

# 核物质中核子能量密度的单圈图 重整化手征 $\sigma$ 模型

刘良钢

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

## 摘 要

本文详细地给出了手征  $\sigma$  模型在单圈图真空起伏近似下, 动量在质量壳上的重整化, 计算了核物质中单个核子的能量密度, 并与零动量重整化所得到的结果进行了比较。

## 一、引 言

用相对论多体理论来研究原子核的静态或流体性质, 高能情形下的核反应, 特别是在研究核物质中真空起伏等量子现象时, 被证明是很直接有效的, 并得到了运用和推广<sup>[1]</sup>。在强相互作用体系内, 量子效应有时是不可忽略有时是至关重要的, 这一点在我们最近的研究中得到了验证<sup>[2,3]</sup>。但是在相对论多体理论中很大程度上要依赖于模型, 即拉氏量的选取, 并且在确定重整化常数时, 它们是依赖于重整化点的选取的, 这样其它的物理量也就与重整化点有关了。一般地, 重整化点可以有两种选取方法, 一种是物理的在质量壳上重整化, 但这时的计算较为复杂; 另一种是零动量重整化, 它可以使计算相对地简化, 但其物理意义没有前者清楚。

在核子和介子的层次上, 其相互作用遵循一个很重要的对称性也就是手征对称性, 具有代表性的一个手征对称模型就是手征  $\sigma$  模型<sup>[4]</sup>, 将它用于核物质并计算其量子起伏的贡献还是最近的事<sup>[5]</sup>, 并且其重整化都是在零动量下进行的。本文中, 将在物理质壳上进行单圈图重整化, 计算核子的能量密度。

首先将给出模型并引入重整化常数, 随后在单圈图近似下定出重整化常数, 并给出核子能量密度的表达式, 最后就重整化点的选取作些讨论。

## 二、手征 $\sigma$ 模型和重整化常数

具有明显手征  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$  对称并且是可重整化的手征  $\sigma$  模型可写成如下形式:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\phi}_0 [i\gamma_\mu \partial^\mu - g_0(\sigma_0 + i\vec{\pi}_0 \cdot \vec{\tau}\gamma_5)]\phi_0 \\ & + \frac{1}{2} [(\partial\sigma_0)^2 + (\partial\vec{\pi}_0)^2] - \frac{1}{2} \mu_0^2(\sigma_0^2 + \vec{\pi}_0^2) \\ & - \frac{1}{4} \lambda_0^2(\sigma_0^2 + \vec{\pi}_0^2)^2 + c\sigma_0, \end{aligned} \quad (1)$$

式中下标“0”代表该量是裸的,  $\phi_0$  是质子、中子两分量波函数,  $\sigma_0, \vec{\pi}_0$  分别是  $\sigma$  和  $\pi$  介子的场算符;  $\mu_0^2$  是一小于零的参数. 如果  $c = 0$  则手征对称是严格的. 从(1)式可以得到轴矢量流  $\vec{j}_5^a(x)$  满足如下关系:

$$\partial_\mu \vec{j}_5^a(x) = c\vec{\pi}_0(x), \quad (2)$$

$$\vec{j}_5^a(x) = -\bar{\phi}_0 \gamma^\mu \frac{\vec{\tau}}{2} \gamma_5 \phi_0 + \vec{\pi}_0 \partial^\mu \sigma_0 - \sigma_0 \partial^\mu \vec{\pi}_0, \quad (3)$$

如果  $c \neq 0$ , 则轴矢量流是不守恒的, 由此可以推出  $\pi$  介子不是严格的 Goldstone 玻色子, 或者说其质量不为零.

一般地, 在核物质基态下,  $\sigma_0$  场包括两部分, 一部分是经典场  $\tilde{v}_0$ , 另一部分是量子场  $\phi_0$ ,  $\langle \phi_0 \rangle = 0$ , “ $\langle \dots \rangle$ ” 为对核物质基态求平均. 那么我们可以将  $\sigma_0$  作如下平移,

$$\sigma_0 = \tilde{v}_0 + \phi_0. \quad (4)$$

在核密度  $\rho \rightarrow 0$  时, 核物质基态  $|1\rangle$  趋于自由的真空态  $|1\rangle_{vac}$ , 则有  $\tilde{v}_0 \rightarrow v_0 \equiv \langle \sigma_0 \rangle_{vac}$ , 即真空平均值.  $\sigma$  模型已被证明是可重整化的, 我们可以按如下方式引入重整化常数<sup>[6]</sup>:

$$(\phi_0, \bar{\phi}_0) = z_F^{\frac{1}{2}}(\psi, \bar{\psi}), \quad (5.a)$$

$$(\tilde{v}_0, \phi_0, \vec{\pi}_0) = z_M^{\frac{1}{2}}(\tilde{v}, \phi, \vec{\pi}), \quad (5.b)$$

$$\mu_0^2 = z_M^{-1}(\mu^2 + \delta\mu^2), \quad (5.c)$$

$$g_0 = z_F z_F^{-1} z_M^{-\frac{1}{2}} g, \quad (5.d)$$

$$\lambda_0^2 = z_\lambda z_M^{-2} \lambda^2, \quad (5.e)$$

式中  $z_F, z_M$  分别是核子和介子波函数重整化常数,  $z_F, z_\lambda$  是耦合常数  $g, \lambda^2$  的重整化常数. 将(4)(5)式代入(1)并整理可得重整化的拉氏量  $\mathcal{L}^R$ :

$$\mathcal{L}^R = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{in} + \mathcal{L}_{ct} + \mathcal{L}_{mf}, \quad (6.a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & \bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - \tilde{m}_n)\psi + \frac{1}{2}(\partial\sigma)^2 - \frac{1}{2}\tilde{m}_\sigma^2\sigma^2 \\ & + \frac{1}{2}(\partial\vec{\pi})^2 - \frac{1}{2}\tilde{m}_\pi^2\vec{\pi}^2, \end{aligned} \quad (6.b)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{in} = & -z_F g \bar{\psi}(\phi + i\vec{\pi} \cdot \vec{\tau}\gamma_5)\psi - z_\lambda \lambda^2 \tilde{v}\phi \\ & \cdot (\phi^2 + \vec{\pi}^2) - \frac{1}{4} z_\lambda \lambda^2 (\phi^2 + \vec{\pi}^2)^2 \\ & + [f_\pi m_\pi^2 - \tilde{v}(\tilde{m}_\pi^2 + \delta\tilde{m}_\pi^2)]\phi, \end{aligned} \quad (6.c)$$

$$\mathcal{L}_{ct} = (z_F - 1)\bar{\psi}i\gamma \cdot \partial\psi - \delta\tilde{m}_n\bar{\psi}\psi + \frac{1}{2}(z_M - 1)$$

$$\begin{aligned} & \cdot [(\partial\sigma)^2 + (\partial\pi)^2] - \frac{1}{2} \delta\tilde{m}_\sigma^2 \phi^2 - \frac{1}{2} \delta\tilde{m}_\pi^2 \pi^2 \\ & - \frac{1}{2} \delta m_\pi^2 \tilde{v}^2 - \frac{1}{8\nu^2} (\delta\tilde{m}_\sigma^2 - \delta\tilde{m}_\pi^2) (\tilde{v}^2 - \nu^2)^2, \end{aligned} \quad (6.d)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = & f_\pi m_\pi^2 \tilde{v} - \frac{1}{2} m_\pi^2 \tilde{v}^2 - \frac{1}{4} \lambda^2 (\tilde{v}^2 - \nu^2)^2 \\ & + \frac{1}{4} z_\lambda \lambda^2 \nu^4, \end{aligned} \quad (6.e)$$

它们分别代表“自由”项, 相互作用项, 补偿项和平均场的贡献。\$\tilde{v}\$, \$\nu\$ 分别是 \$\sigma\$ 场在核物质基态和真空中的平均值, \$f\_\pi\$ 是 \$\pi\$ 衰变常数为 95 MeV。\$\tilde{m}\_n\$, \$\tilde{m}\_\sigma^2\$, \$\tilde{m}\_\pi^2\$ 分别是核子, \$\sigma\$, \$\pi\$ 介子在核物质中的有效质量,

$$\tilde{m}_n = m_n + g(\tilde{v} - \nu), \quad (7.a)$$

$$\tilde{m}_\sigma^2 = m_\sigma^2 + 3\lambda^2(\tilde{v}^2 - \nu^2), \quad (7.b)$$

$$\tilde{m}_\pi^2 = m_\pi^2 + \lambda^2(\tilde{v}^2 - \nu^2), \quad (7.c)$$

\$\delta\tilde{m}\_n\$, \$\delta\tilde{m}\_\sigma^2\$, \$\delta\tilde{m}\_\pi^2\$ 是其相应的质量补偿项, 它与自由空间的质量补偿项 \$\delta m\_n\$, \$\delta m\_\sigma^2\$, \$\delta m\_\pi^2\$ 有如下关系:

$$\delta\tilde{m}_n = \frac{\tilde{m}_n}{m_n} \delta m_n, \quad (8.a)$$

$$\delta\tilde{m}_\sigma^2 = \delta m_\sigma^2 + \frac{3}{2} (\delta m_\sigma^2 - \delta m_\pi^2) \left( \frac{\tilde{v}^2}{\nu^2} - 1 \right), \quad (8.b)$$

$$\delta\tilde{m}_\pi^2 = \delta m_\pi^2 + \frac{1}{2} (\delta m_\sigma^2 - \delta m_\pi^2) \left( \frac{\tilde{v}^2}{\nu^2} - 1 \right). \quad (8.c)$$

由上式可知, 我们可以通过自由空间的重整化常数来定出在核基态时的重整化常数。\$z\_\lambda z\_g\$ 则完全由 \$\delta m\_\sigma^2\$, \$\delta m\_\pi^2\$ 和 \$\delta m\$ 所决定,

$$z_\lambda = 1 + \frac{1}{2\lambda^2\nu^2} (\delta m_\sigma^2 - \delta m_\pi^2), \quad (9)$$

$$z_g = 1 + \frac{\delta m_n}{m_n}. \quad (10)$$

由(2)(3)式及 \$\pi\$ 传播子的定义我们可以得到<sup>[4,7]</sup>:

$$\tilde{v}[-\tilde{\Delta}'_\pi(q^2=0)^{-1}] = f_\pi m_\pi^2, \quad (3.a)$$

式中 \$\tilde{\Delta}'\_\pi\$ 是 \$\pi\$ 介子在核物质中完全的传播子, 由 (3.a) 式可以求解出 \$\tilde{v}\$, 通常存在着两个解, 但哪一个对应于基态还要借助于核子的能量来判断<sup>[4,7]</sup>。在文献[2, 3]中我们已证明(3.a)式也可以从能量极值条件 \$\frac{\partial}{\partial \tilde{v}} \mathcal{E} = -\tilde{v}\tilde{\Delta}'\_\pi(0)^{-1} - f\_\pi m\_\pi^2 = 0\$ 来得到, \$\mathcal{E}\$ 由下面的(11)式定义。因此 \$\tilde{v}\$ 与核密度 \$\rho\$ 的依赖关系也就由(3.a)式决定了。

所有这些关系都是由手征对称性所提供, 也可以看出, 只需要对传播子重整化便可定出全部的重整化常数。

### 三、单圈图近似下的核子能量密度

由(6)式按常规方法可以求出相应的哈密顿量  $\mathcal{H}$ , 核子的能量密度  $\mathcal{E}$  定义为:

$$\mathcal{E} = \langle \mathcal{H} \rangle - \langle \mathcal{H} \rangle_{\text{vac}}, \quad (11)$$

它可以分为三部分, 平均场能量密度  $\mathcal{E}_{\text{mf}}$ , 费米能量密度  $\mathcal{E}_{\text{F}}$ , 量子起伏或零点能的贡献  $\mathcal{E}_{\text{qt}}$ ,  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{mf}} + \mathcal{E}_{\text{F}} + \mathcal{E}_{\text{qt}}$ . 在单圈图近似可分别表示为:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{mf}} = & -f_{\pi} m_{\pi}^2 (\tilde{v} - v) + \frac{1}{2} m_{\pi}^2 (\tilde{v}^2 - v^2) \\ & + \frac{1}{4} \lambda^2 (\tilde{v}^2 - v^2)^2, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathcal{E}_{\text{F}} = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_{\text{F}} d\vec{k} \tilde{E}_{\alpha}(\vec{k}), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{qt}} = & \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int^{\infty} d\vec{k} (E_{\alpha}(\vec{k}) - \tilde{E}_{\alpha}(\vec{k})) + \frac{1}{2(2\pi)^3} \int^{\infty} d\vec{k} (\tilde{E}_{\sigma}(\vec{k}) \\ & - E_{\sigma}(\vec{k}) + 3\tilde{E}_{\pi}(\vec{k}) - 3E_{\pi}(\vec{k})) \\ & + \frac{1}{2} \delta m_{\pi}^2 (\tilde{v}^2 - v^2) + \frac{1}{8v^2} (\delta m_{\sigma}^2 - \delta m_{\pi}^2) (\tilde{v}^2 - v^2)^2, \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $\tilde{E}_{\alpha}(\vec{k}) = \sqrt{\vec{k}^2 + \tilde{m}_{\alpha}^2}$ ,  $\alpha = n, \sigma, \pi$ ,  $\gamma$  是核子的自旋同位旋简并算符. 从(14)式可以看出, 如果  $\tilde{m}_{\alpha}^2 < m_{\alpha}^2$ , 那么核子的量子起伏是排斥力的而介子则是吸引力的, 在不考虑  $\pi$  的情况下, 文献[5]中的第二篇文章中已经指出这两种贡献存在着一个相消. (14)中前两个积分都是发散的, 在零动量重整化时已验证它们被(14)中的补偿项所消除<sup>[2,3]</sup>, 下面将验证重整化点在质壳时, 发散也将严格被消除.

在自由空间, 完整的介子传播子  $\Delta'_{\alpha}$ ,  $\alpha = \sigma, \pi$ , 由下式给出:

$$\Delta'_{\alpha}(k)^{-1} = z_{\text{M}} k^2 - m_{\alpha}^2 - \delta m_{\alpha}^2 - \Pi_{\alpha}(k), \quad (15)$$

$\Pi_{\alpha}$  是“ $\alpha$ ”介子的自能激发, 由图 1 所示:

当  $k^2 \rightarrow m_{\alpha}^2$  时, 也就是在质壳时, 我们要求:

$$\Delta'_{\alpha}(k) \rightarrow \Delta_{\alpha}(k) = (k^2 - m_{\alpha}^2 + i\epsilon)^{-1}, \quad (16)$$

这样可以定出质量补偿项  $\delta m_{\alpha}^2(m_{\alpha}^2)$ ,

$$\begin{aligned} \delta m_{\pi}^2(m_{\pi}^2) = & -\Pi_{\pi}(m_{\pi}^2) \\ & + m_{\pi}^2 \frac{d}{dk^2} \Pi_{\pi}(k^2) \Big|_{k^2=m_{\pi}^2}, \end{aligned} \quad (17.a)$$

$$\begin{aligned} \delta m_{\sigma}^2(m_{\sigma}^2) = & -\text{Re}\Pi_{\sigma}(m_{\sigma}^2) \\ & + m_{\sigma}^2 \frac{d}{dk^2} \Pi_{\sigma}(k^2) \Big|_{k^2=m_{\sigma}^2}, \end{aligned} \quad (17.b)$$

当  $m_{\sigma} > 2m_{\pi}$  时,  $\sigma$  可以衰变成  $2\pi$ , 所以

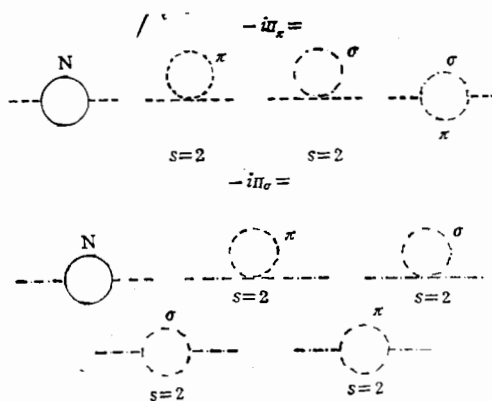


图 1

只需取其发散的实部;当重整化点取为零时

$$\delta m_\pi^2(0) = -\Pi_\pi(0), \quad (18.a)$$

$$\delta m_\sigma^2(0) = -\text{Re}\Pi_\sigma(0). \quad (18.b)$$

由  $\pi, \sigma$  介子自能图及相应的费曼规则<sup>[3]</sup>, 可以得出:

$$\begin{aligned} \delta m_\pi^2(m_\pi^2) &= 2\gamma g^2 F_1(m_\pi^2) + \gamma g^2 m_\pi^4 F_2'(m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) \\ &\quad - \lambda^2(5F_1(m_\pi^2) + F_1(m_\sigma^2) + 4\lambda^2 v^2 F_2(m_\pi^2, m_\sigma^2, m_\pi^2)) \\ &\quad + 4\lambda^4 v^2 m_\pi^2 F_2'(m_\pi^2, m_\sigma^2, m_\pi^2), \end{aligned} \quad (19.a)$$

$$\begin{aligned} \delta m_\sigma^2(m_\sigma^2) &= 2\gamma g^2 F_1(m_\pi^2) - 3\lambda^2(F_1(m_\pi^2) + F_1(m_\sigma^2)) \\ &\quad + \gamma g^2(4m_\pi^2 F_2(m_\sigma^2, m_\pi^2, m_\pi^2) + m_\sigma^2 F_2(m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) \\ &\quad - m_\sigma^2 F_2(m_\sigma^2, m_\pi^2, m_\pi^2)) - 6\lambda^4 v^2(3F_2(m_\sigma^2, m_\sigma^2, m_\sigma^2) \\ &\quad + \text{Re}F_2(m_\sigma^2, m_\pi^2, m_\pi^2)) + \gamma g^2 m_\pi^2 m_\sigma^2 F_2'(m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) \\ &\quad + 4\lambda^4 v^2 m_\sigma^2 F_2'(m_\pi^2, m_\sigma^2, m_\pi^2), \end{aligned} \quad (19.b)$$

式中函数  $F_1, F_2$  在附录里给出,  $F_2'$  是对第一个变量的导数. 在文献[2, 3]中我们已经给出了当用(18)式代入(14)时  $\mathcal{E}_{\text{qt}}$  的表达式  $\mathcal{E}_{\text{qt}}(0)$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{qt}}(0) &= \frac{1}{32\pi^2} (-\gamma m_\pi^4 F(x_\pi^2) + \frac{1}{2} m_\sigma^4 F(x_\sigma^2) \\ &\quad + \frac{3}{2} m_\pi^4 F(x_\pi^2)), \end{aligned} \quad (20.a)$$

$$F(x_a^2) = x_a^4 \ln x_a^2 - \frac{3}{2} (x_a^4 - 1) + 2(x_a^2 - 1);$$

$$x_a^2 = \frac{\tilde{m}_a^2}{m_a^2}, \quad \alpha = \pi, \sigma, \pi. \quad (20.b)$$

那么在质壳上重整化时  $\mathcal{E}_{\text{qt}}(m^2)$  可表示成如下形式,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{qt}}(m^2) &= \mathcal{E}_{\text{qt}}(0) + \frac{1}{2} (\delta m_\pi^2(m_\pi^2) - \delta m_\pi^2(0))(\tilde{v}^2 - v^2) \\ &\quad + \frac{1}{8v^2} (\delta m_\sigma^2(m_\sigma^2) - \delta m_\sigma^2(0) - \delta m_\pi^2(m_\pi^2) + \delta m_\pi^2(0)) \\ &\quad \cdot (\tilde{v}^2 - v^2)^2. \end{aligned} \quad (21)$$

可以验证  $\delta m_\alpha^2(m_\alpha^2) - \delta m_\alpha^2(0)$ ,  $\alpha = \sigma, \pi$  是有限的,

$$\begin{aligned} \delta m_\pi^2(m_\pi^2) - \delta m_\pi^2(0) &= 4\lambda^4 v^2 (F_{2f}(0, m_\sigma^2, m_\pi^2) \\ &\quad - F_{2f}(m_\pi^2, m_\sigma^2, m_\pi^2)) + \gamma g^2 m_\pi^4 F_2'(m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) \\ &\quad + 4\lambda^4 v^2 m_\pi^2 F_2'(m_\pi^2, m_\sigma^2, m_\pi^2), \end{aligned} \quad (22.a)$$

$$\begin{aligned} \delta m_\sigma^2(m_\sigma^2) - \delta m_\sigma^2(0) &= 6\lambda^4 v^2 (3F_{2f}(0, m_\pi^2, m_\sigma^2) \\ &\quad - 3F_{2f}(m_\sigma^2, m_\sigma^2, m_\sigma^2) + F_{2f}(0, m_\pi^2, m_\pi^2) - \text{Re}F_{2f}(m_\sigma^2, m_\pi^2, m_\pi^2)) \\ &\quad + 4\gamma g^2 m_\pi^2 (F_{2f}(m_\sigma^2, m_\pi^2, m_\pi^2) - F_{2f}(0, m_\pi^2, m_\pi^2)) \\ &\quad + \gamma g^2 m_\sigma^2 (F_{2f}(m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) - F_{2f}(m_\sigma^2, m_\pi^2, m_\pi^2)) \\ &\quad + \gamma g^2 m_\pi^2 m_\sigma^2 F_2'(m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) + 4\lambda^4 v^2 m_\sigma^2 F_2'(m_\pi^2, m_\sigma^2, m_\pi^2), \end{aligned} \quad (22.b)$$

将(22.a, b)式代入(21)便得到在质壳上重整化时量子起伏能量的表达式.

## 四、讨 论

在NN相互作用里, $\pi$ 和 $\sigma$ 提供长程和中程吸引力,要使核力达到饱和,就必须还有短程斥力部分,这部分力可由 $\omega$ 介子唯象地描述,在单圈图近似下,它可以写成:

$$\mathcal{E}_{\text{mf}}^{\omega} = \frac{g_{\omega NN}^2}{2m_{\omega}^2} \rho^2, \quad (23)$$

单核子的能量  $E/A$  定义为  $\frac{\mathcal{E}}{\rho}$ , 可见当在高密度的情况下, 主要是 $\omega$ 介子贡献, 并且正比于  $\rho$ .

当重整化点取为零,  $m_{\pi}^2 \rightarrow 0$  且不考虑 $\pi$ 介子的贡献时,

$$\mathcal{E}_{\text{mf}} \rightarrow \mathcal{E}_{\text{mf}}^{\omega} + \frac{1}{4} \lambda^2 (\tilde{v}^2 - v^2)^2, \quad (24.a)$$

$$\mathcal{E}_{\text{ct}} \rightarrow \frac{1}{32\pi^2} \left( -\gamma m_n^4 F(x_n^2) + \frac{1}{2} m_{\sigma}^4 F(x_{\sigma}^2) \right), \quad (24.b)$$

这正是文献[5]第二篇文章中所给出的结果.

以上我们着重讨论了核子能量密度对重整化点选取的依赖关系, 不仅如此, 介子, 核子的传播子,  $f_{\pi}$  等都与它有关, 可见在用微扰方法计算物理过程中, 重整化点的选取是相当重要的.

## 附录

$$F_1(m^2) = \frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{1}{k^2 - m^2 + i\epsilon}, \quad (1)$$

$$F_2(q^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{1}{(q^2 - m_1^2 + i\epsilon)[(q-k)^2 - m_2^2 + i\epsilon]}, \quad (2)$$

这里  $n \rightarrow 4$ . 用维数积分公式:

$$\int d^n k \frac{(k^2)^{\beta}}{[k^2 - m^2 + \lambda^2 x(1-x)]^{\alpha}} = i\pi^{\frac{n}{2}} \frac{(-1)^{\beta-\alpha} \Gamma(\beta + \frac{n}{2}) \Gamma(\alpha - \beta - \frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2}) \Gamma(\alpha) [m^2 - \lambda^2 x(1-x)]^{\alpha - \beta - \frac{n}{2}}}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{D_1^{a_1} D_2^{a_2} \dots D_n^{a_n}} = \frac{\Gamma(a_1 + a_2 + \dots + a_n)}{\Gamma(a_1) \Gamma(a_2) \dots \Gamma(a_n)} \cdot \int_0^1 dx_1 \dots \int_0^1 dx_n \frac{\delta(1 - x_1 - x_2 - \dots - x_n) x_1^{a_1-1} \dots x_n^{a_n-1}}{(D_1 x_1 + D_2 x_2 + \dots + D_n x_n)^{a_1 + \dots + a_n}}, \quad (4)$$

则  $F_1, F_2$  可分别表达成如下形式:

$$F_1(m^2) = -\frac{m^2}{16\pi^2} \left( \Gamma\left(2 - \frac{n}{2}\right) + 1 - \ln m^2 + 0(\epsilon) \right),$$

$$F_2(q^2, m_1^2, m_2^2) = -\frac{1}{16\pi^2} \left[ \Gamma\left(2 - \frac{n}{2}\right) - \int_0^1 dx \ln(q^2 x^2 - (q^2 + m_1^2 - m_2^2)x + m_1^2) \right] \quad (5)$$

$$= -\frac{1}{16\pi^2} \Gamma\left(2 - \frac{n}{2}\right) + F_{2f}(q^2, m_1^2, m_2^2).$$

$F_2$  的有限部分为  $F_{2f}$ ,

$$F_{2f}(q^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{1}{16\pi^2} \int_0^1 dx \ln[q^2 x^2 - (q^2 + m_1^2 - m_2^2)x + m_1^2], \quad (6)$$

所以  $F_2'(q^2, m_1^2, m_2^2) \equiv \frac{d}{dq^2} F_2(q^2, m_1^2, m_2^2) = F_{2f}'(q^2, m_1^2, m_2^2)$  也是有限的.

### 参 考 文 献

- [1] B. D. Serot, J. D. Walecka, *Adv. in Nucl. Phys.*, **16**(1986), 1.
- [2] W. Bentz, L. G. Liu, A. Arima, *Ann. Phys.*, **188**(1988), 1.
- [3] L. G. Liu, W. Bentz, A. Arima, *Ann. Phys.*, **194**(1989), 387.
- [4] B. W. Lee, *Chiral Dynamics'*, (Gorden & Beach, New York, 1972).
- [5] E. Nyman, M. Rho, *Nucl. Phys.*, **A268**(1976), 408;  
A. D. Jackson, M. Rho, E. Krotscheck, *Nucl. Phys.*, **A407**(1983), 495;  
T. L. Ainsworth, G. E. Brown, M. Brakash, W. Weise, *Phys. Lett.*, **B200**(1987), 413;  
N. K. Glendenning, *Nucl. Phys.*, **A480**(1988), 597.
- [6] J. Mignaco, E. Remiddi, *Nuov. Cim.*, **1A**(1971), 376.
- [7] W. Bentz, *Nucl. Phys.*, **A448**(1986), 669.

## ONE LOOP RENORMALIZATION OF NUCLEON ENERGY DENSITY IN NUCLEAR MATTER BY CHIRAL $\sigma$ MODEL

LIU LIANGGANG

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)

### ABSTRACT

The details of the one loop on-mass-shell renormalization of the chiral  $\sigma$  model in nuclear matter are given. The nucleon energy density in nuclear matter is calculated and the results are compared with that of the zero point renormalization scheme.