

# Cd 偶同位素集体能谱与 价质子空穴激发特性

邵建军

(湖北教育学院物理系 武汉 430060)

1993年6月15日收到

## 摘要

采用以玻色子展开和 MJS(Modified Jancovici-Schiff) 代换为基础的微观 IBM-2 方案, 用直接对角化的计算方法, 研究  $^{108-118}\text{Cd}$  偶同位素集体能谱。计算结果与实验能谱作了比较, 并对近满壳偶偶核中价质子空穴激发特性及影响能谱结构的因素作了讨论。

**关键词** 玻色子展开, Modified Jancovici-Schiff 代换, IBM-2 计算。

## 1 引言

在原子核低能集体运动的微观描述工作中, 玻色子展开及 MJS 代换为基础的微观 IBM 方案已取得初步满意的计算结果, 然而在以往的计算中总引入最大  $F$  旋截断等近似。本文以 Cd 偶同位素为对象进行 IBM-2 精确计算。第 2 节介绍理论要点, 第 3 节计算结果, 第 4 节讨论价质子空穴激发特性及影响能谱结构的因素, 第 5 节小结。

## 2 理论要点

同类价核子之间的有效核力取对力、四极对力和四极力, 中子 ( $n$ ) 与质子空穴 ( $\bar{h}$ ) 之间的有效核力取四极力, 则价核子体系哈密顿量<sup>[1-4]</sup>:

$$H_t = H_t^{(n)} + H_t^{(\bar{h})} + H_t^{(n\bar{h})}, \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} H_t^{(\sigma)} &= \sum_a E_a^{(\sigma)} a_a^{(\sigma)\dagger} a_a^{(\sigma)} - g_\sigma P^{(\sigma)} P^{(\sigma)\dagger} - \frac{1}{2} G_\sigma P_\mu^{(\sigma)} P_\mu^{(\sigma)\dagger} \\ &\quad - \frac{1}{2} K_\sigma \sum_{\mu, K \neq K'} (-1)^\mu q_{-\mu}^{(\sigma)}(K) q_\mu^{(\sigma)}(K') (\sigma = n, \bar{h}), \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$H_t^{(n\bar{h})} = -\frac{1}{2} K_{n\bar{h}} \sum_{\mu, K \neq K'} (-1)^\mu q_{-\mu}^{(n)}(K) q_\mu^{(\bar{h})}(K'), \quad (2.3)$$

其中

$$P^{(\sigma)} = \sum_{im} a_{im}^{(\sigma)\dagger} \tilde{a}_{im}^{(\sigma)\dagger}, \quad (2.4)$$

$$P_{\mu}^{(\sigma)} = \sum_{imim'} \langle im | q_{\mu}^{(\sigma)} | i'm' \rangle a_{im}^{(\sigma)\dagger} \tilde{a}_{i'm'}^{(\sigma)\dagger}, \quad (2.5)$$

$$q_{\mu}^{(\sigma)} = r^2 Y_{2\mu}^{(\sigma)}, \quad (2.6)$$

$$\tilde{a}_{im}^{(\sigma)\dagger} = (-1)^{i+m} a_{i-m}^{(\sigma)\dagger} (\sigma = n, \bar{n}), \quad (2.7)$$

$g_{\sigma}, G_{\sigma}, K_{\sigma}$  和  $K_{n\bar{n}}$  为强度参数。

通过 Dyson 玻色子展开, 引入  $Q_{rxJM}^{(\sigma)}$  玻色子算符。由于  $Q_{0+00}^{(\sigma)}$  和  $Q_{0+2m}^{(\sigma)}$  有着最强的集体性, 可定义 s、d 玻色子 ( $s_{\sigma}^{\dagger} \sim Q_{0+00}^{(\sigma)\dagger}, d_{\sigma}^{\dagger} \sim Q_{0+2m}^{(\sigma)\dagger}$ ) 并作态空间 s-d 截断<sup>[5,6]</sup>。

体系哈密顿量的玻色子形式为:

$$h_{sd} = \sum_{\sigma} h_{\sigma} + h_{n\bar{n}}, \quad (2.8)$$

其中

$$\begin{aligned} h_{\sigma} &= \varepsilon_{s\sigma} s_{\sigma}^{\dagger} s_{\sigma} + \varepsilon_{d\sigma} \sum_m d_{\sigma m}^{\dagger} d_{\sigma m} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_l \sqrt{2l+1} C_l^{(\sigma)} [(d_{\sigma}^{\dagger} d_{\sigma}^{\dagger})_l (\tilde{d}_{\sigma} \tilde{d}_{\sigma})_l]_0 \\ &+ \frac{1}{2} \nu_3^{(\sigma)} s_{\sigma}^{\dagger} s_{\sigma}^{\dagger} s_{\sigma} s_{\sigma} + \nu_4^{(\sigma)} s_{\sigma}^{\dagger} s_{\sigma} \sum_m d_{\sigma m}^{\dagger} d_{\sigma m} \\ &+ \frac{1}{2} \nu_1^{(\sigma)} [s_{\sigma}^{\dagger} s_{\sigma}^{\dagger} (\tilde{d}_{\sigma} \tilde{d}_{\sigma})_0 + (d_{\sigma}^{\dagger} d_{\sigma}^{\dagger})_0 s_{\sigma} s_{\sigma}] \\ &+ \sqrt{\frac{5}{2}} \nu_2^{(\sigma)} \{s_{\sigma}^{\dagger} [d_{\sigma}^{\dagger} (\tilde{d}_{\sigma} \tilde{d}_{\sigma})_2]_0 + [(d_{\sigma}^{\dagger} d_{\sigma}^{\dagger})_2 \tilde{d}_{\sigma}]_0 s_{\sigma}\} \\ &(\sigma = n, \bar{n}), \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} h_{n\bar{n}} &= \sum_l \frac{1}{2} \sqrt{2l+1} C_l^{(n\bar{n})} [(d_{\bar{n}}^{\dagger} d_{\bar{n}}^{\dagger})_l (\tilde{d}_n \tilde{d}_{\bar{n}})_l]_0 \\ &+ \frac{1}{2} \nu_1^{(n\bar{n})} [s_{\bar{n}}^{\dagger} s_n^{\dagger} (\tilde{d}_n \tilde{d}_{\bar{n}})_0 + (d_{\bar{n}}^{\dagger} d_n^{\dagger})_0 s_n s_{\bar{n}}] \\ &+ \frac{\sqrt{5}}{2} \nu_2^{(n\bar{n})} \{s_{\bar{n}}^{\dagger} [d_{\bar{n}}^{\dagger} (\tilde{d}_n \tilde{d}_{\bar{n}})_2]_0 + [(d_{\bar{n}}^{\dagger} d_n^{\dagger})_2 \tilde{d}_n]_0 s_{\bar{n}}\} \\ &+ \frac{\sqrt{5}}{2} \nu_2^{(\bar{n}n)} \{s_n^{\dagger} [d_n^{\dagger} (\tilde{d}_{\bar{n}} \tilde{d}_n)_2]_0 + [(d_n^{\dagger} d_{\bar{n}}^{\dagger})_2 \tilde{d}_{\bar{n}}]_0 s_n\} \\ &+ \frac{1}{2} \nu_3^{(n\bar{n})} s_{\bar{n}}^{\dagger} s_n^{\dagger} s_n s_{\bar{n}} \\ &+ \frac{\sqrt{5}}{2} \nu_4^{(n\bar{n})} [s_{\bar{n}}^{\dagger} (d_{\bar{n}}^{\dagger} \tilde{d}_n)_0 s_n + s_n^{\dagger} (d_n^{\dagger} \tilde{d}_{\bar{n}})_0 s_{\bar{n}}] \\ &+ \sqrt{5} \nu_3^{(n\bar{n})} s_{\bar{n}}^{\dagger} [d_n^{\dagger} \tilde{d}_n]_0 s_{\bar{n}} + \sqrt{5} \nu_3^{(\bar{n}n)} s_n^{\dagger} [d_{\bar{n}}^{\dagger} \tilde{d}_{\bar{n}}]_0 s_n. \end{aligned} \quad (2.10)$$

### 3 $^{108-118}\text{Cd}$ 偶同位素集体能谱计算结果

$^{108-118}\text{Cd}$  偶同位素的价核子组态取为:

$$(2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 1p_{1/2}, 1g_{9/2})^2 (2d_{5/2}, 1g_{7/2}, 1h_{11/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2})^*, \quad (3.1)$$

其中  $x$  的取值分别为 10, 12, 14, 16, 14, 12; 数字  $\bar{n}$  和  $m$  分别代表空穴和粒子数。质子空穴单粒子能级数值取为  $E_{3/2} = -2.90$ ,  $E_{5/2} = -1.10$ ,  $E_{1/2} = -0.50$ ,  $E_{9/2} = 0.00$  (单位 MeV); 中子单粒子能级数值取为  $E_{5/2} = 4.00$ ,  $E_{7/2} = 4.60$ ,  $E_{11/2} = 5.90$ ,  $E_{3/2} = 6.30$ ,  $E_{1/2} = 6.90$  (单位 MeV)。核子-核子有效相互作用参数取值见表 1、2。

表 1 核子-核子有效相互作用参数(单位 MeV)

| 核 \ 参数            | $g_n$   | $G_n$   | $K_n$ | $g_{\bar{n}}$ | $G_{\bar{n}}$ | $K_{\bar{n}}$ | $K_{n\bar{n}}$ |
|-------------------|---------|---------|-------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| $^{108}\text{Cd}$ | 0.0499  | 0.0634  | 0.02  | 0.0656        | 0.0481        | 0.02          | 0.01           |
| $^{110}\text{Cd}$ | 0.0492  | 0.059   | 0.02  | 0.0653        | 0.048         | 0.02          | 0.01           |
| $^{112}\text{Cd}$ | 0.04845 | 0.05525 | 0.02  | 0.065         | 0.0475        | 0.02          | 0.01           |
| $^{114}\text{Cd}$ | 0.047   | 0.053   | 0.02  | 0.0649        | 0.0465        | 0.02          | 0.01           |

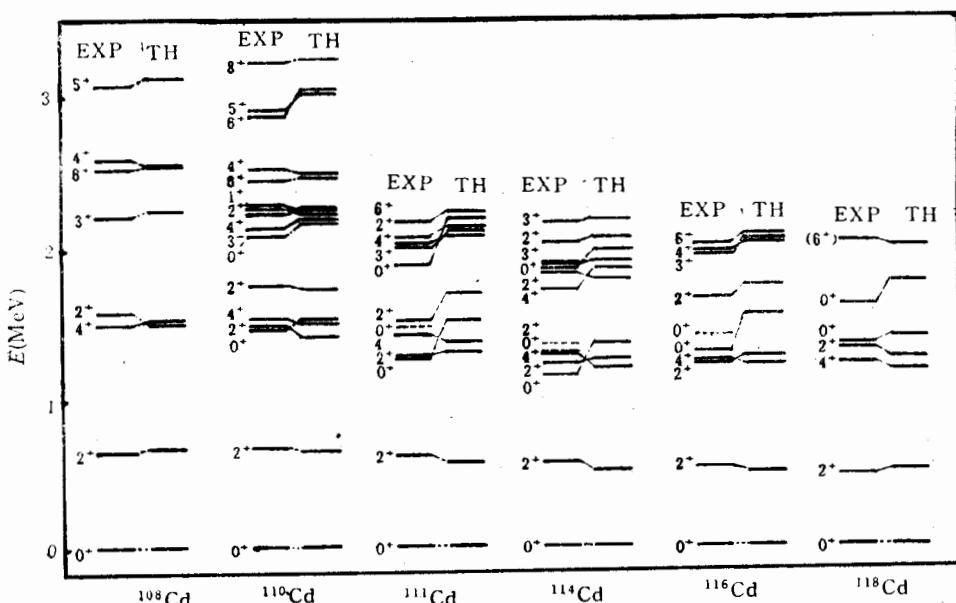
表 2 核子-核子有效相互作用参数(单位 MeV)

| 核 \ 参数            | $g_h$  | $G_h$  | $K_h$ | $g_{\bar{h}}$ | $G_{\bar{h}}$ | $K_{\bar{h}}$ | $K_{h\bar{h}}$ |
|-------------------|--------|--------|-------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| $^{116}\text{Cd}$ | 0.0448 | 0.052  | 0.02  | 0.0645        | 0.045         | 0.02          | 0.01           |
| $^{118}\text{Cd}$ | 0.042  | 0.0515 | 0.02  | 0.0644        | 0.040         | 0.02          | 0.01           |

其中参数的下标符号  $h$ 、 $\bar{h}$  分别为中子空穴和质子空穴标记。所取参数符合从一个核到下一个邻近核变化平缓的物理要求。 $^{116,118}\text{Cd}$  的价中子数超过半满主壳可容纳数, 作了粒子-空穴变换。

体系的集体态空间由以下基矢张成:

$$|R, JM\rangle = \{|N_n X_n L_n\rangle |L_{\bar{n}}\rangle\}_{JM}, \quad (3.2)$$

图 1  $^{108-118}\text{Cd}$  偶同位素能谱

其中  $X_n$  为唯一确定基矢所需的量子数  $\{n_d n_s\}$ ,  $L_{\bar{n}}$  为质子空穴玻色子的角动量。 $h_{sd}$  本征方程的求解在整个态空间中进行。

图 1 给出  $^{108-118}\text{Cd}$  偶同位素集体能谱的计算结果。图中 EXP 表示实验值, 取自文献[7—10], TH 表示计算值。计算结果包括全对称态与混合对称态皆与实验数据符合较好。从图中看出,  $^{112}\text{Cd}$  实验谱中的  $0_3^+$  态,  $^{114}\text{Cd}$  实验谱中的  $0_3^+, 2_3^+$  态,  $^{116}\text{Cd}$  实验谱中的  $0_3^+$  态(在图中以虚线表示), 没有相应的计算能级,  $^{112, 114, 116}\text{Cd}$  的中子数接近半满壳。这一结果正符合质子数接近幻数中子数接近半满壳的核存在跨越主壳层激发的实验事实。

#### 4 价质子空穴激发特性与影响能谱结构的因素

在 Cd 偶同位素中, 体系只有两个价质子空穴, 所以不存在多质子空穴之间相互作用引起能量补偿。对于中子自由度, 由于存在多中子之间相互作用引起能量补偿, 所以中子 s、d 玻色子能量差 ( $\approx 1.1 \text{ MeV}$ ) 自然小于质子空穴 s、d 玻色子能量差 ( $\approx 1.8 \text{ MeV}$ )。此两能差的大小定性地决定了能谱结构。其次, 由于  $N$  个同类 d 玻色子不能耦合成角动量  $2N - 1$ , 而  $N - 1$  个中子 d 玻色子与单个质子空穴 d 玻色子可耦合成  $2N - 1$  角动量, 因此, 与全对称近似比较, 奇角动量的最低能态其主要分量由较少的 d 玻色子构成。

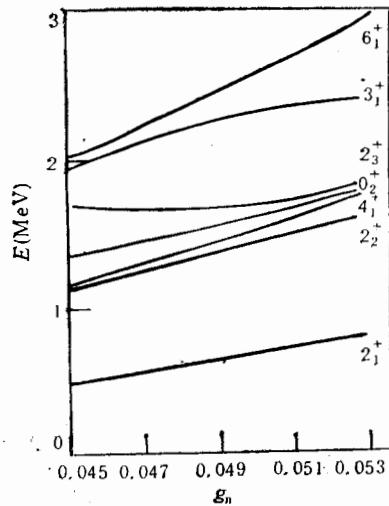
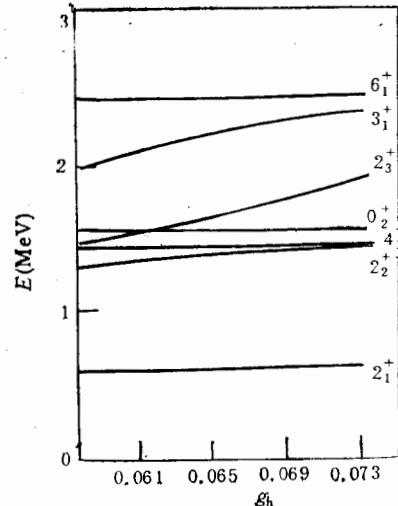
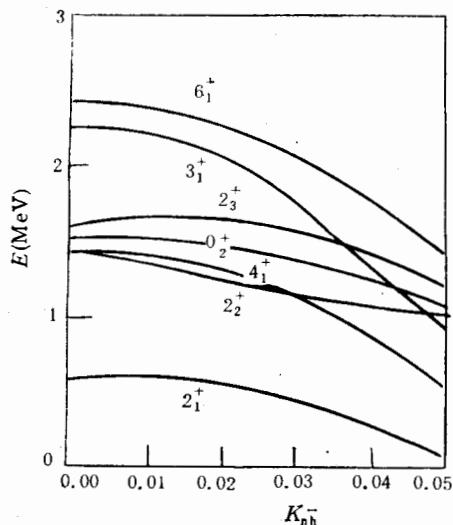
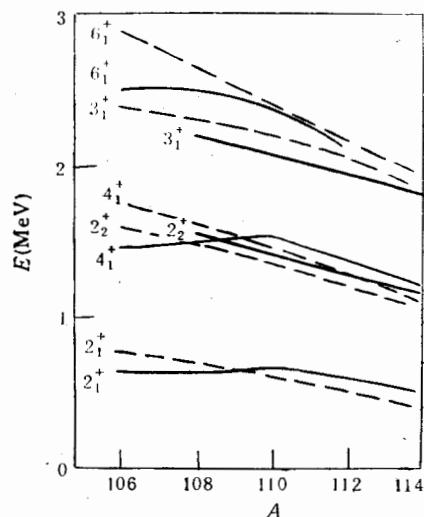
表 3  $^{110}\text{Cd}$  部分能态波函数的主要分量

|                                              |                              |                              |                              |
|----------------------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| $ 2_1^+\rangle = 0.90 1102\rangle 0\rangle$  | $+0.41 3102\rangle 0\rangle$ | $+0.09 2202\rangle 0\rangle$ | $+0.09 0000\rangle 2\rangle$ |
| $ 0_2^+\rangle = 0.71 2000\rangle 0\rangle$  | $-0.49 0000\rangle 0\rangle$ | $+0.40 4000\rangle 0\rangle$ | $+0.21 3310\rangle 0\rangle$ |
| $ 2_2^+\rangle = -0.66 2202\rangle 0\rangle$ | $-0.47 0000\rangle 2\rangle$ | $-0.32 2000\rangle 2\rangle$ | $-0.28 4202\rangle 0\rangle$ |
| $ 4_1^+\rangle = 0.92 2204\rangle 0\rangle$  | $+0.33 4204\rangle 0\rangle$ | $+0.14 1102\rangle 2\rangle$ | $+0.11 3304\rangle 0\rangle$ |
| $ 0_3^+\rangle = -0.73 1102\rangle 2\rangle$ | $-0.41 3102\rangle 2\rangle$ | $-0.32 3310\rangle 0\rangle$ | $+0.28 2000\rangle 0\rangle$ |
| $ 3_1^+\rangle = -0.85 1102\rangle 2\rangle$ | $-0.39 3102\rangle 2\rangle$ | $-0.29 3303\rangle 0\rangle$ | $-0.16 2202\rangle 2\rangle$ |
| $ 2_3^+\rangle = 0.70 1102\rangle 2\rangle$  | $+0.36 3102\rangle 0\rangle$ | $+0.35 3102\rangle 2\rangle$ | $-0.30 0000\rangle 2\rangle$ |
| $ 4_2^+\rangle = 0.68 1102\rangle 2\rangle$  | $+0.37 3102\rangle 2\rangle$ | $+0.36 3304\rangle 0\rangle$ | $-0.36 2204\rangle 0\rangle$ |
| $ 6_1^+\rangle = -0.90 3306\rangle 0\rangle$ | $-0.25 2204\rangle 2\rangle$ | $-0.24 5306\rangle 0\rangle$ | $-0.17 4406\rangle 0\rangle$ |
| $ 1_1^+\rangle = -0.88 1102\rangle 2\rangle$ | $-0.43 3102\rangle 2\rangle$ | $-0.15 2202\rangle 2\rangle$ | $-0.01 5102\rangle 2\rangle$ |
| $ 2_1^+\rangle = -0.65 2202\rangle 0\rangle$ | $+0.58 0000\rangle 2\rangle$ | $+0.37 2000\rangle 2\rangle$ | $-0.18 4202\rangle 0\rangle$ |
| $ 5_1^+\rangle = -0.91 2204\rangle 2\rangle$ | $-0.35 4204\rangle 2\rangle$ | $-0.14 3304\rangle 2\rangle$ | $-0.08 3306\rangle 2\rangle$ |
| $ 4_3^+\rangle = 0.87 3304\rangle 0\rangle$  | $-0.39 1102\rangle 2\rangle$ | $-0.19 3102\rangle 2\rangle$ | $+0.19 5304\rangle 0\rangle$ |

为了具体分析质子空穴自由度激发对能谱结构的影响, 以  $^{110}\text{Cd}$  为例, 在表 3 中给出部分能态波函数的主要分量。表 3 的数据表明, 在  $0_3^+, 3_1^+, 2_4^+, 4_2^+, 1_1^+, 5_1^+$  等态中, 其主要分量都是质子空穴 d 玻色子分量, 其中  $0_3^+, 3_1^+, 2_4^+, 4_2^+$  为三声子五重态成员。可见, 在全对称态的主要分量中质子自由度不是简单地表现为 s 玻色子:

以  $^{110}\text{Cd}$  为例, 用改变某一参数, 保持其余参数不变的方法, 分别对七个参数作了计算分析。发现质子空穴四极对力参数、四极力参数以及中子四极力参数对能谱影响很小。对能谱影响最大的是中子对力参数, 其次是质子对力参数, 因为对力对 s、d 玻色子能量差贡献最大。从图 2、3 中看出, 两对力参数对能谱影响有一个明显特征, 中子对力参数影响各能级的程度大致与各能态中所含平均中子 d 玻色子数成正比, 质子空穴对力参数影

响各能级的程度大致与各能态中所含平均质子空穴  $d$  玻色子数成正比。中子四极对力通过给  $s, d$  玻色子能量差提供能量补偿, 对能谱结构有一定影响。

图 2  $g_n$  对激发谱的影响图 3  $g_{\hbar}$  对激发谱的影响图 4  $K_{n\hbar}$  对激发谱的影响图 5 质量数对激发谱的影响  
虚线为计算值, 实线为实验值。

如图 4 所示, 中子-质子空穴四极对力参数, 在其数值不大时, 对能谱影响很小, 随着数值增大, 对能谱影响增大, 并使能谱向转动型转变。

保持所有参数不变, 单增加中子数, 如图 5 所示, 各激发谱的能量有下降趋势。对照实验资料, 说明理论基本反映了激发谱随中子数变化的规律。

## 5 小 结

- (1) 本文计算结果表明, IBM-2 能较好地描述混合对称态与全对称态。
- (2) Cd 偶偶核能谱具有振动谱型特征, 四极力不起重要作用。对能谱结构影响较大的是对力参数。
- (3)  $^{112-116}\text{Cd}$  偶同位素能谱计算结果表明, 对质子数接近幻数中子数接近半满壳的核, 存在跨主壳层的激发模式, IBM-2 只是一种近似。

本工作是在刘庸教授指导下进行的, 特此致谢。

## 参 考 文 献

- [1] R. Julin et al., *Z.Phys.*, **A296**(1980)291.
- [2] J. Bron et al., *Nucl. Phys.*, **A318**(1979)335.
- [3] J.L. Wood, *Nucl. Phys.*, **A421**(1984)430.
- [4] D. Kolb and C.Y. Wong, *Nucl. Phys.*, **A245**(1975)205.
- [5] Z.S. Yang, Liu Yong and Qi Hui, *Nucl. Phys.*, **A421**(1984)297.
- [6] Z. S. Yang and L.M. Yang, in *Interacting Boson-Fermion System in Nuclei*, Ed. F. Iachello (Plenum, New York, 1981).
- [7] A. Mheemeed et al., *Nucl. Phys.*, **A42**(1984)113.
- [8] Nuclear Data Sheets: **38**(1983)545; **29**(1980)587; **35**(1982)375; **37**(1982)289; **32**(1981)287; **51**(1987)329.
- [9] A. Aprahamian and D.S. Brenner et al., *Physics Letters*, **140B**(1982)22.
- [10] K. Heyde, P. Van Isacker, M. Waroquier, G. Wené and M. Sambataro, *Physical Review*, **C25**(1982)3160.

## **Study of the Energy Spectrum of Cadmium Even Isotopes and the Exciting Properties of Valence Proton Hole**

Shao Jianjun

(Physics Department, Hubei College of Education, Wuhan 430060)

Received on June. 15, 1993

### Abstract

The low-lying collective energy spectra of cadmium even isotopes are calculated exactly by means of microscopic IBM-2 approach which is based on the Dyson boson expansion and the modified Jancovici-Schiff substitution. The exciting properties of valence proton hole are analyzed. The results show that the mixed-symmetry states and full-symmetry states of cadmium even isotopes are well described by IBM-2.

**Key words** boson expansion, MJS substitution, IBM-2 calculation.