

相对论微观光学势中 相互作用力程的效应

朱萍 徐加豹 高琴

(杭州大学物理系, 310028)

摘 要

从关于相对论的核子-介子场理论的 Walecka 模型出发, 利用由 Walecka 模型得到的二核子的相互作用势, 对定域密度近似下的光学势进行折叠, 来考虑相互作用力程在核子——有限核的相对论微观光学势中的效应, 并用所得到的光学势分析核子与有关核的弹性散射微分截面和有关自旋可观测量, 与定域密度近似计算相比, 本文的计算结果同实验值有更好的符合.

一、引言

近年来, 相对论光学势的研究已越来越引起人们的关注^[1-8]. 相对论微观光学势的研究方法之一^[1,2]是从关于相对论核子-介子场理论的 Walecka 模型^[9]出发, 计算最低级近似下的光学势, 即取 Hartree-Fock 自能为光学势实部, 极化图贡献的自能虚部为光学势虚部. 对于有限核的光学势, 通常采用定域密度近似得到. 用这样得到的光学势来研究核子与核的弹性散射, 能给出比较满意的结果. 定域密度近似实质上忽略了核子间的相互作用力程在有限核中所起的作用. 将定域密度近似下有限核的光学势与唯象势作比较就可以发现, 两者在核表面处有一定的差别, 而定域密度近似给出的光学势的均方根半径普遍比唯象值小. 光学势的均方根半径是反映光学势特性的一个重要物理量, 在本文中, 我们将利用由 Walecka 模型得到的二核子的相互作用势, 对定域密度近似下的光学势进行折叠, 来考虑核力的相互作用力程在核子——有限核的微观光学势中的效应, 以改进定域密度近似的不足. 我们将在第二节中指出本文所采用的折叠方法, 在第三节中给出计算结果与有关讨论.

二、基本理论框架

Walecka 模型给出的核子通过交换 σ 、 ω 介子相互作用的 Lagrangian 密度^[9]为:

本文1992年1月9日收到.

* 浙江省自然科学基金资助.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi}(i\mathbf{r}^\mu\partial_\mu - M)\Psi + \frac{1}{2}(\partial^\mu\partial_\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) \\ & + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega^\mu\omega_\mu - \frac{1}{2}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - g_\sigma\bar{\Psi}\sigma\Psi \\ & - g_\omega\bar{\Psi}\mathbf{r}^\mu\omega_\mu\Psi \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $F_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu$; Ψ 、 σ 和 ω_μ 分别为核子、 σ 介子与 ω 介子的场算符, M 、 m_σ 和 m_ω 为它们的质量, $M=938.9 \text{ MeV}$, $m_\sigma=550 \text{ MeV}$, $m_\omega=770 \text{ MeV}$. 在 Hartree-Fock 近似下, 通过符合核物质的饱和性质来决定核子与介子的耦合常数. 在本文的计算中取饱和核物质的费米动能 $k_F=1.42 \text{ fm}^{-1}$, 相应地有 $g_\sigma^2/4\pi=6.63$, $g_\omega^2/4\pi=8.62$.

我们知道核子在核介质中的自能就是核子与核介质的等效相互作用, 即核子在核介质的光学势. 考虑最低级近似, 核子的 Hartree-Fock 自能贡献为光学势实部. 极化图贡献为光学势虚部. 在费米动能为 k_F (密度 $\rho = \frac{2}{3\pi^2}k_F^3$) 的核物质中, 在壳核子光学势可写为以下形式^[1,2]:

$$\begin{aligned} \sum(k_F, E) = & \sum_i(k_F, E) - \gamma^0 \sum_0(k_F, E) \\ & + \mathbf{r} \cdot \mathbf{k} \sum_v(k_F, E). \end{aligned} \quad (2)$$

其中:

$$\sum_i(k_F, E) = V_i(k_F, E) + iW_i(k_F, E). \quad (3)$$

$i=s, o, v$, 指标量、矢量与三矢量. V_i 与 W_i 分别代表 Hartree-Fock 自能与极化图的自能虚部. 为简单起见, 我们在这里不写出其具体表达式^[2]. 要自洽计算有限核的光学势是极其困难的, 通常采用定域密度近似 (LDA), 让核子在有限核中某一点的光学势等于在相应密度下的核物质中的光学势.

$$\sum^{\text{LDA}}(r, E) = \sum(k_F(r), E). \quad (4)$$

我们以 Hartree-Fock 近似下的光学势为例来分析定域密度近似的不足. 在 Hartree 近似下, 标量势 V_s 与矢量势 V_o 分别由交换 σ 介子与 ω 介子的相互作用产生. 如果将交换 σ 介子与 ω 介子而产生的二核子的相互作用用定域势 v_s 与 v_o 来代替, 则在 Hartree 近似下核子在有限核中的光学势严格解为:

$$V^{\text{IFN}}(r) = \int \rho_l(r') v_l(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (5)$$

其中 $l=\sigma, \omega$, $V^s=V_s$, $V^o=V_o$, ρ_s 与 ρ_o 分别为标量密度与矢量密度^[9]. 而核子在核物质的光学势为:

$$V^{\text{INM}} = \rho_l \int v_l(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (6)$$

相应的定域密度近似下的核子——有限核的光学势为:

$$V^{\text{ILD A}} = \rho_l(r) \int v_l(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (7)$$

由此可见只有当相互作用势为零程势时, (5) 式才与 (7) 式一致. 然而核子之间的相互作用并不是零程相互作用. 由于核子之间的相互作用力程很短, 定域密度近似仍为一个比

较有效的近似. 尤其是在核中心, 密度分布几乎为常数, 定域密度近似是一个很好近似, 但在核表面并非如此, 核密度在其表面附近迅速减小

为考虑相互作用力程在有限核中的效应, 用代表二核子相互作用的势 $v_1(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$, 对定域密度近似下的光学势 $V^{ILD.A}$ 进行折叠^[10], 得到改进的光学势为:

$$V^I(\mathbf{r}) = C_1 \int V^{ILD.A}(\mathbf{r}') v_1(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (8)$$

常数 $C_1 = [\int v_1(\mathbf{r}') d\mathbf{r}']^{-1}$ 是根据在核物质中应有 $V^{ILD.A} = V^{ILD.A}$ 选取的. 不难发现在 Hartree 近似下 V^I 与 V^{FN} 是严格相等的, 当将 (7) 式代入 (8) 式就有:

$$\begin{aligned} V^I(\mathbf{r}) &= C_1 \int \rho(\mathbf{r}') v_1(\mathbf{r}-\mathbf{r}') [\int d\mathbf{r}'' v_1(\mathbf{r}'')] d\mathbf{r}' \\ &= \int \rho_1(\mathbf{r}') v_1(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (9)$$

对 Hartree 近似下的光学势来说, 上述方法是对定域密度近似计算的一个十分有效的改进.

严格地说, Walecka 模型给出的核子之间通过交换介子进行的相互作用不能用势来表示, 但考虑到核子较重并过渡到非相对论极限下, 相互作用变为与时间和自旋无关的, 在坐标空间用 Yukawa 势^[9]来表示:

$$v_\sigma(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = -\frac{g_\sigma^2}{4\pi} \cdot \frac{e^{-m_\sigma|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}, \quad (10a)$$

$$v_\omega(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \frac{g_\omega^2}{4\pi} \cdot \frac{e^{-m_\omega|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \quad (10b)$$

考虑到核子是有限大小的, 须引入截断因子 Λ_i , 则势可改写为:

$$v_\sigma(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = -\frac{g_\sigma^2}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} (e^{-m_\sigma|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} - e^{-\Lambda_\sigma|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}), \quad (11a)$$

$$v_\omega(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \frac{g_\omega^2}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} (e^{-m_\omega|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} - e^{-\Lambda_\omega|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}). \quad (11b)$$

通常取 $\Lambda_\sigma = \Lambda_\omega = 1500 \text{ MeV}$.

有了相互作用势, 我们可以将上面对于定域密度近似下的光学势进行折叠的方法推广到以 Walecka 模型为基础, 取最低级近似的相对论微观光学势, 以考虑相互作用力程在其中的效应. 在 Hartree-Fock 近似下 σ 介子与 ω 介子对标量势 V_s , 矢量势 V_v 和三矢量势 V_v 均有贡献, 我们用相互作用势 v_1 对各介子在其中的贡献分别进行折叠:

$$V_i^I(\mathbf{r}) = C_1 \int V_i^{ILD.A}(\mathbf{r}') v_1(\mathbf{r}-\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (12)$$

$V_i^{ILD.A}$ 表示定域密度近似下所得到的光学势 $V_i^{ILD.A}$ 中交换 i 介子相互作用所产生的贡献. 经折叠后得到的有限核的光学势实部为:

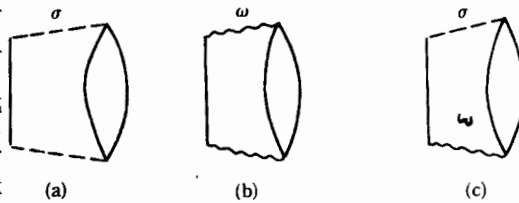


图1 极化图

$$V_i(r) = V_i^o(r) + V_i^w(r). \quad (13)$$

其中 $i=s, o, v$. 极化图所贡献的虚部势由图1所示的三部分组成, (a) 与 (b) 表示交换二次 σ 介子或 ω 介子的极化图, (c) 表示交换一次 σ 介子和一次 ω 介子的极化图. (a)、(b)、(c) 贡献的虚部势分别用 W^o, W^w, W^{ow} 来表示. 对于通过交换二次介子作用产生的虚部势, 我们用相应的势 v_i 对定域密度近似下的计算进行二次折叠. 即对 W^o 与 W^w 分别用 v_o 与 v_w 进行二次折叠, 对 W^{ow} 用 v_o 与 v_w 各折叠一次.

$$W_i^o(r) = C_o^2 \int d\mathbf{r}'' v_o(\mathbf{r} - \mathbf{r}'') \int d\mathbf{r}' W_i^{oLDA}(\mathbf{r}') v_o(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'), \quad (14a)$$

$$W_i^w(r) = C_w^2 \int d\mathbf{r}'' v_w(\mathbf{r} - \mathbf{r}'') \int d\mathbf{r}' W_i^{wLDA}(\mathbf{r}') v_w(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'), \quad (14b)$$

$$W_i^{ow}(r) = C_o C_w \int d\mathbf{r}'' v_o(\mathbf{r} - \mathbf{r}'') \int d\mathbf{r}' W_i^{owLDA}(\mathbf{r}') v_w(\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'), \quad (14c)$$

经折叠后, 有限核的光学势虚部为:

$$W_i(r) = W_i^o(r) + W_i^w(r) + W_i^{ow}(r). \quad (15)$$

在本文中我们将采用以上折叠方法来改进定域密度近似下有限核光学势的计算.

三、数值计算结果与讨论

在有限核中, 核子所满足的 Dirac 方程为:

$$[(1 + \Sigma_v(r, E))\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \gamma^0(M + \Sigma_s(r, E)) - \Sigma_o(r, E)]\Psi = E\Psi. \quad (16)$$

上式可简化成只含标量势与矢量势的形式:

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \gamma^0(M + U_s) + U_o]\Psi = E\Psi, \quad (17a)$$

其中:

$$U_s = \frac{\Sigma_s - \Sigma_o M}{1 + \Sigma_v}, U_o = \frac{-\Sigma_o + E\Sigma_v}{1 + \Sigma_v}. \quad (17b)$$

由于通常是在非相对论的框架下分析有关实验数据, 所以有必要推得 Schrödinger 等价势. 经过适当的变换^[1,2], 可得 Schrödinger 等价方程:

$$\left[\frac{p^2}{2E} + U_{\text{eff}}(r) + V_c(r) + U_{\omega\sigma} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}\right]\varphi(r) = \frac{E^2 - M^2}{2E}\varphi(r), \quad (18)$$

其中:

$$\varphi(r) = \sqrt{\frac{M + E}{D(r)}}\Psi_>(r),$$

$$D(r) = M + U_s(r) + E - U_o(r) - V_c(r).$$

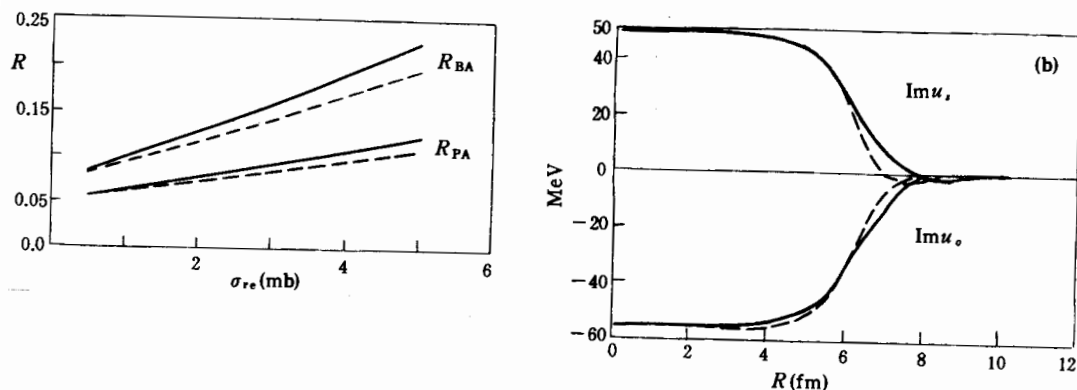
$\Psi_>(r)$ 为核子波函数的大分量. Schrödinger 等价中, 心势和自旋-轨道势分别为:

$$U_{\text{eff}}(r) = U_o + \frac{1}{2E}[U_s(2M + U_s) - (U_o - V_c)^2], \quad (19a)$$

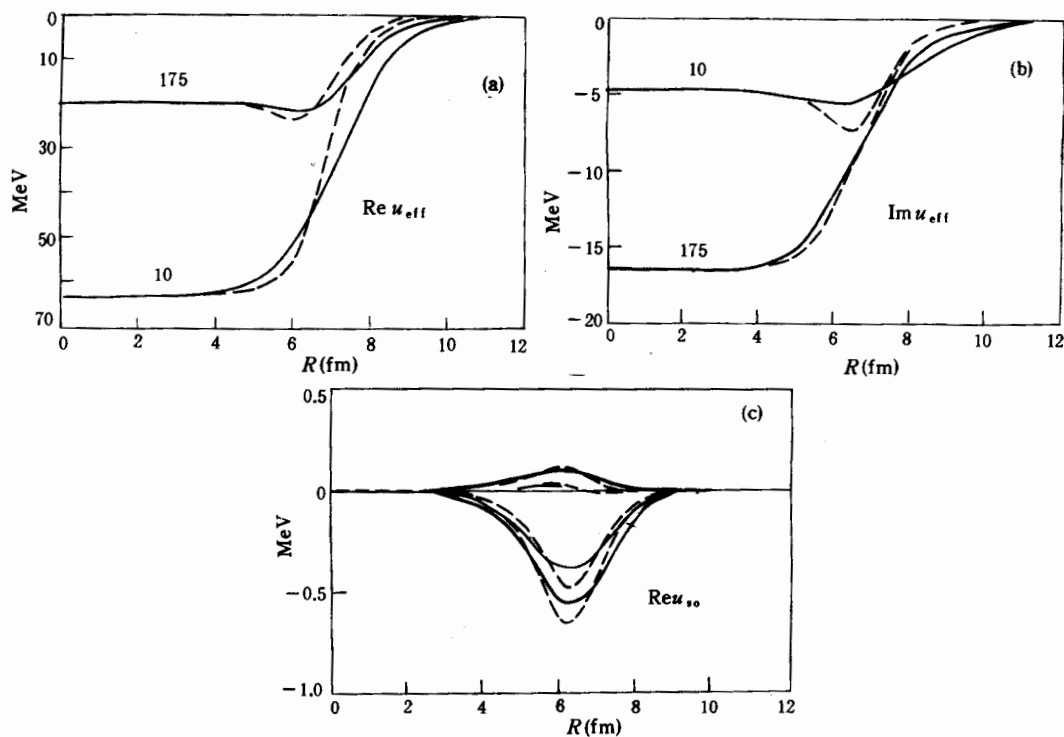
$$U_{\omega\sigma}(r) = -\frac{1}{2ErD(r)} \frac{dD(r)}{dr}. \quad (19b)$$

在这里我们已忽略了中心势中的 Darwin 项^[7].

在本文的计算中, 对有限核的密度分布, 我们采用与文献 [1、2] 一样的公式, 即对中重核选用 Negel 的经验公式^[11], 对轻核¹²C, ¹⁶O 采用高斯型的密度分布^[12]. 图2给出

图2 $E=175\text{MeV}$, $p\text{-}^{208}\text{Pb}$ 标量势与矢量势

— 本文计算, -- LDA

图3 $p\text{-}^{208}\text{Pb}$ Schrödinger 等价势

图注与图(2)同

了入射能量为175MeV的 $P\text{-}^{208}\text{Pb}$ 的标量势与矢量势. 在核中心处, 本文计算给出的光学势和定域密度近似下的光学势几乎一致, 在核表面处二者不同, 前者的变化趋势比后者平坦些. 核力的力程是很短的, $r_0 \sim 1\text{fm}$, $v_1(r-r')$ 在 $|r-r'| > 1\text{fm}$ 时很快地趋于零, 因此经折叠后某一点的光学势只与该点及该点周围一个比较小的区域的定域密度近似下的光学势有关. 在核中心处, 定域密度近似得到的 ^{208}Pb 的光学势几乎为常数, 经折叠后得到的势与其差不多一样. 在核表面, 定域密度近似下得到的光学势很快地下降, 经 v_1 折叠后,

光学势下降的趋势变缓. 图3给出了计算得到的入射能量为10MeV与175MeV的 $p\text{-}^{208}\text{Pb}$ 的薛定谔等价势, 本文的计算使薛定谔等价中心势在核表面的变化趋势减缓, 并明显地外推, 在能量为175MeV附近的酒瓶底变浅, 由标量势与矢量势的微分决定的自旋轨道势变小. 与唯象势^[8]比较可发现, 本文计算给出的光学势与唯象势符合得更好.

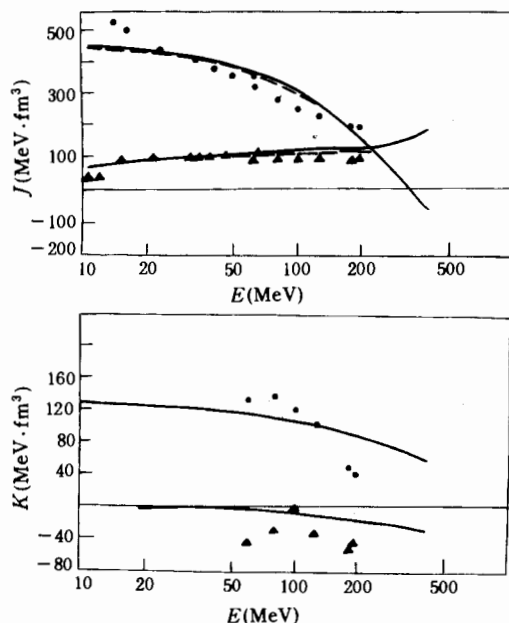


图4 $p\text{-}^{208}\text{Pb}$ Schrödinger 等价势体积积分
图注与图(2)同, 唯象值取自 [13, 14]

唯象分析表明, 核子与核的散射对 Schrödinger 等价势的体积积分与均方根半径极其敏感. Schrödinger 等价中心势的体积积分定义为:

$$J = -\frac{1}{A} \int u_{\text{eff}}(r) dr, \quad (20a)$$

自旋-轨道势的体积积分定义为:

$$K = -\frac{1}{A^{1/3}} \int u_{so}(r) dr. \quad (20b)$$

Schrödinger 等价中心势的实部与虚部的均方根半径定义为:

$$\langle R_V^2 \rangle^{1/2} = \left[\frac{\int R_e(u_{\text{eff}}(r)) r^2 dr}{\int R_e(u_{\text{eff}}(r)) dr} \right]^{1/2}, \quad (21a)$$

$$R_W^2 \rangle^{1/2} = \left[\frac{\int I_m(u_{\text{eff}}(r)) r^2 dr}{\int I_m(u_{\text{eff}}(r)) dr} \right]^{1/2}. \quad (21b)$$

从图4可以看出, 本文的计算对势的体积积分改变极小, 但对势的均方根半径就不同了. 图5给出了 $p\text{-}^{16}\text{O}$, $p\text{-}^{40}\text{Ca}$, $p\text{-}^{58}\text{Ni}$ 和 $p\text{-}^{208}\text{Pb}$ 的均方根半径的理论值与唯象值. 定域密度近似给出的均方根值普遍比唯象值小, 本文的计算使均方根半径增大, 接近唯象值. 均方根半径的定义表明, r 较大处的势对均方根半径贡献较大, 本文的计算使中心势在核表面处增大, 因而使均方根半径增大.

为进一步检验我们这样的改进定域密度近似的计算的合理性, 我们用本文计算得到的光学势分析了质子与有关核弹性散射的微分截面和有关自旋可观测量, 并与定域密度近似下的计算结果进行比较. 图6(a)是入射能量为65MeV的质子与 ^{12}C , ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{90}Zr , ^{118}Sn 和 ^{208}Pb 这一系列核的弹散微分截面的理论值与实验值. 由图可见, 同定域密度近似下的理论值相比, 本文给出的理论值与实验值有更好的符合. 对于图6(b)给出的不同入射能量下的质子与 ^{40}Ca 的弹散微分截面亦有一样的结论. 由于篇幅有限, 在图7中, 我们只给出有关能量下, 质子与 ^{40}Ca 及 ^{208}Pb 弹性散射的自旋可观测量, 分析本领 $P(\theta)$ 和自旋转动函数 $Q(\theta)$. 从图中可以看出, 本文的计算对自旋可观测量的改进不如微分截面明显, 只在 $\theta < 40^\circ$ 时, 本文的计算同实验值有较好的符合.

从以上所给出的计算结果与分析可以看到, 利用相互作用势 $v_1(r-r')$ 对定域密度近似的光学势进行折叠而得到的势与唯象势更接近. 用这样的势分析入射能量小于

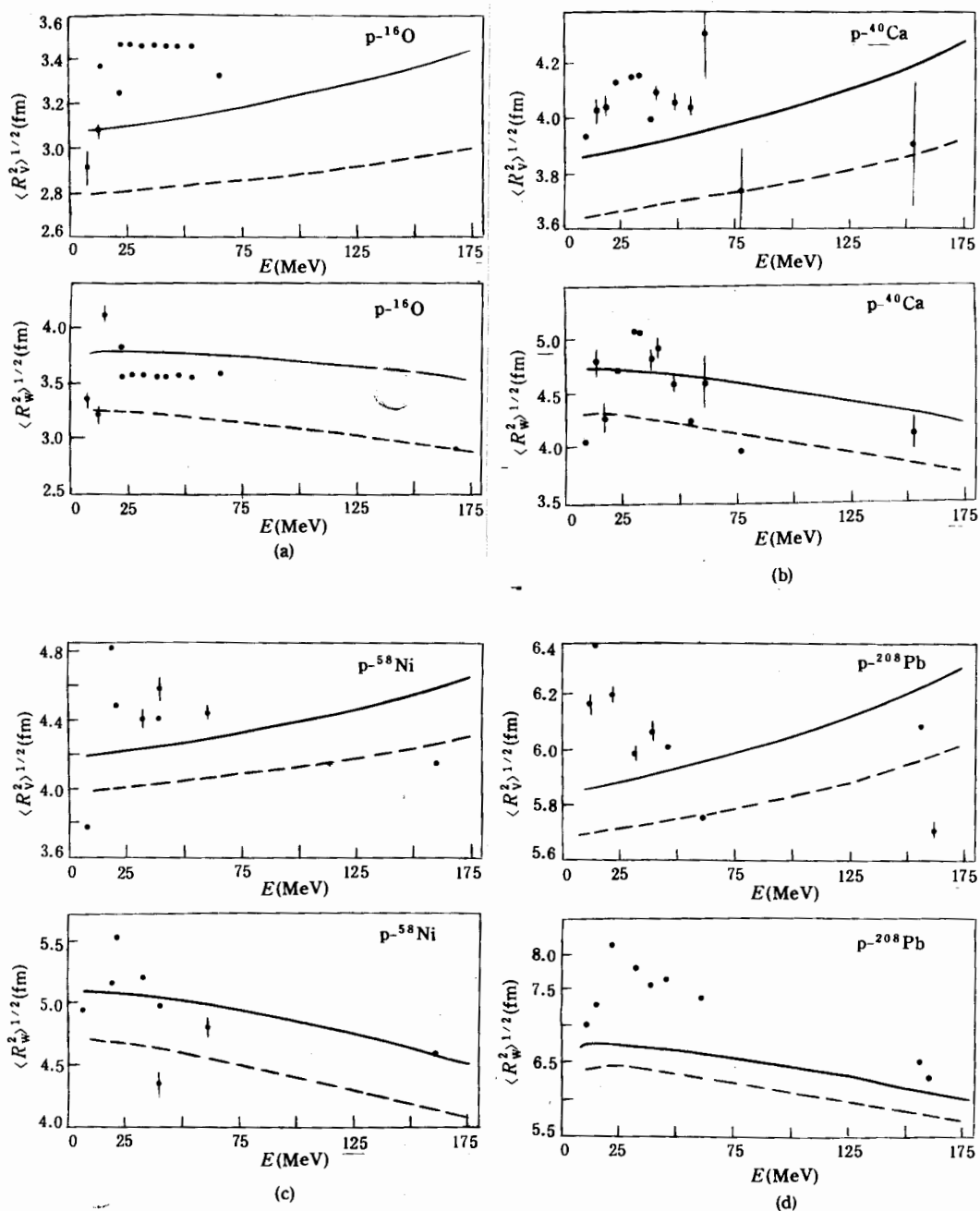


图5 Schrödinger 等价中心势的均方根半径

图注与图(2)同, 唯象值取自 [13]

200MeV 的质子与从 ^{12}C 到 ^{208}Pb 一系列球形核的弹性散射, 亦得到与实验符合得更好的结果. 这些表明, 通过这样的方法来考虑相互作用力程在相对论微观光学势中的效应是

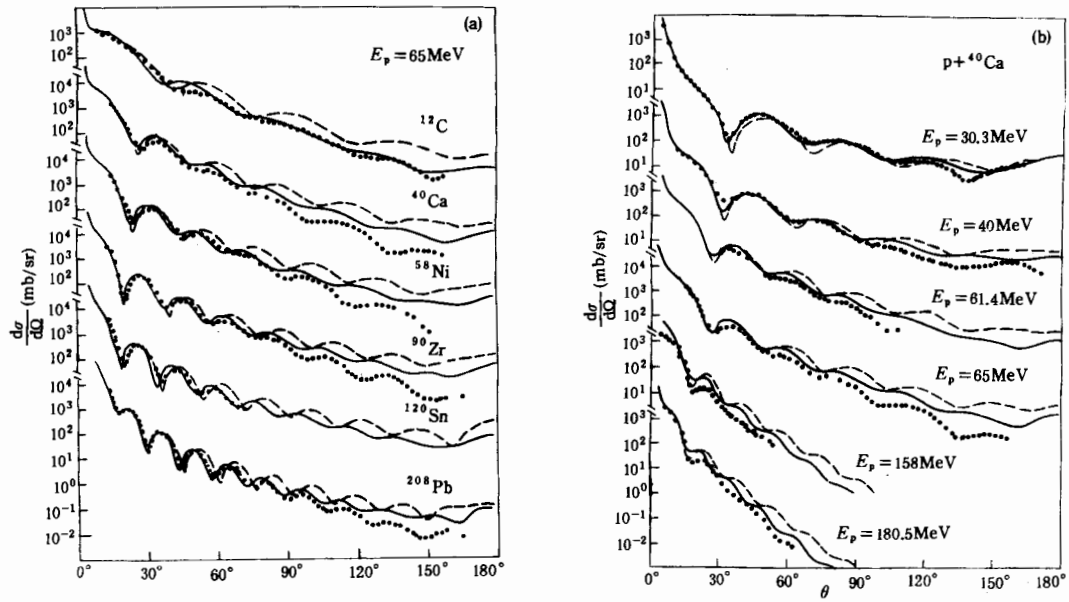
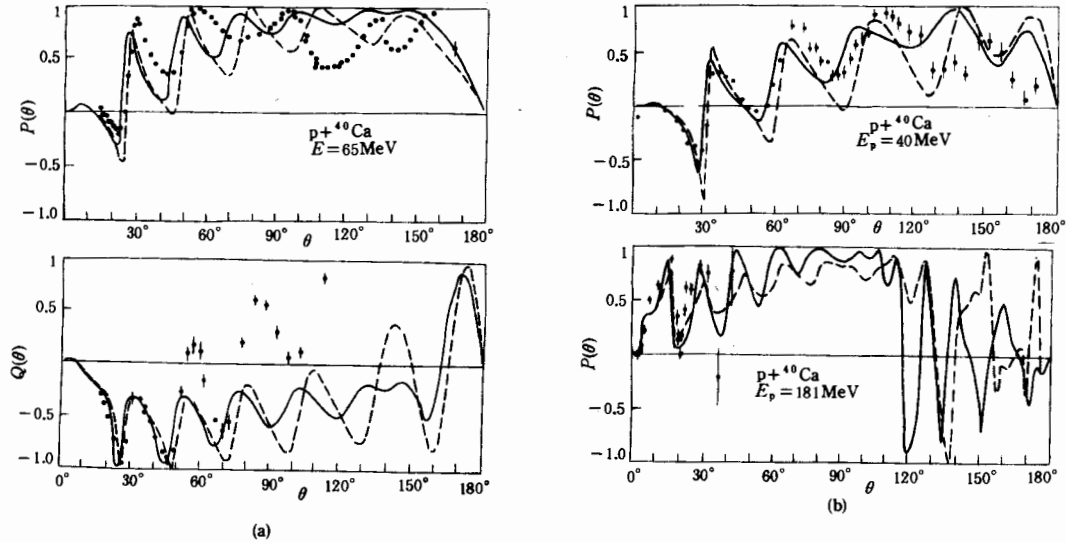


图6 p-核弹性散射微分截面

图注与图(2)同, 实验值取自 [15, 16]

合理的. 当然以这样的方法只是部分地考虑了相互作用力的效应. 因为把折叠方法推广到 Hartree-Fock 自能与极化图贡献的虚部自能时包含有一定的近似性, 同时相互作用势是在一定的近似下得到的. 我们的计算只对核表面的光学势有较大的改进, 而联系着大动量转移的大角度散射与核势内部的细致结构有关, 因此我们的计算对大角度的散射改进不多.



(a)

(b)

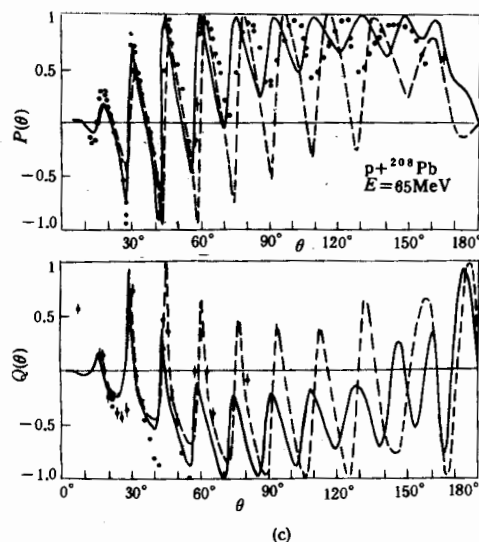


图7 p-核弹性散射自旋可观测量

图注与图(2)同, 实验值取自 [15, 16]

参 考 文 献

- [1] Ma Zhongyu et al., *Nucl. Phys.*, **A 490** (1988), 619.
- [2] Zhu Ping et al., *Chinese J. of Nucl. Phys.*, **11** (1989), 39.
- [3] J. A. McNeil et al., *Phys. Rev. Lett.*, **50** (1983), 1439.
- [4] C. Nuppena et al., *Nucl. Phys.*, **A 571** (1991), 525.
- [5] L. G. Arnold et al., *Phys. Rev.*, **C 23** (1981), 1949.
- [6] L. G. Arnold et al., *Phys. Rev.*, **C 25** (1982), 936.
- [7] B. C. Clark, Development of the Dirac scattering approach, Invited talk presented at the Los Alamos Workshop on relativistic dynamics and quark-nuclear physics, June 2-June 14, 1985.
- [8] R. Kozack et al., *Nucl. Rev.*, **C 39** (1989), 1461.
- [9] J. D. Walecka, *Ann. Phys.*, **83** (1974), 491.
- [10] M. Jaminon, *Phys. Rev.*, **C 26** (1982), 1551.
- [11] J. W. Negele, *Phys. Rev.*, **C 1** (1970), 1260.
- [12] H. F. Ehrenberg et al., *Phys. Rev.*, **113** (1959), 666.
- [13] J. P. Jeukenne et al., *Phys. Rev.*, **C 16** (1977), 80.
- [14] A. Nadasen et al., *Phys. Rev.*, **C 23** (1981), 1023.
- [15] H. Sakaguchi et al., *J. Phys. Soc. Jpn. Suppl.*, **55** (1986), 61.
- [16] B. W. Ridley and J. F. Turner, *Nucl. Phys.*, **58** (1964), 497.
- L. N. Blumberg et al., *Phys. Rev.*, **147** (1966), 812.
- C. B. Fulmer et al., *Phys. Rev.*, **181** (1969), 1565.
- A. Johansson et al., *Ark. Fys.*, **19** (1961), 541.

The Effect of Interaction Range in Relativistic Microscopic Optical Potentials

ZHU PING XU JIABAO GAO QIN

(*Department of Physics, Hangzhou University, 310028*)

ABSTRACT

Starting from the Walecka model about relativistic nucleon-meson field theory, the effect of interaction range in the relativistic microscopic optical potentials for nucleon-nucleus is included by folding the optical potentials in Local Density Approximity with nucleon-nucleon interaction potentials from the Walecka model. The present potentials are used to analyze the proton elastic scattering from nuclei. The agreement of the present calculation with experiment data is better than that of LDA.