

描述中子辐射俘获截面非统计效应的统一表象*

袁竹书 霍裕昆
(复旦大学物理二系, 上海 200433)

刘建峰 鲁祖惠
(郑州大学物理系, 450052)

摘要

基于对俘获态及终态波函数的自洽描述, 建立了计算核子辐射俘获反应非统计效应的统一表象. 应用这一模型对 ^{27}Al 、 ^{55}Mn 、 ^{89}Y 和 ^{208}Pb 等四个核素在中子能量为 0.1—20MeV 能区计算了中子辐射俘获截面, 并与实验值进行了比较.

一、引言

卅年来, 对中子辐射俘获反应机制的研究取得了重要的进展. 除了用统计理论描述的复合核过程外, 还提出了许多种非统计过程的贡献^[1-3]. 如果研究在密共振能区对能量平均的截面, 非统计辐射俘获机制包括直接位阱俘获^[4]; 复合核弹性散射道中的辐射俘获^[5], 即平均的价俘获^[6]; 半直接辐射俘获^[7]; 和复合核非弹性散射道中的辐射俘获^[2]. 面对众多的非统计俘获机制, 十分有必要建立统一的理论框架来描述这些过程, 并研究在不同质量区每一种机制对截面的贡献及其在总俘获截面中所占的比例. 作为一种尝试, 本文希望能够在统一的波函数表象中找到对应每一种模型机制相应的部分. 这将大大有利于了解各种反应机制的物理本质, 其间的相互联系以及与核结构、核反应动力学过程的联系.

二、理论描述的统一框架

1. 核波函数

如果限于考虑电偶极跃迁, 则从初始俘获态 Ψ_i 到终态 Ψ_f 的部分辐射俘获截面是

$$\sigma_{nr,if} = \frac{16\pi}{9} \frac{m}{\hbar^2} \frac{k_r^3}{k} |\langle \Psi_f | D | \Psi_i \rangle|^2. \quad (1)$$

其中, m 为入射核子的约化质量, k_r 和 k 分别是发射的光子及入射核子的波数,

本文 1990 年 7 月 12 日收到.

* 国家自然科学基金资助.

$$D = D_c + d \quad (2)$$

是总的电偶极跃迁算符, D_c 和 d 分别作用于靶实和价核子.

由 Lippmann-Schwinger 方程, 能量为 E 的初态波函数可以写作

$$|\Psi_i\rangle = |\Phi_0\rangle + \frac{1}{E - H + i\epsilon} V' |\Phi_0\rangle, \quad (3)$$

式中, Φ_0 是 $H_0 = T_n + H_t + V(r)$ 的本征态, 本征值为 E_0 , T_n 是入射核子的动能算符, $V(r)$ 是入射核子与靶核的相互作用光学势(对于束缚态, $V(r)$ 对应只有实部的壳模型位阱), H_t 是靶核的真实哈密顿量. 体系的总哈密顿量为 $H = H_0 + V'$, V' 是剩余相互作用. 设 H 的本征态为 Ψ_α , 则有

$$H\Psi_\alpha = E_\alpha\Psi_\alpha, \quad (4)$$

$\{|\Psi_\alpha\rangle\}$ 是完备的, 即有

$$\sum_\alpha |\Psi_\alpha\rangle\langle\Psi_\alpha| = 1. \quad (5)$$

把(5)式代入(3)式, 得到

$$|\Psi_i\rangle = |\Phi_0\rangle + \sum_\alpha |\Psi_\alpha\rangle \frac{1}{E - E_\alpha + i\epsilon} \langle\Psi_\alpha|V'|\Phi_0\rangle. \quad (6)$$

在研究 MeV 以上能区的辐射俘获反应时, 最感兴趣的是巨偶极共振态(GDR)的贡献. 设其对应的组态波函数为 $\Phi_{-1,f} = \Phi_{-1}^{\perp} \phi_f$, ϕ_f 是价核子处于束缚态 f 的一个单粒子轨道的波函数, Φ_{-1}^{\perp} 是基于靶核基态的 GDR 态. 需指出, $\Phi_{-1,f}$ 并不是哈密顿量 H 的一个本征态, 但是其强度函数却集中在在以 E_g 为中心, 宽度为 Γ_g 的能量范围内, 即

$$\frac{|\langle\Phi_{-1,f}|\Psi_\alpha\rangle|^2}{D_\alpha} = \frac{\Gamma_g}{2\pi} \frac{1}{(E_\alpha - E_g)^2 + \Gamma_g^2/4}, \quad (7)$$

式中, D_α 是 Ψ_α 的能级平均间距.

(6)式中仅考虑 Ψ_α 所包含的组态 $\Phi_{-1,f}$ 的贡献, 而忽略其余的分量, 则式(6)成为:

$$|\Psi_i\rangle^{(1)} = |\Phi_0\rangle + \int dE_\alpha \frac{\Gamma_g}{2\pi} \frac{1}{(E_\alpha - E_g)^2 + \Gamma_g^2/4} |\Phi_{-1,f}\rangle \frac{1}{E - E_\alpha + i\epsilon} \cdot \langle\Phi_{-1,f}|V'|\Phi_0\rangle. \quad (8)$$

(8)式的被积函数在 E_α 复平面上有三个奇点, 分别是 $E_g + \frac{i}{2}\Gamma_g$, $E_g - \frac{i}{2}\Gamma_g$ 和 $E + i\epsilon$, 应用留数定理得到

$$|\Psi_i\rangle^{(1)} = |\Phi_0\rangle + |\Phi_{-1,f}\rangle \frac{1}{E - E_g + \frac{i}{2}\Gamma_g} \langle\Phi_{-1,f}|V'|\Phi_0\rangle. \quad (9)$$

波函数 Φ_0 的入射道组态部分为^[5]

$$\Phi_0^{(1)} = \sum_{l_j J} i\sqrt{\pi} \frac{\sqrt{(2l+1)}}{kr} u_{lj}(kr) C_{l_0 m_0}^{i m_0} \cdot C_{i m_i m_l}^{J M_J} \Phi_{ij}^{J M_J}, \quad (10)$$

式中各量定义详见文献[5].

(9)式中间态 $\Phi_{-1,f}$ 的最简单形式为

$$\Phi_{-1,f}^{(1)} = \frac{1}{r} u_{lj}(r) \Phi_{l_j j_l}^{J' M_J'}, \quad (11)$$

式中, $\Phi_{l_{ij}j_f, 1}^{J'M_j}$ 是 GDR 声子态 $\phi_{1\mu}$ 与道波函数 $\Phi_{l_{ij}j_f}^{J'M_j}$ 耦合成总角动量为 $J'M_j$ 的状态。

如果(1)式跃迁矩阵元中的 Ψ_i 采用由(9)–(11)式给出的形式, 则终态波函数 Ψ_f 中仅以下的组态才可能对跃迁矩阵元有贡献

$$\Psi_f^{(1)} = \sqrt{S_f} \frac{u_{l_{ij}j_f}(r)}{r} \Phi_{l_{ij}j_f}^{J'M_j} \quad (12)$$

式中, S_f 是终态 f 的对应 ($l_{ij}j_f$) 道的 (d, p) 谱因子。

2. 跃迁矩阵元和截面

将(9)–(12)式代入(1)式, 得到跃迁矩阵元

$$M_{if}^{(1)} = \langle \Psi_f^{(1)} | D | \Psi_i^{(1)} \rangle \\ = \langle \Psi_f^{(1)} | d | \Phi_0^{(1)} \rangle + \frac{\langle \Psi_f^{(1)} | D_c | \Phi_{-1, f} \rangle \langle \Phi_{-1, f}^{(1)} | V' | \Phi_0^{(1)} \rangle}{E - E_f + \frac{i}{2} \Gamma_f} \quad (13)$$

式中, V' 描写入射核子与 GDR 声子的作用, 可以写作:

$$V' = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} h'(r) Y_{1\mu}^*(\theta, \varphi) \omega_\mu, \quad (14)$$

ω_μ 是中子质心与质子质心相对坐标 $\omega = \mathbf{R}_n - \mathbf{R}_p$ 的 μ 分量。大量的计算表明^[7,9], $h'(r)$ 只有采取具有很强虚部的复数函数形式才有可能与实验值得到较好的符合, 即

$$h'(r) = r \frac{V_1}{4} f(r) - i \frac{W_1}{4} 4b \frac{df(r)}{dr}, \quad (15)$$

式中各量的意义见文献[7]。

通常电偶极跃迁算符具有如下形式

$$d_\mu = \bar{e} r Y_{1\mu}^*, \quad (16)$$

$$(D_c)_\mu = -e \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{NZ}{A} \omega_\mu, \quad (17)$$

$\bar{e} = -\frac{Z}{A} e$ 是中子的电偶极跃迁有效电荷。

将以上各式代入(13), 并应用不带能量权重的光核反应求和规则, 得到跃迁矩阵元

$$M_{if}^{(1)} = \langle \Psi_f^{(1)} | \bar{e} r Y_{1\mu}^* | \Phi_0^{(1)} \rangle + \langle \Psi_f^{(1)} | \bar{e} h(r) Y_{1\mu}^* | \Phi_0^{(1)} \rangle, \quad (18)$$

式中

$$h(r) = \frac{N}{2A} \frac{\sigma_{-1}}{0.096 \frac{NZ}{A} \langle r^2 \rangle} \frac{1}{E - E_f + \frac{i}{2} \Gamma_f} \left[V_1 f(r) - i W_1 4b \frac{df(r)}{dr} \right], \quad (19)$$

(19)式中各量的意义见文献[7]。

把(18)式代入(1)式, 对终态求和及始态求平均, 得到

$$\sigma_{nr, f}^{(1)} = \frac{4\pi e^2 m Z^2 k^3}{3 \hbar^2 k^3 A^2} S_f \sum_{ij} \frac{2J+1}{2(2I+1)} \langle l_j J \| D_l \| l_{ij} j_f \rangle (2J_f + 1) \\ \times |A_{il_{ij}j_f} + B_{il_{ij}j_f}|^2, \quad (20)$$

式中, 已略去道相干项, $\langle l_j J \| D_l \| l_{ij} j_f \rangle$ 是自旋-角度约化矩阵元, 径向积分为

$$\begin{aligned} A_{iil_jj_f} &= \int u_{i_f}^{\prime}(r) r u_{l_jj_f}(r) dr, \\ B_{iil_jj_f} &= \int u_{i_f}^{\prime}(r) h(r) u_{l_jj_f}(r) dr. \end{aligned} \quad (21)$$

3. 对能量平均的截面

在稠密共振区, 我们感兴趣的是对能量平均的截面。(10)式中径向波函数的涨落项为

$$\Delta u_{i_f}^{\prime}(r) = u_{i_f}^{\prime}(r) - \langle u_{i_f}^{\prime}(r) \rangle, \quad (22)$$

$\langle \rangle$ 表示对能量的平均, 则有

$$\begin{aligned} \langle |A_{iil_jj_f} + B_{iil_jj_f}|^2 \rangle &= \left| \int \langle u_{i_f}^{\prime}(r) \rangle r u_{l_jj_f}(r) dr \right|^2 + \left\langle \left| \int \Delta u_{i_f}^{\prime}(r) r u_{l_jj_f}(r) dr \right|^2 \right\rangle \\ &+ \left| \int \langle u_{i_f}^{\prime}(r) \rangle h(r) u_{l_jj_f}(r) dr \right|^2 + \left\langle \left| \int \Delta u_{i_f}^{\prime}(r) h(r) u_{l_jj_f}(r) dr \right|^2 \right\rangle \\ &+ 2\text{Re} \left[\left(\int \langle u_{i_f}^{\prime}(r) \rangle r u_{l_jj_f}(r) dr \right) \left(\int \langle u_{i_f}^{\prime}(r) \rangle h(r) u_{l_jj_f}(r) dr \right)^* \right] \\ &+ \left\langle 2\text{Re} \left[\left(\int \Delta u_{i_f}^{\prime}(r) r u_{l_jj_f}(r) dr \right) \left(\int \Delta u_{i_f}^{\prime}(r) h(r) u_{l_jj_f}(r) dr \right)^* \right] \right\rangle, \end{aligned} \quad (23)$$

波函数的涨落项对应复弹性道的贡献, 而 $h(r)$ 表征通过 GDR 中间态的过程, 当中子能量较低时, 复弹性散射道重要, 但 GDR 态的作用很小; 而当中子入射能较高时, GDR 态的作用显著, 但复弹性道的贡献很小, 因此(23)中可以略去同时包含 $\Delta u_{i_f}^{\prime}(r)$ 和 $h(r)$ 的项, 得到

$$\langle |A_{iil_jj_f} + B_{iil_jj_f}|^2 \rangle = |T_D + T_{SD}|^2 + T_C^2. \quad (24)$$

其中, T_D 、 T_{SD} 分别是直接、半直接俘获振幅, 即

$$T_D = \int \langle u_{i_f}^{\prime}(r) \rangle r u_{l_jj_f}(r) dr, \quad (25)$$

$$T_{SD} = \int \langle u_{i_f}^{\prime}(r) \rangle h(r) u_{l_jj_f}(r) dr; \quad (26)$$

$$T_C^2 = \langle |\Delta S_{ij}^{\prime}|^2 \rangle \left| \int Q_{ij}(r) r u_{l_jj_f}(r) dr \right|^2, \quad (27)$$

对应复弹性散射道中的辐射俘获^[5]。 $\langle |\Delta S_{ij}^{\prime}|^2 \rangle$ 是 S 矩阵元的平均平方涨落, 可以用统计理论计算^[10]。 $Q_{ij}(r)$ 是一类定义在弹性散射道中的径向波函数^[5]。

平均俘获截面

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{n\gamma, ij}^{(1)} \rangle &= \frac{4\pi k_{\gamma}^3}{3\hbar v k^2} S_j \bar{\sigma}^2 \sum_{IJ} \frac{2J+1}{2(2I+1)} \langle l_j J \| D_1 \| l_{ij} j_f J_f \rangle (2J_f + 1) \\ &\cdot (|T_D + T_{SD}|^2 + T_C^2). \end{aligned} \quad (28)$$

4. 非弹性散射道的辐射俘获

以上的研究仅包括波函数 ϕ_0 在入射道的组态((10)式), 很自然的推广是在 ϕ_0 中加入非弹性散射道部分, 即^[8]

$$\Phi_0^{(i)} = \sum_{ij} - \frac{i\sqrt{(2l+1)\pi}}{k} C_{l_0 m_i}^{i m_i} C_{j_0 m_j}^{j m_j} \sum_{l'j'} \frac{v}{v'} \Phi_{l'j'}^{JM} S_{l'j'at}^i \frac{1}{r} Q_{l'j'}(r), \quad (29)$$

式中各量定义见文献[8]. 并可相应推得平均的复合核非弹性散射道中的辐射俘获截面^[8]

$$\langle \sigma_{nr,f}^{\text{ich}} \rangle = \frac{4}{3} \frac{\pi}{k^2} \frac{k_\gamma^3}{\hbar v'} \sum_{ijj'} \frac{2J+1}{2(2I+1)} \langle l'j'J \| D_{l'} \| l_i j_i J_i \rangle (2J_i+1) S_i^2 \bar{e}^2 \left| \int Q_{l'j'}(r) r u_{l'j'}(r) dr \right|^2 \frac{T_{ij} T_{l'j'}}{T^J} W_{l'j',r}^i, \quad (30)$$

有关(30)式的详细说明见文献[8,10].

(28)和(30)两式之和给出总的非统计俘获截面

$$\langle \sigma_{nr} \rangle^{\text{NON}} = \sum_f [\langle \sigma_{nr,f}^{(1)} \rangle + \langle \sigma_{nr,f}^{\text{ich}} \rangle]. \quad (31)$$

辐射俘获反应的复合核统计过程的贡献可以用 Hauser-Feshbach 理论计算^[11]

$$\langle \sigma_{nr} \rangle^{\text{ST}} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{ij} \frac{2J+1}{2(2I+1)} \frac{T_{ij} T_{l'j'}}{T^J} W_{l'j',r}^i. \quad (32)$$

总的辐射俘获截面为

$$\langle \sigma_{nr} \rangle^{\text{TOT}} = \langle \sigma_{nr} \rangle^{\text{ST}} + \langle \sigma_{nr} \rangle^{\text{NON}}. \quad (33)$$

三、计算结果

利用第二节推导的公式,我们计算了 0.1—20MeV 能区 ^{27}Al 、 ^{55}Mn 、 ^{89}Y 和 ^{208}Pb 的中子辐射俘获截面。中子穿透系数和光学模型散射波函数的计算采用了文献[12]的普通光学位。该光学位的实部并应用于单粒子束缚态的本征能量及波函数的计算。能级密度的计算采用了 Gilbert-Cameron 公式^[13]和 Cook^[14]的参数。

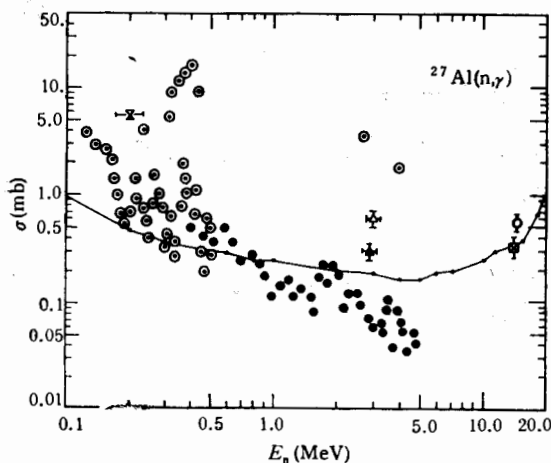


图1 $^{27}\text{Al}(n,\gamma)$ 截面的理论计算结果与实验值的比较, 实线示理论计算截面,实验值取自文献[15]

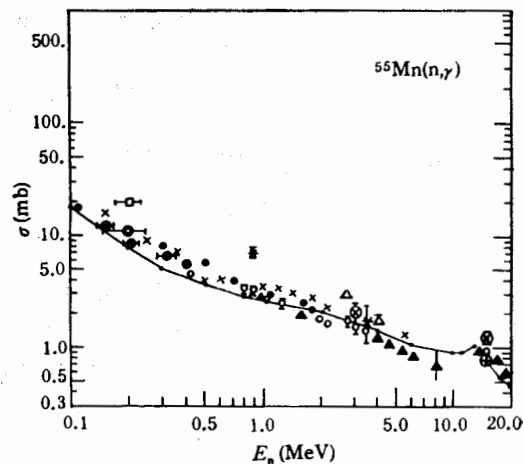


图2 说明与图1同。 $^{55}\text{Mn}(n,\gamma)$ 反应

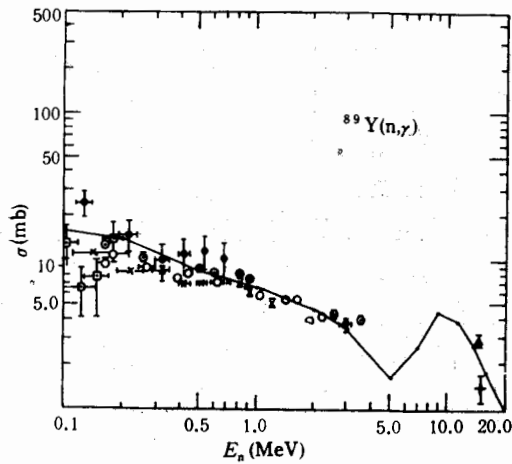


图 3 说明与图 1 同。 $^{89}\text{Y}(n,\gamma)$ 反应

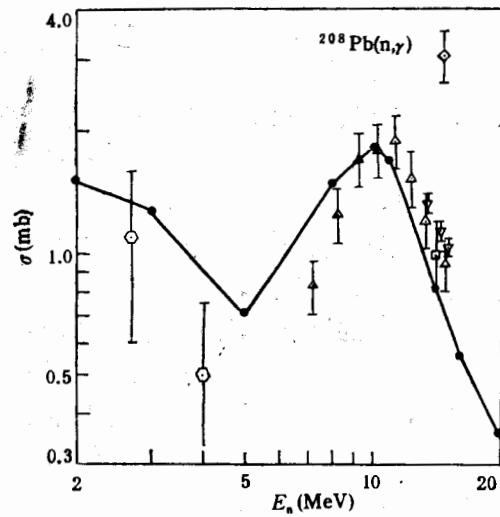


图 4 说明与图 1 同。 $^{208}\text{Pb}(n,\gamma)$ 反应

在计算中, 参数还需作适当的调整, 其方法详见文献[17].

图 1—4 分别是 ^{27}Al 、 ^{55}Mn 、 ^{89}Y 和 ^{208}Pb 的计算的中子总辐射俘获截面与实验值的比较。图 5 是 ^{208}Pb 的辐射俘获截面中各种非统计效应的贡献占总俘获截面的百分比。图 6 是 ^{89}Y 核的直接俘获截面、半直接俘获截面以及二者的相干项各占总俘获截面的百分比。

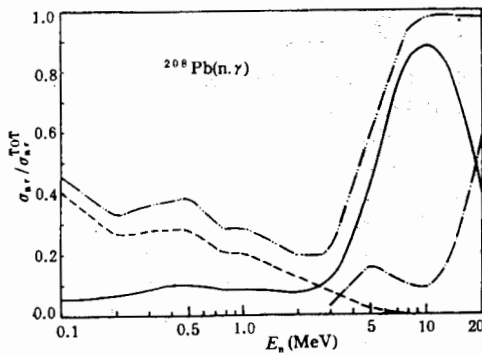


图 5 各种非统计机制对 ^{208}Pb 俘获截面的贡献在总俘获截面中所占的百分比。实线示直接-半直接俘获, 虚线与点划线分别示复合核弹性及非弹性道中的辐射俘获, 点点-划线示上述三者之和

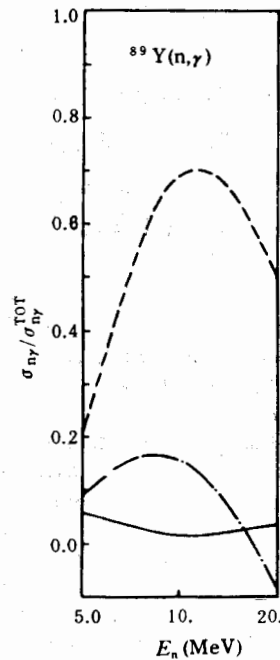


图 6 ^{89}Y 的直接半直接俘获截面中各项在总俘获截面中的百分比。实线示直接俘获; 虚线示半直接俘获; 点划线示干涉项

四、结论与讨论

1. 基于(9)(10)(29)式描述的俘获态波函数,本文给出了计算非统计辐射俘获截面的统一理论框架,它包括直接一半直接俘获和复合核弹性-非弹性散射中的辐射俘获。并由(28)式可见,它还包含了直接俘获与半直接俘获的相干贡献,但并不包含复弹性道辐射俘获与直接-半直接俘获的相干项。在文献[16]中我们曾经给出了低能区非统计效应对辐射俘获贡献的计算公式,该公式除包含了单一能量入射中子的势俘获和价俘获的贡献外还包含了它们的相干项,这可归因于单能入射波的势弹散射波与复弹散射波是相干的。本文讨论的是在稠密共振区对一定能量间隔平均后的截面,或者说入射束为有一定能量展宽的波包,正如同用光学模型计算平均散射截面时,复弹性散射截面与形状弹性散射截面不相干一样,此处复弹性散射道中的辐射俘获与直接-半直接俘获并不相干(由(21)式对能量平均时,这一相干项自动消去了)。

2. 应用上述公式计算 ^{27}Al 、 ^{55}Mn 、 ^{89}Y 和 ^{208}Pb 等核素辐射俘获截面的结果表明,根据实验值仅需对参数作小范围的调整,就可能在较大的能量范围内对周期表上不同质量区的球形核得到与实验相符的辐射俘获截面计算值。

3. 在保证计算的总俘获截面与实验值基本相符的前提下,本文考察了各种非统计俘获机制对俘获截面的贡献,和各自在总俘获截面中所占的比例。

在中子强度函数 $2p$ 巨共振区,非统计效应在所研究的能量范围内(0.1—20MeV)都占主导地位,约占总俘获截面的70%以上^[16]。其中在2MeV以下,复合核弹性道中的俘获是重要的;而在5—20MeV能区,D-SD的贡献是主要的。

对于中重核,除了在 $3s$ 巨共振区的一些核素外,在中子能量小于3MeV的能区,非统计贡献一般仅占总俘获截面的1%以下。但在5MeV以上的能区,非统计效应的贡献逐渐成为总俘获截面的主要部分,其中以直接-半直接俘获的贡献最为重要。

参 考 文 献

- [1] Y. K. Ho, J. F. Liu and C. Cocceva, Nucl. Data Sci. Tech. (MITO, Japan, 1988), p. 703.
- [2] B. J. Allen and A. R. de L. Musgrave, Adv. Nucl. Phys., 10(1978), 129.
- [3] S. Raman et al., Phys. Rev., C41(1990), 458., and references therein.
- [4] A. M. Lane and S. F. Mughabghab, Phys. Rev., C10(1974), 412.
- [5] Y. K. Ho and M. A. Lone, Nucl. Phys., A406(1983), 1.
- [6] J. E. Lynn, The theory of Neutron Resonance Reactions (Clarendon, Oxford, 1968).
- [7] I. Bergqvist, in Neutron Radiative Capture, edited by R. E. Chrien (Pergamon, New York, 1984), p. 33.
- [8] J. F. Liu, Y. K. Ho and M. A. Lone, in Capture Gamma-Ray Spectroscopy and Related Topics (Knoville, 1984), AIP Conf. Proc. No. 125, edited by S. Raman (AIP, New York, 1984), p. 551.
- [9] H. Potakar, Phys. Lett., 46B(1973), 346.
- [10] P. A. Moldauer, Rev. Mod. Phys., 36(1964), 1079.
- [11] D. G. Gardner, in Neutron Radiative Capture, edited by R. E. Chrien (Pergamon, New York, 1984), p. 62(1984), and references therein.
- [12] F. D. Becchetti and G. W. Greenless, Phys. Rev., 182(1969), 1190.
- [13] A. Gilbert and A. G. W. Cameron, Can. J. Phys., 43(1965), 1446.
- [14] J. L. Cook et al., Aust. J. Phys., 20(1967), 477.
- [15] V. McLane, C. L. Dunford and P. F. Rose, Neutron Cross Section (Academic, New York, 1988), Vol. 2.

Neutron Cross Section Curves.

- [16] Y. K. Ho, Z. S. Yuan and Y. Mi, *Phys. Rev.*, **C39**(1989), 1691.
[17] Y. K. Ho, J. F. Liu and Z. S. Yuan, *Phys. Rev.*, **C40**(1989), 2541.

An Unified Formalism to Study Nonstatistical Effects in Radiative Capture Reactions

YUAN ZHUSHU Ho YUKUN

(Nuclear Science Department, Fudan University, Shanghai 200433)

LIU JIANFENG LU ZUHUI

(Physics Department, Zhengzhou University, 450052)

ABSTRACT

Based upon an consistent description of the wave function of the captured state and the final state, an unified formalism was established to investigate the nonstatistical effects in radiative nucleon capture reactions at energies ranging from 0.1 to 20MeV. This model includes the direct-semidirect capture and the radiative capture in the compound elastic and inelastic channels. By applying this model theory and including also the statistical contributions of the compound nucleus process, the radiative neutron capture cross sections in ^{27}Al , ^{55}Mn , ^{89}Y and ^{208}Pb are calculated and the results are compared with the measured data.