

用 CHHE-MRT 方法研究 3- α 集团基态

李世清 许定安 刘福庆
(武汉大学物理系, 武汉 430072)

摘 要

本文用 CHHE-MRT 方法研究了 3- α 集团的基态. 给出了 3- α 束缚态二体 T 矩阵和三体超径向波函数的公式, 并分别用高斯势、汤川势和指数势计算了 3- α 集团(^{12}C)基态的解. 计算虽然只取 $K=0, 2$ 近似, 算得的结合能仍与实验值比较符合.

一、引 言

^{12}C 核是检验 α 集团模型的典型核, 自六十年代起, 就有许多人利用 3- α 模型研究 ^{12}C 核. Harrington 利用可分势解齐次 Faddeev 方程, 计算了 3- α 集团的束缚态^[1]. Fulco 利用 Darriulat 唯象势计算了 3- α 集团的基态^[2]. Abul-Magd 则采用 Hall-Post 理论计算了 N 个 α 粒子系统的束缚态^[3]. Avishai 采用 Irving 波函数^[4]及求最小能量期待值的方法得到了 $^{12}\text{C}(3-\alpha)$ 的结合能^[5], 其值与实验值比较符合. 然而, 也有些作者^[6,7]在 ^{12}C 的 3- α 模型计算中没能找到束缚态. 但总的说来, 集团模型在轻核结构的研究中已取得相当的进展^[8].

本文将连续超球调和展开动表象变换方法(CHHE-MRT 方法)^[9,10]应用于 3- α 结构, 研究了 ^{12}C 的 3- α 体系的基态. 第二节给出了 3- α 束缚态的二体 T 矩阵和 3- α 束缚态超径向波函数公式, 并分别用 α - α 相互作用的 Gauss 势、Yukawa 势和指数势计算了 $^{12}\text{C}(3-\alpha)$ 基态的解. 第三节对计算结果进行了分析和讨论.

二、3- α 集团束缚态

3- α 集团束缚态的二体 T 矩阵为:

$$T_{[L][L]}(\kappa_0, \kappa', \kappa) = V_{[L][L]}(\kappa', \kappa) - \frac{2}{\hbar^2} \sum_{[L^*]} \int d\kappa'' \frac{\kappa''^5}{\kappa''^{1/2} + \kappa_0^2} V_{[L][L^*]}(\kappa', \kappa'') T_{[L^*][L]}(\kappa_0, \kappa'', \kappa), \quad (1)$$

式中

$$[L] \equiv l_k, m_k, l_p, m_p, K;$$

$$K = l_k + l_p + n \quad \text{为超动量};$$

n 为相应于超球振动角的超球量子数.

三粒子超球动量空间如图 1 所示. 三体束缚态结合能为

$$\epsilon = \frac{\kappa_0^2}{2} \quad (2)$$

三体束缚态波函数的超径向函数满足方程

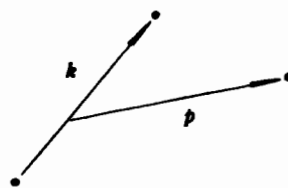


图 1 三粒子超球动量空间

$$\phi_{K_i}^{l' p_{ij} l' p_k}(\kappa) = -\frac{2}{\hbar^2} \frac{1}{\kappa^2 + \kappa_0^2} \int d\kappa' \kappa' \left\{ \begin{array}{l} \sum_{\substack{K_i l' p_{ij} l' p_k \\ l' p_{ij} l' p_k}} \langle l' p_{ij} l' p_k | l_{p_{jk}} l_{p_i} \rangle_{K_i}^i \\ T_{K_i K_i}^{l' p_{ij} l' p_k} \phi_{K_i}^{l' p_{ij} l' p_k}(\kappa') + \\ \sum_{\substack{K_j l'' p_{ij} l'' p_k \\ l'' p_{ij} l'' p_k}} \langle l'' p_{ij} l'' p_k | l_{p_{ki}} l_{p_i} \rangle_{K_j}^i T_{K_i K_j}^{l' p_{ij} l'' p_k} \phi_{K_i}^{l' p_{ij} l' p_k}(\kappa') \end{array} \right\}, \quad (3)$$

式中 $\langle l' p_{ij} l' p_k | l_{p_{jk}} l_{p_i} \rangle_{K_i}^i$ 等为 Reynol-Revai 系数, 三粒子超球动量空间的 Jacobi 动量分别为

$$p_{ij} = \frac{m_j k_i - m_i k_j}{\sqrt{m_i m_j (m_i + m_j)}}; \quad (4)$$

$$p_k = \frac{m_k (k_i + k_j) - (m_i + m_j) k_k}{\sqrt{m_k (m_i + m_j) (m_i + m_j + m_k)}}, \quad (5)$$

式中 i, j, k 为 1, 2, 3 的任意循环置换.^{D)}

计算所用 α - α 相互作用势分别为

a) Gauss 势^[11]: $V_G = V_0 e^{-\mu^2 r^2}$, (6)

其中 $V_0 = -122.6225 \text{ MeV}$, $\mu = 0.4690 \text{ fm}^{-1}$.

b) Yukawa 势^[5]: $V_Y = V_0 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r}$, (7)

其中 $V_0 = -9.7 \text{ MeV}$, $\frac{1}{\mu} = 1.7 \text{ fm}$.

c) 指数势^[5]: $V_E = V_0 e^{-\mu r}$, (8)

其中 $V_0 = -11.7 \text{ MeV}$, $\frac{1}{\mu} = 2.4 \text{ fm}$.

三、计算结果与讨论

在求解一维积分方程组(3)时, 由于 3- α 集团结构的对称性, 只取了超球谐函数的前两项($K=0, 2$), 由计算结果看, 这种取法是合理的. 计算所得的 3- α 集团(^{12}C)束缚态结合能列于表 1 中. 作为比较, 在表 1 中还列出了文献[1-3]和[5]的计算结果. 计算所得的超径向波函数见图 2.

D) 式(1)-(5)的符号和简要推导见文献[10].

表1 $^{12}\text{C}(3-\alpha)$ 束缚态结合能(MeV)

K = 0			K = 0, 2		[1]	[2]	[3]	[5]	
E_G	E_Y	E_E	E_Y	E_E				E_Y	E_E
7.031	6.625	7.428	6.628	7.444	12.8	2.79	4.9	6.726	7.271

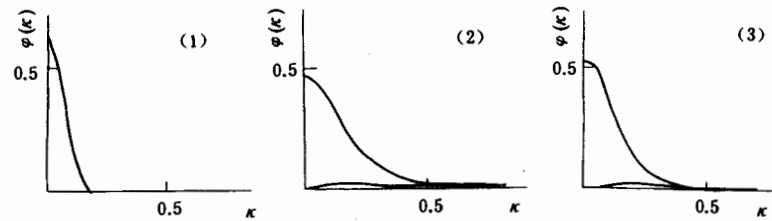


图2 超球径向波函数

(1) Gauss 势($K=0$) (2) Yukawa 势($K=0,2$) (3) 指数势($K=0,2$)

虽然所采用的 α - α 相互作用势形式较为简单,它既未包含硬心,也未考虑库仑斥力,更没有考虑 3 个 α 粒子之间的三体相互作用力,但计算结果,不论是对 Gauss 势还是对 Yukawa 势或指数势,均与实验值 $E_{\text{exp}}(^{12}\text{C})=7.27\text{MeV}$ 比较接近. 这一方面可以说明,在 α 集团模型中当 α 粒子相互靠近时,由 α 粒子的变形对结合能的影响较小(在 $3-\alpha$ 集团中,其贡献小于 10%^[33]);另一方面也说明了,在 $3-\alpha$ 集团模型中 α - α 之间的库仑斥力的贡献与 3 个 α 粒子之间的三体力的贡献恰好近似地抵消,尽管它们各自的贡献均很大. 精确地计算出 α - α 之间的库仑排斥能的工作量是较大的,但可大致地估算一下. 设 α 粒子的电荷为球分布,则 $E_c(Z^A)=0.584Z(Z-1)A^{-\frac{1}{3}}\text{MeV}$ ^[12],于是 $3-\alpha$ 集团中库仑排斥能约为 $E_c(^{12}\text{C})-3E_c(^4\text{He})=5.4\text{MeV}$;而 $3-\alpha$ 集团中的三体力对结合能的贡献约为 5.3MeV ^[33],因此两者正好近似地抵消. 在此分析基础上,计算结果也说明 CHHE-MRT 方法是较成功的. 这鼓励我们进一步地利用该方法以简化模型(即略去 α 粒子的形变、 α - α 之间的库仑斥力以及 3 个 α 粒子之间的三体力)去计算 $^{12}\text{C}(3-\alpha)$ 的束缚态能级. 在 $3-\alpha$ 模型中, α 形变导致的结构型三体力不同于交换基本粒子引起的三体力^[14],在 3 个 α 粒子进一步靠近时还应考虑与由 12 个核子构成集团的壳模型理论之间的衔接和统一,这也是一个值得进一步研究的课题.

参 考 文 献

- [1] D. R. Harrington, *Phys. Rev.*, **147**(1966), 685.
- [2] J. R. Fulco and D. Y. Wong, *Phys. Rev.*, **172**(1968), 1062.
- [3] A. Y. Abul-Mgad, *Nucl. Phys.*, **A129**(1969), 610.
- [4] J. Irving, *Phil. Mag.*, **42**(1951), 338.
- [5] Y. Avishai, *Phys. Rev.*, **C6**(1972), 677.
- [6] I. Duck, *Nucl. Phys.*, **84**(1966), 586.
- [7] P. Dariulat, *Nucl. Phys.*, **76**(1966), 118.
- [8] W. T. H. Van Oers et al., Clustering Aspects of Nuclear Structure and Nuclear Reaction, Conference Proceedings, 1978, p. 144.
- [9] F. Q. Liu et al., *ACTA Mathematica Sci.*, **9**(1989), 355.

- [10] 许定安等,高能物理与核物理, **16**(1992), 546.
- [11] R. I. Dzhibuti et al., *Sov. J. Nucl. Phys.*, **43**(1986), 530.
- [12] I. Kaplan, *Nuclear Physics*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1963, p. 540.
- [13] O. Portilho et al., *Phys. Rev.*, **C27**(1983), 2923.
- [14] Shin-Nan Yang, *Phys. Rev.*, **C10**(1974), 2067;
S. Barshay, *Phys. Lett.*, **100B**(1981), 380.

Study of 3- α Cluster Ground State Using CHHE-MRT Method

LI SHIQING XU DINGAN LIU FUQING

(Physics Department Wuhan University, Wuhan 430072)

ABSTRACT

The ground state of 3- α cluster (^{12}C) has been studied using CHHE-MRT method. The 2-body T matrix and 3-body hyperradial wave function of 3- α cluster were given, and the bound state was calculated using Gauss, Yukawa and Exponential potential, respectively. The results (with $K=0, 2$ approximation) show a good agreement with experiments.