第 17 卷 第 2 期　　高能物理与核物理　　Vol. 17, No. 2
1993 年 2 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Feb., 1993

垒下熔合反应的一种 α 粒子转移的解释*

申　虹　　何国柱
(南开大学物理系，天津 300071)

摘　　要

本文提出了垒下熔合中 α 转移的分子轨道理论，以解释垒下熔合截面增加现象。由 α 转移导出的分子势是引起这一截面增加的原因。应用这一理论计算了 $^{24}Mg + ^{32}S$ 的熔合截面，结果与实验数据基本符合。

一、引　　言

在能量低于库仑位垒的情况下，熔合截面的实验值比一维位垒穿透模型的理论值高出一到两个数量级。对于这一截面增加现象，人们提出了许多解释，如形变光学模型[1]、直接反应模型[2]和耦合道模型[3,4]。

本文基于 α 转移机制，对这一截面增加现象提出了另一种解释，认为在熔合过程中伴随着 α 转移现象，由于 α 转移降低了位垒，从而增加了熔合截面。对于 α 转移采用了分子轨道理论进行计算，这一理论认为原子核中存在 α 集团现象，尤其在碰撞过程中，核表面形成 α 集团的几率更大，核表面的这些 α 集团可以围绕两个相碰撞的核芯转动，形成分子态。分子轨道理论已经成功地被应用于解释重离子散射的大角反常现象[5,6]。

本文在构造了垒下熔合 α 转移的分子轨道理论之后，具体地计算了 $^{24}Mg + ^{32}S$ 的熔合反应截面，计算结果比一维位垒穿透模型提高了一个数量级左右，与实验数据基本符合。

二、理论和公式

根据分子轨道理论，可以认为 ^{32}S 是由一个 ^{28}Si 核芯和一个 α 粒子组成的。在 ^{24}Mg 与 ^{32}S 相碰撞的过程中，^{32}S 中的 α 粒子围绕 ^{24}Mg 和 ^{28}Si 两个核芯转动成为价粒子，如图 1 所示

这个三体系统的哈密顿量为:

$$H = T(\boldsymbol{R}) + V_{12}(R) + h, \tag{1a}$$

$$h = \varepsilon_\alpha + V_1(r_1) + V_2(r_2), \tag{1b}$$

其中 T 和 V_{12} 是两核芯间的动能算符和作用势，h 是 α 价粒子的哈密顿量，V_1 和 V_2 是 α 价粒子与核芯 1 和核芯 2 的作用势。

本文 1991 年 11 月 24 日收到.
* 国家自然科学基金和国家教委博士点基金资助.

α 价粒子的分子态波函数 Φ_i 应该满足:

$$h\Phi_i = \varepsilon_i\Phi_i, \tag{2}$$

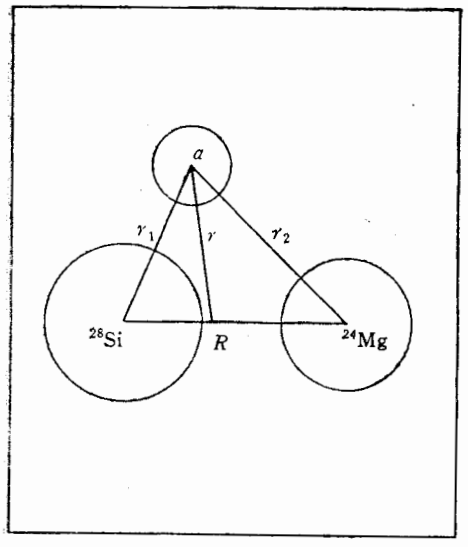

图 1 $^{24}Mg + ^{32}S$ 三体系统坐标系

其中 ε_i 是第 i 个分子态本征能量. 在两态近似下, Φ_i 可以用 α 粒子分别束缚于核芯 1 和核芯 2 的基态波函数 ϕ_1 和 ϕ_2 来展开,

$$\Phi_i = (1 + 2P_i\delta + P_i^2)^{-\frac{1}{2}}(\phi_1 + P_i\phi_2), \tag{3}$$

其中 $\delta = \langle\phi_1|\phi_2\rangle$ 是交迭积分.

通过解以下方程组:

$$\langle\phi_1|\varepsilon_i - h|\Phi_i\rangle = 0, \tag{4a}$$

$$\langle\phi_2|\varepsilon_i - h|\Phi_i\rangle = 0, \tag{4b}$$

可以得到 ε_i 和 P_i 的表达式

$$\varepsilon_i = \frac{1}{2(1-\delta^2)}\Big[h_{11} + h_{22} - 2h_{12}\delta + (-1)^i \cdot \sqrt{(h_{11}-h_{22})^2 + 4(h_{12}-h_{11}\delta)(h_{12}-h_{22}\delta)}\Big], \tag{5}$$

$$P_i = \frac{\varepsilon_i\delta - h_{21}}{h_{22} - \varepsilon_i} = \frac{h_{11} - \varepsilon_i}{\varepsilon_i\delta - h_{12}}, \quad i = 1,2 \tag{6}$$

其中 $h_{ij} = \langle\phi_i|h|\phi_j\rangle$, $i,j = 1,2$

系统的总波函数 ψ 可以用这两个分子态波函数 Φ_1 和 Φ_2 来展开,

$$\psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \sum_{i=1}^{2} F_i(\boldsymbol{R})\Phi_i(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2), \tag{7}$$

其中 $F_i(\boldsymbol{R})$ 表示两核芯间的相对运动, ψ 应满足

$$\langle\Phi_1|E - H|\psi\rangle = 0, \tag{8a}$$

$$\langle\Phi_2|E - H|\psi\rangle = 0. \tag{8b}$$

通过解以上方程组,得到:

$$\Big\{T + V_{12} - E + h^{11} - \frac{M_1 + M_2}{2M_1M_2}[\langle\Phi_1|\nabla_{\boldsymbol{R}}^2|\Phi_1\rangle + 2\langle\Phi_1|\nabla_{\boldsymbol{R}}|\Phi_1\rangle\nabla_{\boldsymbol{R}}]\Big\}F_1 + \Big\{[T + V_{12} - E]\Delta + h^{12} - \frac{M_1 + M_2}{2M_1M_2}[\langle\Phi_1|\nabla_{\boldsymbol{R}}^2|\Phi_2\rangle + 2\langle\Phi_1|\nabla_{\boldsymbol{R}}|\Phi_2\rangle\nabla_{\boldsymbol{R}}]\Big\}F_2 = 0, \tag{9a}$$

$$\Big\{T + V_{12} - E + h^{22} - \frac{M_1 + M_2}{2M_1M_2}[\langle\Phi_2|\nabla_{\boldsymbol{R}}^2|\Phi_2\rangle + 2\langle\Phi_2|\nabla_{\boldsymbol{R}}|\Phi_2\rangle\nabla_{\boldsymbol{R}}]\Big\}F_2 + \Big\{[T + V_{12} - E]\Delta + h^{21} - \frac{M_1 + M_2}{2M_1M_2}[\langle\Phi_2|\nabla_{\boldsymbol{R}}^2|\Phi_1\rangle + 2\langle\Phi_2|\nabla_{\boldsymbol{R}}|\Phi_1\rangle\nabla_{\boldsymbol{R}}]\Big\}F_1 = 0, \tag{9b}$$

其中

$$\Delta = \langle\Phi_1|\Phi_2\rangle = \langle\Phi_2|\Phi_1\rangle = C_1C_2[1 + (P_1 + P_2)\delta + P_1P_2], \tag{10}$$

$$h^{ij} = \langle\Phi_i|h|\Phi_j\rangle = C_iC_j[h_{11} + P_ih_{21} + P_jh_{12} + P_iP_jh_{22}], \tag{11}$$

$$C_i = (1 + 2P_i\delta + P_i^2)^{-\frac{1}{2}},\ i,j = 1,2. \tag{12}$$

通过 $\boldsymbol{r}_i$ 和 $\boldsymbol{R}$ 的关系式:

$$\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{r} + \frac{M_2}{M_1 + M_2}\boldsymbol{R},\quad \boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{r} - \frac{M_1}{M_1 + M_2}\boldsymbol{R}, \tag{13}$$

可以将 $\langle \Phi_i|\nabla_R^2|\Phi_j\rangle$ 转换为 $\langle \Phi_i|\nabla_r^2|\Phi_j\rangle$ 的表示,并将这一项并入 h_{ij} 中. $\langle \Phi_i|\nabla_R|\Phi_j\rangle$ 是随 $\boldsymbol{R}$ 的增加而迅速减小的,可以忽略. 微分方程组(9)被约化为如下形式:

$$[E - T(\boldsymbol{R}) - V_{12}(R) - V_{M1}]F_1 + V_{C1}F_2 = 0, \tag{14a}$$

$$[E - T(\boldsymbol{R}) - V_{12}(R) - V_{M2}]F_2 + V_{C2}F_1 = 0, \tag{14b}$$

其中,

$$V_{C1} = \frac{h^{22}\Delta - h^{12}}{1 - \Delta^2},\ V_{C2} = \frac{h^{11}\Delta - h^{21}}{1 - \Delta^2}, \tag{15}$$

$$V_{M1} = \frac{h^{11} - h^{21}\Delta}{1 - \Delta^2},\ V_{M2} = \frac{h^{22} - h^{12}\Delta}{1 - \Delta^2}. \tag{16}$$

微分方程组中的耦合部分 V_{C1} 和 V_{C2} 在 α 粒子的基态波函数和与核芯的作用势采用方程(20, 21)的情况下,是随 R 迅速减小的量, 与 V_{M1} 和 V_{M2} 相比非常小. 为了计算方便,我们忽略掉弱的耦合项,得到弹性道的微分方程:

$$[E - T(\boldsymbol{R}) - V_{12}(R) - V_{M1}]F_1 = 0. \tag{17}$$

方程中的 V_{M1} 项是由于两核芯间交换 α 价粒子所产生的, 我们称 V_{M1} 为分子势. 由方程(10—12,16)可知 V_{M1} 是 h_{ij} 的函数,矩阵元 h_{ij} 可以写做

$$h_{11} = \varepsilon_1 + K_1,\ h_{22} = \varepsilon_2 + K_2,\ h_{12} = h_{21} = \varepsilon_2\delta + J_2, \tag{18}$$

其中, $\varepsilon_i = \langle \phi_i|t(\boldsymbol{r}_i) + V(r_i)|\phi_i\rangle$ 是 α 粒子束缚于核芯 i 上的能量, $K_1 = \langle \phi_1(\boldsymbol{r}_1)|V_2(\boldsymbol{r}_2)|\phi_1(\boldsymbol{r}_1)\rangle$ 和 $K_2 = \langle \phi_2(\boldsymbol{r}_2)|V_1(\boldsymbol{r}_1)|\phi_2(\boldsymbol{r}_2)\rangle$是直接势,

$$J_2 = \langle \phi_1(\boldsymbol{r}_1)|V_1(\boldsymbol{r}_1)|\phi_2(\boldsymbol{r}_2)\rangle$$

是交换势. 当 α 粒子束缚于核芯 1 上入射时

$$E_{cm} = E - \langle \phi_1|t + V_1|\phi_1\rangle = E - \varepsilon_1,$$

$$V = V_{12} + \langle \phi_1|V_2|\phi_1\rangle = V_{12} + K_1,$$

$$V_M = V_{M1} - \langle \phi_1|t + V_1 + V_2|\phi_1\rangle = V_{M1} - \varepsilon_1 - K_1,$$

因此方程(17)可以被写为:

$$[E_{cm} - T(\boldsymbol{R}) - V(R) - V_M]F_1 = 0, \tag{19}$$

其中 E_{cm} 是质心系能量, V 表示两核之间的作用势, V 可以被写为

$$V(R) = V^{opt}(R) + V^{C}(R).$$

三、结果和讨论

应用垒下熔合中 α 转移的分子轨道理论,我们计算了 $^{24}Mg + {}^{32}S$ 的熔合反应截面,在具体计算中,光学势 V^{opt} 采用了 Woods-Saxon 势的形式

$$V^{opt} = -V\{1 + \exp[(R - R_V)/a_V]\}^{-1} - iW\{1 + \exp[(R - R_W)/a_W]\}^{-1}.$$

$$R_V = R_{0V}(A_1^{\frac{1}{3}} + A_2^{\frac{1}{3}}),\ R_W = R_{0W}(A_1^{\frac{1}{3}} + A_2^{\frac{1}{3}}),$$

其中参数 $V=53.5\text{MeV}$，$R_{0V}=1.17\text{fm}$，$a_V=0.633\text{fm}$，$W=10.0\text{MeV}$，$R_{0W}=1.0\text{fm}$，$a_W=0.4\text{fm}$ 是采用了文献[4]中给出的参数。在进行一维位垒穿透模型计算中，位势中的核势部分的形式和参数与以上光学势实部相同。

库仑势部分 V^c 采用以下形式

$$V^c=\begin{cases}Z_1Z_2e^2(3-R^2/R_C^2)/2R_C & R\leqslant R_C\\ Z_1Z_2e^2/R & R>R_C\end{cases}$$

$$R_C=R_{0C}(A_1^{\frac{1}{3}}+A_2^{\frac{1}{3}}),$$

其中库仑势参数 $R_{0C}=1.2\text{fm}$。

α 粒子与核芯间的作用势采用双高斯势的形式:

$$V_i(r_i)=V_{i1}\exp(-r_i^2/g_{i1}^2)+V_{i2}\exp(-r_i^2/g_{i2}^2),\ i=1,2 \tag{20}$$

其中参数 $V_{11}=199\text{MeV}$，$g_{11}=1.26\text{fm}$，$V_{12}=-165\text{MeV}$，$g_{12}=4.42\text{fm}$，$V_{21}=127\text{MeV}$，$g_{21}=1.11\text{fm}$，$V_{22}=-176\text{MeV}$，$g_{22}=3.84\text{fm}$。

α 粒子束缚于第 i 个核芯的基态波函数采用独立粒子模型[7]:

$$\phi_i(r_i)=\frac{1}{\sqrt{8}}(\pi a_i^2)^{-\frac{3}{4}}\left[(2-\sqrt{6})+\sqrt{\frac{8}{3}}\left(\frac{r_i}{a_i}\right)^2\right]\exp(-r_i^2/2a_i^2),\ i=1,2 \tag{21}$$

其中 a_i 是谐振参量 $a_1=1.60$，$a_2=1.55$。

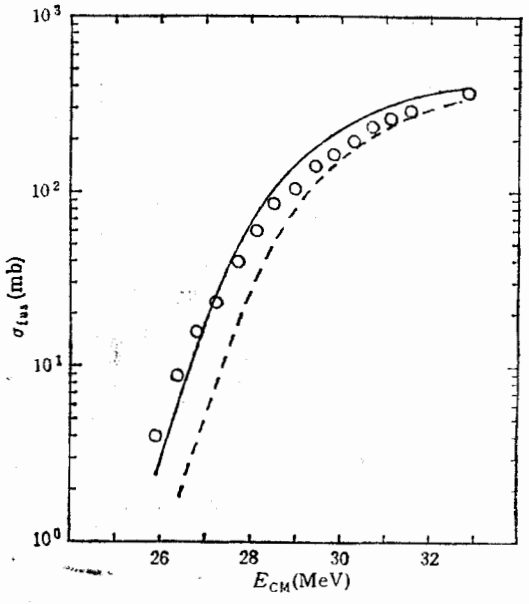

图 2 一维位垒穿透模型与 α 转移的分子轨道模型的比较
虚线为位垒穿透结果. 实线为本工作结果

应用以上给出的势和波函数，可以数值求解包含 α 转移影响的方程(19)，从而得到弹性道各分波的 S 矩阵元 $S_{\alpha\alpha}^l$。

根据文献[4]，熔合截面可以被表示为:

$$\sigma_{fus}(E_{cm}) = \frac{\pi}{k^2}\sum_l (2l+1)(1-|S^l_{\alpha\alpha}|^2).$$

计算结果如图 2 所示。实验数据取自文献[8]。

由图 2 可以看出，由于考虑了 α 转移的影响，计算结果比位垒穿透模型提高了约一个数量级，与实验结果基本符合。由此可知，α 转移可能是造成垒下熔合截面增加的一个重要原因。

作者感谢金庆华老师在计算程序方面给予的热情帮助。

参　考　文　献

[1] C. Y. Wong, *Phys. Rev. Lett.*, **31**(1973), 766.
[2] R. A. Broglia, C. H. Dasso, S. Landowne, A. Winther, *Phys. Rev.*, **C27**(1983), 2433.
[3] C. H. Dasso, S. Landowne, A. Winther, *Nucl. Phys.*, **A405**(1983), 381.
[4] M. J. Rhoades-Brown, P. Braun-Munzinger, *Phys. Lett.*, **136B**(1984), 19.
[5] C. Q. Gao, P. Z. Ning, G. Z. He, *Nucl Phys.*, **A438**(1985), 281.
[6] L. H. Xia, C. Q. Gao, P. Z. Ning, G. Z. He, *Phys. Rev.*, **C35**(1987), 1789.
[7] Q. R. Li et al., *Phys. Ener. Fort. Phys. Nucl.*, **5**(1981), 531.
[8] G. M. Berkowitz, P. Braun-Munzihger, J. S. Karp, R. H. Freifelder, T. R. Renner, H. W. Wilschut, *Phys. Rev.*, **C28**(1983), 667.

An Interpretation of Sub-Barrier Fusion Reaction Based on α Transfer Mechanism

SHENG HONG　HE GUOZHU
(*Naikai University, Tianjing* 300071)

ABSTRACT

A molecular orbital theory is formulated based on α transfer for the interpretation of sub-barrier fusion enhancement. The molecular potential induced by α transfer causes the enhancement of the fusion. The fusion cross section is calculated for the $^{24}Mg+^{32}S$ case. Good fits to experimental data can be reached naturally.