

电子、正电子的分布函数*

吴 济 民

(中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

摘 要

采用 Mellin 变换方法, 我们解析地严格求解了电子、正电子分布函数所满足的 QED 演化方程. 得到了电子、正电子分布函数的级数表达式. 它可以精确到所要求的精度. 本文也对已有的近似结果作了比较. 本文的结果为精确地讨论 e^+e^- 对撞过程中的辐射修正提供了很大方便.

在 e^+e^- 对撞过程中, 电子、正电子对撞后湮没成虚光子或形成共振态 (例如形成 J/ψ 家族, Υ 家族, Z^0 等共振态). 实验上, 理论上, 对精确地确定这些共振态的参数

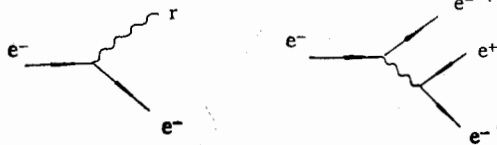


图 1

有极大的兴趣. 例如, 为了检验标准模型, 就要十分精确地测定 Z^0 共振峰的位置、宽度、截面峰值高度. 同样, 精确地测量 J/ψ 、 Υ 家族的共振峰位置、宽度和截面峰值高度也是研究这些态的基本实验数据. 但是, 始态电子、正电子的光子辐射必然使得这

些共振峰的参数都发生了畸变. 为此, 我们须要精确地处理这一过程的辐射修正问题.

计算辐射修正问题是一个比较复杂的理论计算. 1985年, E. Kuraev 和 V. Fadin 提出了分布函数方法用以处理在 e^+e^- 对撞中的这种修正问题^[1]. 这种方法简化了问题的讨论. 以电子为例, 由于存在 QED 顶角 (见图 1), 一定能动量的电子会按 QED 作用演化成光子、电子甚至正电子. 在电子和正电子以质心系总能量 \sqrt{s} 相撞形成共振态之前, 两者分别都经历了各自的演化过程. 因此, 人们就引入了电子中的电子分布函数 $e_e(x,s)$ 、光子分布函数 $\gamma_e(x,s)$ 和正电子分布函数 $\bar{e}_e(x,s)$. 设初始电子能量为 E , 在 s 尺度下, $e_e(x,s)$ 、 $\gamma_e(x,s)$ 、 $\bar{e}_e(x,s)$ 分别为发现纵向动量 (p) 份额为

$$x = \frac{p}{E}$$

的电子、光子和正电子的几率. ($0 \leq x \leq 1$). 这些分布函数服从 QED 演化方程. 对于 e^+ , 也有类似情况.

这样, 考虑了始态辐射修正效应的 e^+e^- 湮没共振截面就可以表示成:

$$\sigma(s) = \int dx_1 dx_2 e_e(x_1, s) \bar{e}_e(x_2, s) \sigma_B(x_1 x_2 s) \cdot (K \text{ 因子}), \quad (1)$$

本文 1991 年 11 月 1 日收到.

* 国家自然科学基金会资助.

其中, $\sigma_B(x_1, x_2, s)$ 表示演化后 e^+ , e^- 以质心系能量 x_1, x_2, s 相撞下的 Breit-Wigner 共振截面公式。所以, 首先要精确地计算出有关的分布函数, 按上式才可以得到考虑了始态辐射修正效应之后的 e^+e^- 湮没共振截面。

在最近的一些文献中^[2-5], 不少人采用各种近似方法计算电子分布函数, 接着再采用解析或数值计算方法计算随后的各物理量(见后面的讨论)。这会带来计算误差和计算上的不方便。为此, 本文采用严格的解析方法求解这些分布函数, 使得能作进一步的精确处理。

在本文中我们计算了电子中的电子分布函数。由于对称性, 在解析表式上, 正电子中的正电子分布函数也具有同样的形式。

我们已经知道, 在 QCD 理论中, 夸克和胶子的分布函数服从 Altarelli-Parisi 演化方程^[6]。(精确到带头对数项)

$$\begin{aligned} \frac{dq_i(x, t)}{dt} &= \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) q_i(y, t) + P_{qG}\left(\frac{x}{y}\right) G(y, t) \right], \\ \frac{dG(x, t)}{dt} &= \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{Gq}\left(\frac{x}{y}\right) \sum_{i=1}^{2f} q_i(y, t) + P_{GG}\left(\frac{x}{y}\right) G(y, t) \right], \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $t = \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}$,

$$\alpha_s(t) = \frac{\alpha}{1 + b_0 \alpha t},$$

b_0 是 QCD 理论中 β 函数级数展开的第一项系数

$$\begin{aligned} \beta(g) &= -b_0 g^3 - b_1 g^5 - \dots, \\ b_0 &= \frac{33 - 2n_f}{12\pi}, \end{aligned} \quad (3)$$

方程(2)右端包括了 QCD 的基本顶角(只追溯到一级顶点):

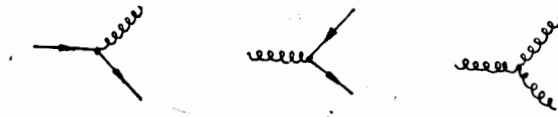


图 2

相应的分裂函数为 $P_{qq}(z)$, $P_{qG}(z)$, $P_{Gq}(z)$ 和 $P_{GG}(z)$ ^[6]。

可以把上述在 QCD 理论中夸克和胶子分布函数的思想推广到 QED 理论中来。电子对应于夸克, 光子对应于胶子。但是这里不存在最低级的三光子顶角, 即 $P_{rr}(z) = 0$ 。电子中光子、电子和正电子的分布函数满足类似的演化方程

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma(x, t)}{dt} &= \frac{\alpha(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{\gamma e}\left(\frac{x}{y}\right) e(y, t) + P_{\gamma e}\left(\frac{x}{y}\right) \bar{e}(y, t) \right], \\ \frac{de(x, t)}{dt} &= \frac{\alpha(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{e\gamma}\left(\frac{x}{y}\right) \gamma(y, t) + P_{ee}\left(\frac{x}{y}\right) e(y, t) \right], \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{d\bar{e}(x, t)}{dt} = \frac{\alpha(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{er} \left(\frac{x}{y} \right) \gamma(y, t) + P_{ee} \left(\frac{x}{y} \right) \bar{e}(y, t) \right],$$

其中跑动耦合常数是

$$\alpha(t) = \frac{\alpha}{1 + b_0 \alpha t},$$

$$t = \ln \frac{s}{m_e^2}, \quad (5)$$

b_0 是 QED 理论中 β 函数级数展开的第一项系数:

$$b_0 = -\frac{1}{3\pi}.$$

分裂函数为^[6]:

$$P_{ee}(z) = P_{\bar{e}\bar{e}}(z) = \frac{1+z^2}{1-z} - \delta(1-z) \int_0^1 dy \frac{1+y^2}{1-y},$$

$$P_{re}(z) = P_{\bar{r}\bar{e}}(z) = \frac{1}{z} [1 + (1-z)^2],$$

$$P_{er}(z) = P_{\bar{e}\bar{r}}(z) = [z^2 + (1-z)^2] \frac{1}{2}, \quad (6)$$

$$P_{ee}(z) = P_{re}(1-z) = P_{\bar{r}\bar{e}}(1-z),$$

$$P_{er}(z) = P_{\bar{e}\bar{r}}(1-z) = P_{\bar{e}\bar{r}}(1-z),$$

方程(4)的边界条件是:(静止的电子不可能产生辐射)

$$e(x, t=0) = \delta(1-x),$$

$$\gamma(x, t=0) = 0, \quad (7)$$

$$\bar{e}(x, t=0) = 0.$$

方程组(4)是一个耦合的积分—微分方程组。一般来说,比较难以解析求解。以下我们采用 Mellin 变换方法求解它。得到解析的级数解。此级数解很快收敛,能达到所要求的精确程度。我们已用这一方法求解了 Altarelli-Parisi 方程,成功地解释了相应的实验结果^[7]。

让我们对方程组(4)两端取矩,即作 Mellin 变换

$$\langle G(t) \rangle_n \equiv \int_0^1 dz z^{n-1} G(z, t), \quad (8)$$

得到

$$\frac{d}{dt} \langle \gamma(t) \rangle_n = \frac{\alpha(t)}{2\pi} [A_n^{re} \langle e(t) \rangle_n + A_n^{r\bar{e}} \langle \bar{e}(t) \rangle_n],$$

$$\frac{d}{dt} \langle e(t) \rangle_n = \frac{\alpha(t)}{2\pi} [A_n^{er} \langle \gamma(t) \rangle_n + A_n^{ee} \langle e(t) \rangle_n],$$

$$\frac{d}{dt} \langle \bar{e}(t) \rangle_n = \frac{\alpha(t)}{2\pi} [A_n^{e\bar{r}} \langle \gamma(t) \rangle_n + A_n^{\bar{e}\bar{e}} \langle \bar{e}(t) \rangle_n], \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned}
A_n^{cc} = A_n^{ee} &\equiv \int_0^1 dz z^{n-1} P_{ee}(z) \\
&= 2 \left[-\frac{1}{4} - \sum_{j=2}^n \frac{1}{j} + \frac{1}{2n(n+1)} \right], \\
A_n^{rc} = A_n^{re} &\equiv \int_0^1 dz z^{n-1} P_{rc}(z) = \frac{n^2 + n + 2}{n(n^2 - 1)}, \\
A_n^{cr} = A_n^{er} &\equiv \int_0^1 dz z^{n-1} P_{er}(z) = \frac{n^2 + n + 2}{n(n+1)(n+2)} \frac{1}{2}.
\end{aligned} \tag{10}$$

利用下列初始条件,可以求解矩方程组(9):

$$\langle \gamma(0) \rangle_n = \langle \bar{e}(0) \rangle_n = 0, \quad \langle e(0) \rangle_n = 1, \tag{11}$$

得到

$$\begin{aligned}
\langle \gamma(t) \rangle_n &= \frac{(\lambda_+ - A_n^{cc})(\lambda_- - A_n^{cc})}{2A_n^{cr}(\lambda_- - \lambda_+)} (e^{\lambda_+ F} - e^{\lambda_- F}), \\
\langle e(t) \rangle_n &= e^{A_n^{cc} F} + \frac{(\lambda_- - A_n^{cc})}{2(\lambda_- - \lambda_+)} e^{\lambda_+ F} - \frac{(\lambda_+ - A_n^{cc})}{2(\lambda_- - \lambda_+)} e^{\lambda_- F} - \frac{1}{2} e^{A_n^{cc} F}, \\
\langle \bar{e}(t) \rangle_n &= \frac{(\lambda_- - A_n^{cc})}{2(\lambda_- - \lambda_+)} e^{\lambda_+ F} - \frac{(\lambda_+ - A_n^{cc})}{2(\lambda_- - \lambda_+)} e^{\lambda_- F} - \frac{1}{2} e^{A_n^{cc} F},
\end{aligned} \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned}
\lambda_{\pm} &\equiv \frac{1}{2} (A_n^{cc} \pm \sqrt{(A_n^{cc})^2 + 8A_n^{cr}A_n^{re}}), \\
F &\equiv -\frac{3}{2} \ln \left(1 - \frac{\alpha}{3\pi} t \right).
\end{aligned} \tag{13}$$

让我们集中观察 $\langle e(t) \rangle_n$. 如果在电子演化过程中,只考虑直通图贡献(所谓“价电子近似”). 则

$$A_n^{rc} = 0, \quad A_n^{cr} = 0,$$

解得:

$$\langle e(t) \rangle_n = e^{A_n^{cc} F}. \tag{14}$$

这是“非单态分量”. 在(12)式中, $\langle e(t) \rangle_n$ 包含有“非单态分量”和“单态分量”两部份. 后者是由关于电子的非直通图来的贡献.

为了求得分布函数本身,要作逆 Mellin 变换:

$$G(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} dn x^{-n} \langle G(t) \rangle_n, \tag{15}$$

这里,我们已将 $\langle G(t) \rangle_n$ 在复 n 平面上作了解析延拓,积分回路 ($\gamma - i\infty, \gamma + i\infty$) 取在 $\langle G(t) \rangle_n$ 的奇点的右面.

为了完成上述复平面的积分,我们把 $\langle e(t) \rangle_n$ 展成 n 的幂级数. 为此,我们要利用下列展开:

$$\begin{aligned}
A_n^{rc} &= \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^3} + \frac{1}{n^4} + \frac{3}{n^5} + \frac{1}{n^6} + \frac{3}{n^7} + \dots, \\
A_n^{cc} &= 2 \left(\frac{3}{4} - c \right) - 2 \ln n - \frac{1}{n} + \frac{7}{6n^2} - \frac{1}{n^3} + \frac{59}{60n^4} - \frac{1}{n^5} + \frac{127}{126n^6} - \dots,
\end{aligned}$$

$$A_n^{\sigma} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} + \frac{6}{n^3} - \frac{14}{n^4} + \frac{30}{n^5} - \frac{62}{n^6} + \frac{127}{n^7} - \dots \right), \quad (16)$$

$\langle e(t) \rangle_n$ 就可以展开成:

$$\begin{aligned} \langle e(t) \rangle_n = & e^{\left(\frac{3}{4}-\epsilon\right)2F} \frac{1}{n^{2F}} \sum_{k=0}^{\infty} G_k(F) \frac{1}{n^k} \\ & + \frac{1}{4} e^{\left(\frac{3}{4}-\epsilon\right)F} \frac{1}{n^F} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{n^k} \{H_k(F) + (\ln n)J_k(F) \\ & + (\ln n)^2 K_k(F)\}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中展开系数分别是:

$$\begin{aligned} G_0 &= 1, \quad G_1 = -F, \\ G_2 &= 2F \cdot \frac{3(2F) + 14}{24}, \quad G_3 = -2F \cdot \frac{(2F)^2 + 14(2F) + 24}{48}, \\ G_4 &= 2F \cdot \frac{15(2F)^3 + 420(2F)^2 + 2420(2F) + 2832}{5760}, \\ G_5 &= -2F \cdot \frac{3(2F)^4 + 140(2F)^3 + 1700(2F)^2 + 6192(2F) + 5760}{11520}, \\ G_6 &= \dots, \\ H_2 &= F^2 + F^3 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}c \right) + F^4 \frac{1}{24} \left(\frac{3}{2} - 2c \right)^2 + \dots, \\ H_3 &= -F^2 - F^3 \left(\frac{11}{12} - \frac{1}{3}c \right) - F^4 \frac{1}{24} \left(\frac{3}{2} - 2c \right) \left(\frac{11}{2} - 2c \right) - \dots, \\ H_4 &= 7F^2 + F^3 \left(\frac{115}{36} - \frac{7}{3}c \right) + F^4 \left(\frac{147}{96} - \frac{89}{36}c + \frac{7}{6}c^2 \right) + \dots, \\ H_5 &= -13F^2 - F^3 \left(\frac{337}{36} - \frac{13}{3}c \right) - F^4 \left(\frac{433}{96} - \frac{227}{36}c - \frac{143}{6}c^2 \right) - \dots, \\ H_6 &= \dots, \\ J_2 &= -\frac{1}{3}F^3 - \frac{1}{6}F^4 - \dots, \\ J_3 &= \frac{1}{3}F^3 + \frac{1}{3}F^4 + \dots, \quad J_4 = -\frac{7}{3}F^3 - \frac{55}{36}F^4 - \dots, \\ J_5 &= \frac{13}{3}F^3 + \frac{133}{36}F^4 + \dots, \quad J_6 = \dots, \\ K_2 &= \frac{1}{6}, \quad K_3 = -\frac{1}{6}, \\ K_4 &= \frac{7}{6}, \quad K_5 = -\frac{13}{6}, \\ K_6 &= \dots. \end{aligned} \quad (18)$$

(17) 式中右端第一大求和项来自非单态贡献, 其余为单态贡献。其中 F 为 t 的函数, 由 (13) 式给出。 t 由 (5) 式给出。在 J/ψ 、 Y 和 Z^0 共振态能量尺度下, $F \simeq 0.02037$, 0.02301 和 0.02836 。这是一个不大的数。所以, 在 H_k 、 J_k 中略去了 F^5 以上的贡献。

将(17)式代入(15)式,利用在复 n 平面上对下列三个量的逆 Mellin 变换公式(见 [7])。

$$\frac{1}{n^{F+k}}, \frac{\ln n}{n^{F+k}}, \frac{(\ln n)^2}{n^{F+k}},$$

可得到解析的电子分布函数的表达式:

$$\begin{aligned} e(x,t) = & e^{(\frac{3}{4}-c)t^F} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^{2F-1} \sum_{k=0}^{\infty} G_k(F) \frac{\left(\ln \frac{1}{x}\right)^k}{\Gamma(2F+k)} \\ & + \frac{1}{4} e^{(\frac{3}{4}-c)t^F} \left(\ln \frac{1}{x}\right)^{F-1} \\ & \times \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\left(\ln \frac{1}{x}\right)^k}{\Gamma(F+k)} \left\{ H_k(F) + J_k(F) \left[\psi(F+k) - \ln \ln \frac{1}{x} \right] \right. \\ & + K_k(F) \left[\psi^2(F+k) - 2 \left(\ln \ln \frac{1}{x} \right) \psi(F+k) \right. \\ & \left. \left. - \left(\ln \ln \frac{1}{x} \right)^2 - \psi'(F+k) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

这是本文的主要结果。在实际应用中,只要有必要,就可以求到相应高的展开级数以达到所要的精度。上式右端第一大求和项为非单态分量,其余为单态分量。欧拉常数

$$c = 0.5772156648 \dots$$

ψ 为 psi 函数, Γ 为伽玛函数。

图 3 中以 $s = (m_1/\psi)^2$ 为例,给出了电子分布函数,对非单态分量取到展开的前七级

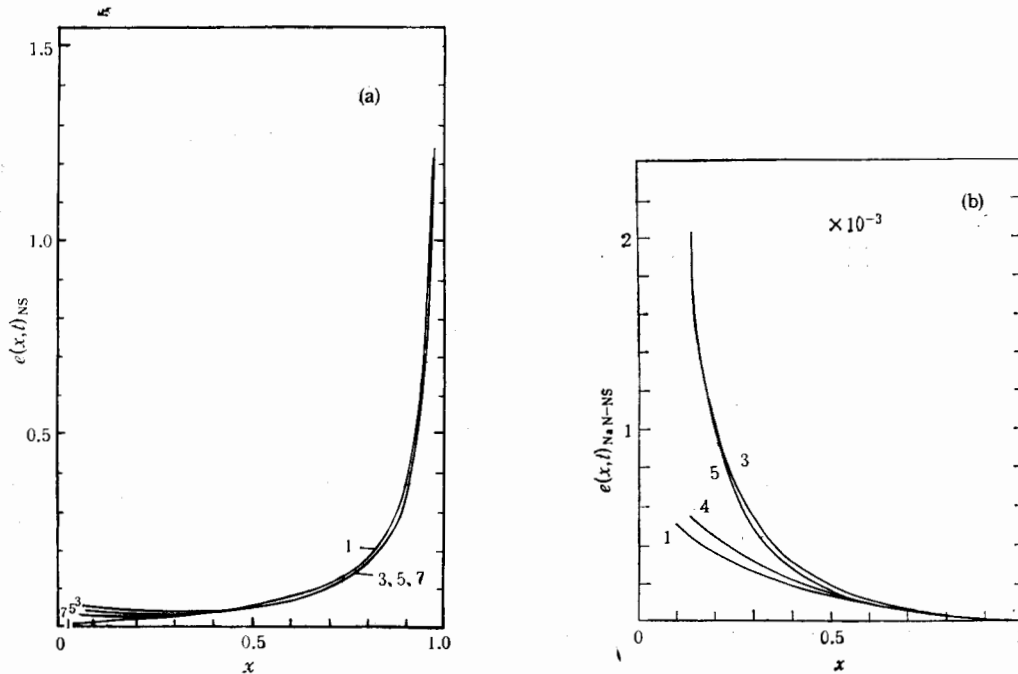


图 3

(图3(a)),对单态分量取到展开的前五级(图3(b)).可以看到,级数收敛得很快. x 值越大,收敛得越快.无论非单态或是单态分量,当 $x > 0.9$ 时,前三级贡献就精确到千分之一以上.当 $x > 0.7$ 时,前四级贡献就精确到百分之一以上.图形上已无法分清这么小的差别.其次,非单态分量远大于单态分量,尤其是在大 x 区域.当 $x > 0.9$,前者比后者大4—5个量级;在 $0.7 < x < 0.9$,前者比后者大3个量级,在实际应用中,我们主要关心大 x 区域的行为,单态分量的贡献完全可以略去.在更大 s 情况下,这样的大小关系也不改变.

静止电子不可能辐射光子.其分布函数为 $\delta(1-x)$.随能量增大,电子越来越多地辐射光子,其分布函数就从 δ 函数弥散开来.图4给出当 $s = (m_{j\psi})^2$ 、 $(m_r)^2$ 和 m_z^2 时非单态分量的行为(分别为曲线1、2、3).可以看到这种变化行为.

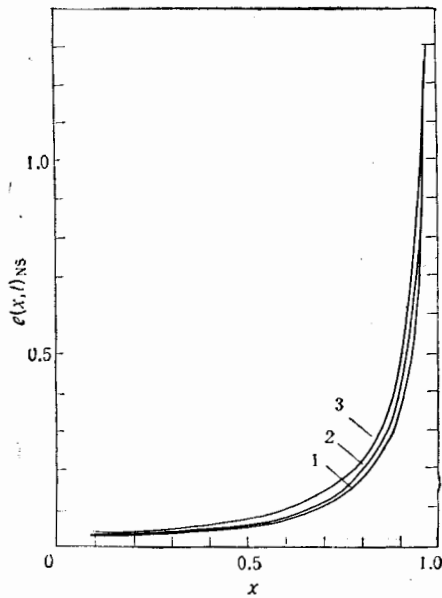


图 4

下面让我们列出已有的近似表达式,并作比较.

(1) 迭代求解法^[2]

这种近似方法首先迭代求解非单态方程,再把单态分量的影响作为修正考虑进去,得到:

$$e(x, s) = \delta(1-x) + \frac{\alpha r}{2\pi} P_{ee}(x) + \left(\frac{\alpha r}{2\pi}\right)^2 \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[P_{ee}(y) P_{ee}\left(\frac{x}{y}\right) + P_{er}(y) P_{re}\left(\frac{x}{y}\right) \right] + \dots, \quad (20)$$

显然,这是一个粗糙的近似.

(2) Gribov, Lipatov 曾给出近似解^[8]

$$e(x, s) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{\eta}{2}\right)} e^{\left(\frac{3}{2}-x\right)\frac{\eta}{4}} (1-x)^{\frac{\eta}{2}-1}, \quad (21)$$

其中

$$\eta = -6 \ln \left(1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left(\frac{s}{m_c^2} \right) \right) = 4F,$$

显然,这是本文结果中非单态分量部分第一项的近似.

(3) Kuraev, Fadin^[1] 近似.

例如,对非单态部分,在略去实的和虚的 $e^+ e^-$ 对的贡献后,迭代求解.并且又作了下列替代: $\ln \frac{s}{m_c^2} \rightarrow \ln \frac{s}{m_c^2} - 1$ (一种近似).得到非单态部分为:

$$e^{NS}(x, s) = \frac{\beta}{2} (1-x)^{\frac{\beta}{2}-1} \left[1 + \frac{3}{8} \beta - \frac{\beta^2}{48} \left(\frac{1}{3} L + \pi^2 - \frac{47}{8} \right) \right] - \frac{1}{4} \beta (1+x) + \frac{1}{32} \beta^2 \left[4(1+x) \ln \frac{1}{1-x} - \frac{1+3x^2}{1-x} \ln x - 5 - x \right], \quad (22)$$

其中,

$$\beta = \frac{2\alpha}{\pi}(L-1), \quad L = \ln \frac{s}{m_e^2}.$$

(4) 有人^[2,3]给出了在其它一些近似下的非单态分布函数为:

$$\begin{aligned} e^{NS}(x, s) = & \frac{\beta}{2}(1-x)^{\frac{\beta}{2}-1} \Delta^{\frac{1}{2}} \\ & - \frac{1}{4}\beta(1+x) + \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha L}{2\pi}\right)^2 \\ & \times \left[(1+x)(-4\ln(1-x) + 3\ln x) \right. \\ & - \frac{1}{1-x} \ln x - 5 - x \left. \right] \\ & - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2(2L-1) \\ & \times \left[(1+x)(-4\ln(1-x) + 3\ln x) \right. \\ & \left. - \frac{4}{1-x} \ln x - 5 - x \right], \quad (23) \end{aligned}$$

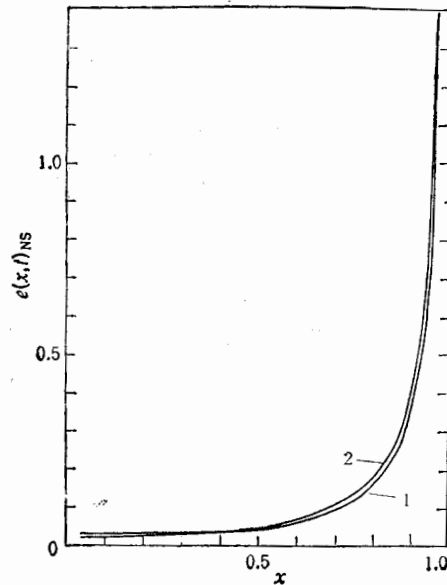


图 5

其中

$$\begin{aligned} \Delta = & 1 + \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{3}{2}L + \frac{\pi^2}{3} - 2 \right) \\ & + \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left[\left(\frac{9}{8} - 2\zeta(2) \right) L^2 + \left(-\frac{45}{16} + \frac{11}{2}\zeta(2) + 3\zeta(3) \right) L \right. \\ & \left. - \frac{6}{5}(\zeta(2))^2 - \frac{9}{2}\zeta(3) - 6\zeta(2)\ln 2 + \frac{3}{8}\zeta(2) + \frac{57}{12} \right], \end{aligned}$$

L 由 (22) 式给出, $\zeta(2)$ 、 $\zeta(3)$ 为黎曼 ζ 函数。

图 5 给出了 (22) 式、(23) 式与我们的严格解(到五级)的比较。可以看出 (22) 式与 (23) 式的差别很小, 难以在图中画出来(都用曲线 1 表示)。但是, 它们比严格解(曲线 2)的相应值小。(在 $x > 0.6$ 区域内, 约小 5—6%)。我们将研究这个差别带来的结果。

在实际应用中, 我们往往希望把分布函数写成 $(1-x)$ 的幂级数形式。这是容易完成的。例如, 非单态分量可以被写成:

$$\begin{aligned} e^{\left(\frac{3}{4}-\epsilon\right)2F} \frac{1}{\Gamma(2F)} \left\{ (1-x)^{2F-1} + (F-1)(1-x)^{2F} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(1 - 3F + \frac{14}{3}F^2 \right) (1-x)^{2F+1} + \dots \right\}. \quad (24) \end{aligned}$$

我们已经利用这种形式完成了对 J/ψ 窄共振峰辐射修正的处理^[9], 得到了满意的结果。

总之, 在本文中我们严格地解析求解电子(正电子)的分布函数。得到了它们的级数

解。并且可以达到所要求的任意精度。利用这种解,为下一步解析讨论 $e^+ e^-$ 对撞过程中辐射修正问题提供了很大的方便。

参 考 文 献

- [1] E. A. Kuraev and V. S. Fadin, *Yad. Fiz.*, **41** (1985), 753.
- [2] G. Altarelli and G. Martinelli, *CERN*, **86-02** (1986), 187.
- [3] O. Nicosini and L. Trentadue, *Phys. Lett.*, **196B** (1987), 551.
CERN-TH-5437 (1989).
Z. Phys., **C39** (1988), 479.
- [4] G. J. Burgers, *Phys. Lett.*, **164B** (1985), 167.
- [5] F. A. Berends et al., *CERN-TH-5468* (1989).
- [6] G. Altarelli and G. Parisi, *Nucl. Phys.*, **B26** (1977), 298.
- [7] 陆景贤,沈齐兴,吴济民,赵佩英,高能物理与核物理, **7**(1983)170,301,309.
陆景贤,沈齐兴,吴济民,张美曼,赵佩英,高能物理与核物理**7**(1983),5.
陆景贤,吴济民,赵佩英,高能物理与核物理, **8**(1984),10.
吴济民,高能物理与核物理, **11**(1987),558.
- [8] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, *Yad. Fiz.*, **15** (1972), 781.
- [9] 陈凤至,王平,吴济民,朱永生,高能物理与核物理, **14**(1990),585.

Electron, Positron Distribution Function

WU JIMIN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing, 100039)

ABSTRACT

By Mellin transformation, we solve the QED evolution equation for electron, positron distribution function analytically: A series expression for electron, positron distribution function is given. It approaches rapidly to the precise result required. The comparison with some other approximate results is also given. Our result greatly benefits the discussion of radiative correction in e^+e^- collision process.