斥芯及浅作用势。另外,在唯象势中引入软排斥芯将有助于解释波函数在核芯中出现的节面。因此,我们给出的 $n-{}^9\text{Li}$ 唯象势形式为:

$$V_{n0} = \frac{N_c + 1}{2N_c} \cdot \left[V'_R + \frac{1}{2} (1 + P^\sigma) V'_i + \frac{1}{2} (1 - P^\sigma) V'_i \right] \cdot \left[\frac{u'}{2} + \frac{1}{2} (2 - u') P^r \right], \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} V'_R &= 200.0 \exp(-Ar^2), \\ V'_i &= -178.0 \exp(-Br^2), \\ V'_c &= -91.85 \exp(-Cr^2), \end{aligned} \quad (4)$$

而 A, B, C 为调节参数, u' 仍为 1。

考虑到实验上给出 ${}^{11}\text{Li}$ 的核自旋和宇称与 ${}^9\text{Li}$ (核芯) 的相等 $\left(\frac{3}{2}^-\right)$, 故可以假定 $({}^9\text{Li} + n + n)$ 三体系统的空间角动量和两外层中子总自旋为零。实际计算中, N_c 为核芯核子数(9), $A = 0.473$, $B = 0.32$, $C = 0.216$ 。这样,由(1)和(3)得到的 $(n + n)$ 和 $(n + {}^9\text{Li})$ 两体系统均没有束缚态出现。

为了便于与过去的工作^[3]比较, 我们采用了与文献[3]相同的方法求解 Schrödinger 方程, 即在简谐振子形式下完成了 $n + n + {}^9\text{Li}$ 的变分计算。表 1 给出了算得的本征能量和波函数分波权重。由表中数据知道, 尽管我们在势中引入了排斥芯, 从而与过去两种势大相径庭, 但仍可以得到很好的结果。不同的是波函数分布与过去有一些小的变化。P 波成分增加了, 这必然导致波函数比过去更广延的空间分布。

表 1 ${}^{11}\text{Li}$ 的基态能量和波函数分波权重

文献	$E(\text{MeV})$	$E(\text{实验})$	W_{00}	W_{11}	W_{22}	W_{33}	(%)
文[3]	-0.218		99.36	0	0.60	0	
文[4]	-0.30	0.25 ± 0.1	98.4				
本文	-0.248		94.61	4.11	0.90	0.26	

在得到波函数以后, 可以计算外层中子的一体密度

$$\rho_n(r_\beta) = \int |\psi|^2 dR_\beta, \quad (5)$$

其中 r_β 为中子相对于核芯的位置矢量, R_β 为另一个中子相对于 $(n + {}^9\text{Li})$ 二体系统质心的位置矢量。对基态, 由于波函数与空间取向无关, 所以 ρ_n 仅为 r_β 的函数。与 ρ_n 相对应的形状因子

$$F(q) = \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_\beta} \rho_n(r_\beta) d\mathbf{r}_\beta. \quad (6)$$

也可计算出来。在图 1 和图 2 中我们分别给出了 ρ_n 和 $F(q)$ 的分布情况。由 ρ_n 的分

布我们知道: ρ_n 在 $r_\beta = 3.4\text{fm}$ 处存在峰值, 说明中子与核芯的最可几距离大约为 3.4fm , 这与文献[3]给出的 ρ_n 不同, 那里没有这样的峰值出现 (因为现在引入了排斥芯), 这个峰值将在形状密度的研究中得到证实。由于作者没有关于形状因子的实验数据, 故图 2 给出的关于 $F(q)$ 的分布仅供将来参考。

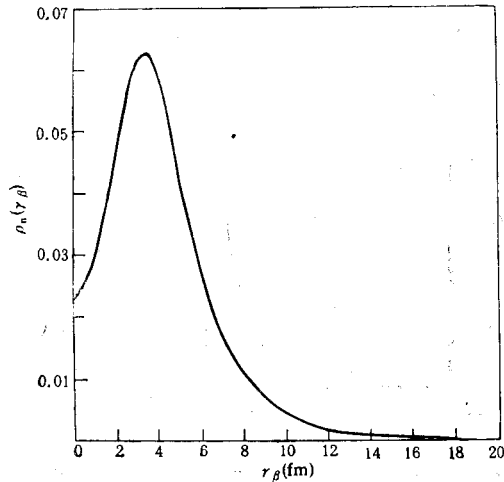


图 1 一体密度 $\rho_n(r_\beta)$ 横坐标 r_β 单位为 fm

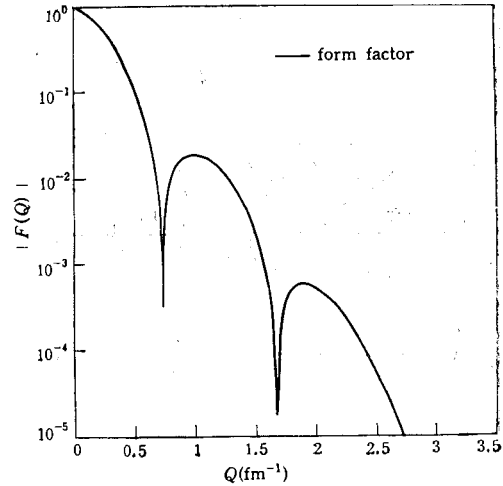


图 2 与 $\rho_n(r_\beta)$ 相应的形状因子 $|F(Q)|$

若以 $\langle R_\alpha^2 \rangle$ 表示核芯与两外层中子的质心间距离的均方值, $\langle R_\beta^2 \rangle$ 为中子与另一中子和核心的质心间距离的均方值, 则三体系统 $n + n + ^9\text{Li}$ 的核物质均方半径由下式计算:

$$R_m^2 = \frac{N_c}{N_c + 2} \left[\overline{r_c^2} + \frac{4}{(N_c + 2)^2} \langle R_\alpha^2 \rangle \right] + \frac{2(N_c + 1)^2}{(N_c + 2)^3} \langle R_\beta^2 \rangle. \quad (7)$$

此式来源于^[4]:

$$R_m^2 = \frac{N_c}{N_c + 2} [\overline{r_c^2} + \overline{r_{c-m}^2}] + \frac{1}{N_c + 2} [\overline{r_{n_1-m}^2} + \overline{r_{n_2-m}^2}]. \quad (8)$$

式中 $r_c = \overline{r_c^2}^{1/2}$ 为核芯半径, 取为 2.41fm 。

表 2 给出了关于均方根半径的计算值, 同时, 由形状密度计算得到的最可几形状也在表 2 给出。由于引入了排斥芯, 现在算得的 R_m 比文献[3]的要大一些, 很接近实验值。最可几形状却与文献[3]的结果不同, 文献[3]得到以 $n-n$ 为底、 ^9Li 为顶点的尖等腰三角形, 现在是一个扁的等腰三角形, 构成 $n-^9\text{Li}-n$ 哑铃状结构。与 ρ_n 的计算一致, 中子与核芯的最可几距离为 3.38fm , 这足以解释 ^{11}Li 的中子晕结构的出现。

表 2 ^{11}Li 的核物质均方根半径和最可几形状

文 献	R_m	R_m^{exp}	r_α	r_β	ρ_n^{max}
文[3]	3.01		2.48	3.11	0.364
文[4]	3.32	3.27 ± 0.24			
本文	3.28		4.49	3.38	1.31

图3给出了形状密度 ρ_s (其定义见文献[3]和[6]) 在两中子相对位矢 r_a 与位矢

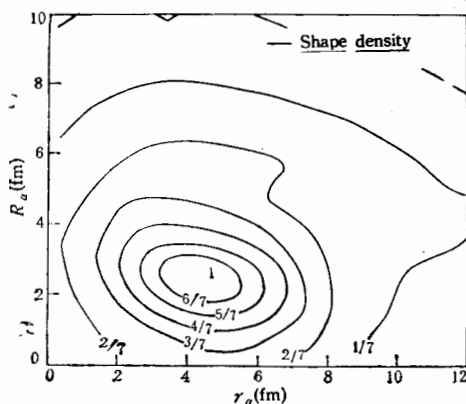


图3 形状密度 ρ_s 作为 r_a 和 R_a 的函数
以 $\rho_s^{\max} = 1.31$ 为单位标记各等几率曲线,从里到
外分别有 $\rho = \alpha \rho_s^{\max}$, $\alpha = \frac{6}{7}, \frac{5}{7}, \dots, \frac{1}{7}$

${}^9\text{Li}$ 均无两体束缚态. 现在看不到这样两个通道. 由于 ρ_s 在 r_a 和 R_a 均很大时的 ρ_s 值并不小, 可以认为 ${}^{11}\text{Li}$ 的解体是 $n+n+{}^9\text{Li}$ 三体道.

由于 ${}^{11}\text{Li}$ 核的性质很奇特, 而以 $n+n+{}^9\text{Li}$ 三体模型构成的 ${}^{11}\text{Li}$ 束缚态又取决于两体甚至三体力, 本文提出的 $n-{}^9\text{Li}$ 唯象势最多只能是一个初步的尝试. 本文依据的实验数据只决定于作用势的总的性质, 无法唯一地决定作用势的形式. 真正从理论上解决这些问题还依赖于实验上给出更多的信息.

参 考 文 献

- [1] 任中洲, 徐躬耦, 高能物理与核物理, **15**(1991)737.
- [2] L. Johannsen, A.S. Jensen and P.G. Hansen, *Phys. Lett.*, **B 244**(1990) 357.
- [3] 段宜武, 李楚良, 刘桂民, 高能物理与核物理, ${}^{11}\text{Li}$ 的中子晕结构, 待发表.
- [4] M.V. Zhukov, et al, *Phys. Lett.*, **B265** (1991) 19.
- [5] H. Kanada, Y.C. Tang, *Few-Body Methods: Principles & Applications*, pp305-346, edited by T. K. Lim, C.G. Bao, D.P. Hou, H.S. Huber, World Scientific Publ. Co., 1986.
- [6] 段宜武, 丘国春, 鲍诚光, 高能物理与核物理, **13**(1989)719.

R_a 间夹角为 90° 时作为 r_a 和 R_a 的函数的等几率曲线. 与文献[3]的图3比较, 不同之处主要是: (i) 由于本文的唯象势中引入了排斥芯, 使得 ρ_s 的分布向 r_a 和 R_a 更大的区域延伸, 这就比文献[3]更好地给出关于 ${}^{11}\text{Li}$ 异常大核半径的理论解释; (ii) 文献[3]指出, 两中子相对核芯的摆动是 ${}^{11}\text{Li}$ 基态中的主要运动模式. 本文的研究表明, 图3所示的 ρ_s 分布显示了还存在着另一种主要的运动模式——折叶模式^[6], 即核芯 ${}^9\text{Li}$ 沿 $n-n$ 中心垂线运动, 而 $n-n$ 键一伸一缩的模式; (iii) 文献[3]给出 $n+n+{}^9\text{Li}$ 的解体存在两个道: 即 ${}^9\text{Li}+(nn)$ 和 $n+(n{}^9\text{Li})$ 两通道. 这显然不合理, 因为无论 $n+n$ 或 $n+$

Three-Body Model of ^{11}Li

Duan Yiwu

(*Department of Physics, Hunan Normal University, Changsha 410081*)

Received 26 September 1993

Abstract

A new effective interaction between a neutron and the ^9Li core is introduced, and based on the $n + n + ^9\text{Li}$ model, a variational calculation on the neutron rich nucleus ^{11}Li is completed. The one-body density, formfactor and shapedensity are investigated, The RMS radius and the binding energy are also calculated and are in good agreement with the experimental data.

Key words neutron rich nucleus ^{11}Li , n - ^9Li interaction, RMS radius, structure and shape.