

# 同位旋三重态 $1s-0d$ 等效相互作用与 $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$ 库仑移位能\*

陈信义 吴式枢  
(吉林大学, 长春)

## 摘 要

从 Paris 势和电磁相互作用出发, 应用格林函数方法推导了同位旋三重态  $sd$  壳等效粒子粒子相互作用. 求解了  $A = 18$  核能谱由此得到了  $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$  库仑移位能.

## 一、引 言

$A = 18$  核可描述成  $^{16}\text{O}$  核实与两个价核子所构成的体系. 由于电磁相互作用, 它表现为同位旋三重态  $^{18}\text{O}(T = 1, M_T = 1)$ ,  $^{18}\text{F}(T = 1, M_T = 0)$  和  $^{18}\text{Ne}(T = 1, M_T = -1)$  以及单重态  $^{18}\text{F}(T = 0, M_T = 0)$ .  $^{18}\text{Ne}$  和  $^{18}\text{O}$  核相应能级的差就是实验上测得的  $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$  库仑移位能.

以往基本上采用壳模型方法计算库仑移位能, 得到的计算值普遍比实验值小 7—10% (Nolen-Schiffer 异常)<sup>[1,2]</sup>. 本文从 Paris 势和电磁相互作用出发, 应用格林函数方法推导了同位旋三重态  $1s-0d$  等效粒子粒子相互作用, 求解了  $A = 18$  核能谱, 由此得到了  $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$  库仑移位能. 计算中通过取质子和中子分开的单粒子能量, 较好地概括了库仑力对核平均场的影响. 这样求得的  $G$  矩阵具有明显的电荷非对称 (CSB) 性及电荷相关 (CIB) 性<sup>[3]</sup>. 此外, 本文还计算了库仑力及其它电磁修正对质子质子  $G$  矩阵的贡献, 并顾及了唯象的核力电荷非对称成分.

由粒子粒子格林函数可以推导  $A_0 \pm 2$  体系能谱所满足的本征方程<sup>[4]</sup>. 对于  $A_0 + 2$  体系, 在  $J, T$  取确定值的耦合表象中其形式为

$$\sum_{n \leq n'} \{ (\varepsilon_m + \varepsilon_{m'} - \mathcal{E}_\mu) \delta_{mn} \delta_{m'n'} + V_{\text{eff}}(mm', nn' [J, T, M_T]; \mathcal{E}_\mu) \} \times C_{nn'}^{\mu}(J, T, M_T) = 0, \quad (1)$$

其中  $\varepsilon_m$  代表  $m$  态单粒子能量.  $\mathcal{E}_\mu$  代表待求的能谱.  $V_{\text{eff}}$  代表等效粒子粒子相互作用, 它是一个由全部不可约两体相连  $G$  矩阵费曼图构成的无穷级数. 由于在  $V_{\text{eff}}$  中包括了电磁相互作用, 则可通过(1)式求解同位旋多重态能谱, 并由此算出相应库仑移位能.

\* 国家自然科学基金资助项目.  
本文 1987 年 3 月 16 日收到.

1  
2  
3

其  
代  
中  
通

其

式

M  
TC

文中推导的等效相互作用与能量相关,因此求解(1)式应对能量作自洽。但在低激发态本征解所涉及的能量区域  $V_{\text{eff}}$  随能量的变化较为平缓,因而方程的求解收敛很快。

## 二、同位旋多重态等效粒子粒子相互作用

图 1 表示推导等效相互作用所包括的费曼图。其中  $V_B$  代表价核子之间的一级相互作用。 $V_{PH}$  和  $V_{HH}$  分别代表由粒子空穴 ( $ph$ )TDA 声子激发和空穴空穴 ( $hh$ ) 多重散射关联所产生的核实极化图,图中的  $G_{\text{TDA}}$  和  $G_{2h}$  则分别代表  $ph$  TDA 声子和  $hh$  多重散射关联格林函数。

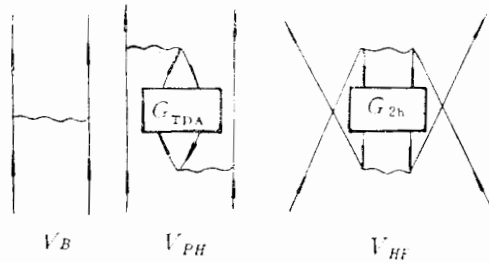


图 1 等效相互作用费曼图

$^{18}\text{Ne}$  的价核子是两个质子,它们的一级相互作用  $V_B$  应该是质子质子相互作用  $G_{\text{pp}}^{\text{P}}$

$$G_{\text{pp}}^{\text{P}}(\omega) = G^{\text{PP}}(\omega) + V_C + V_{\text{CN}}(\omega), \quad (2)$$

其中  $G^{\text{PP}}$  代表质子质子  $G$  矩阵。 $V_C$  代表电磁相互作用,它包括库仑力和电磁修正。 $V_{\text{CN}}$  代表电磁作用与核力的相干效应<sup>[3]</sup>。对于  $^{18}\text{O}$  和  $^{18}\text{F}$  核, $V_B$  应分别为中子中子  $G$  矩阵  $G$  及中子质子  $G$  矩阵  $G^{\text{np}}$ 。

本文的中子中子  $G$  矩阵是从 Paris 势出发按照 BHM 方法推导的。 $G^{\text{PP}}$  和  $G^{\text{np}}$  则是通过取质子和中子分开的单粒子能量并按照[3]中的方法,由中子中子  $G$  矩阵求出的。

计算  $V_{\text{PH}}$  的公式为<sup>[4]</sup>

$$V_{\text{PH}}(mm', nn'; \omega) = (1 - P_{mm'})(1 - P_{nn'}) \sum_{p, h, p', h'} G(mh, np; \omega + \varepsilon_h - \varepsilon_{m'}) \\ \times G_{\text{TDA}}(ph, p'h'; \omega - \varepsilon_{m'} - \varepsilon_n) G(m'p', n'h'; \omega + \varepsilon_{h'} - \varepsilon_n), \quad (3)$$

其中  $p_{\alpha\beta}$  代表交换指标  $\alpha$  和  $\beta$  的算符,而  $G_{\text{TDA}}$  满足方程

$$\sum_{p', h'} [F(ph, p'h'; \omega) - (\omega - \varepsilon_p + \varepsilon_h) \delta_{pp'} \delta_{hh'}] G_{\text{TDA}}(p'h', p''h''; \omega) = \delta_{pp''} \delta_{hh''}, \quad (4)$$

式中

$$F(ph, p'h'; \omega) = G(ph', hp'; \omega + \varepsilon_h + \varepsilon_{h'}). \quad (5)$$

实际计算时应将(3)–(5)式化成  $J, T$  取确定值的耦合形式。耦合表象下  $G$  矩阵与  $M_T$  有关,当  $M_T = -1, 0$  和  $1$  时它分别为  $G_{\text{pp}}^{\text{P}}, G^{\text{np}}$  和  $G$ 。这时  $G_{\text{TDA}}$  也与  $M_T$  有关,即 TDA 声子与电荷状态有关。对于  $^{18}\text{Ne}$  和  $^{18}\text{O}$ , 其价核子的电性相同即均为质子或均为中

表  
= 的  
一  
数  
得  
了  
荷  
状,

· 2

1)  
用,  
了

子,所以  $V_{PH}$  中只包含  $M_T = 0$  的  $G_{TDA}$ , 而对于  $^{18}\text{F}$  则除了  $M_T = 0$  的之外还包含  $M_T = \pm 1$  的  $G_{TDA}$ .

$V_{HH}$  由下面级数定义

$$V_{HH} = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} + \dots \quad (6)$$

其计算公式为

$$V_{HH}(mm', nn'; \omega) = \sum_{k < l, i < j} G(nn', kl; \epsilon_k + \epsilon_l) G_{2h}(kl, ij; \omega) \times G(mm', ij; \epsilon_i + \epsilon_j), \quad (7)$$

而式中的  $G_{2h}$  满足方程

$$\sum_{l, h} [G(kl, fh; \omega) + (\omega - \epsilon_k - \epsilon_l) \delta_{kl} \delta_{lh}] G_{2h}(fh, ij; \omega) = \delta_{ki} \delta_{lj}. \quad (8)$$

### 三、计算结果

计算中选  $\hbar\omega = 16\text{MeV}$  谐振子能量作为中子单粒子能量,能量零点取为  $-58\text{MeV}$ . 质子中子能差按照[3]中的表1选取,即对  $sd$  及其下面壳层取为相应库仑移位能实验值,对  $fp$  壳因实验值不明确则取为按  $^{16}\text{O}$  核电荷费米分布算出的库仑能,而对更高壳层平均取为  $3\text{MeV}$ . 文中考虑了质子电荷分布及真空极化对库仑力的修正,磁作用以及 Wigner 型唯象的核力电荷非对称成分<sup>[2]</sup>.

我们将  $sd$  壳即  $^{16}\text{O}$  核实外第一个大壳选作方程(1)的模型空间,它包括  $0d5/2$ ,  $0d3/2$  和  $1s1/2$  态. 这样,  $V_B$  应为模型空间扣掉  $sd$  壳的  $G$  矩阵. 文中它是从通常推导的扣掉  $sd$  和  $fp$  壳模型空间  $G$  矩阵出发,通过补上以  $fp$  壳为中间态的粒子粒子多重散射关联格林函数来严格得到的.

Shurpin, Kuo 和 Strottman (SKS) 从 Paris 势核力出发,应用折线图推导了  $sd$  壳等效相互作用,求解了  $^{18}\text{O}$  能谱<sup>[5]</sup>. 他们所顾及的二体图与本文基本相同. 其中一级图也是通过在扣掉  $sd$  和  $fp$  壳  $G$  矩阵的基础上,补上  $fp$  壳的贡献而得到的. 但他们只补上了  $fp$  壳贡献中的零级项即只顾及了粒子粒子线的贡献.

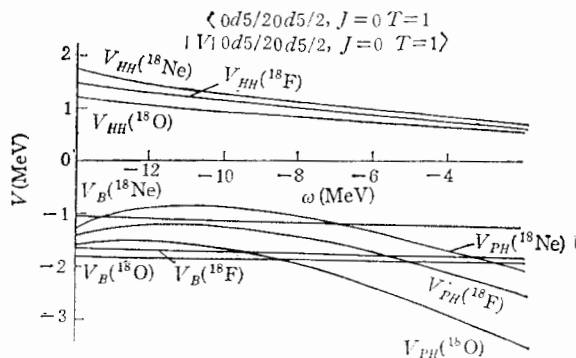
表1是由 Paris 势和电磁相互作用推导的同位旋三重态  $sd$  壳等效相互作用  $|0d5/2, 0d3/2; J=0, T=1\rangle$  态对角矩阵元当能量取为  $-4\text{MeV}$  时的值.  $\omega = -4\text{MeV}$  相当于  $sd$  壳谐振子表象双粒子能量. 表中的  $V_B$ ,  $V_{PH}$  和  $V_{HH}$  分别代表图1中的等效相互作用费曼图,它们的和即为  $V_{\text{eff}}$ .

由表1可知,  $V_{\text{eff}}$  及其中包括的  $V_B$ ,  $V_{PH}$  和  $V_{HH}$  均按  $^{18}\text{O}$ ,  $^{18}\text{F}$  和  $^{18}\text{Ne}$  的次序增大.  $^{18}\text{Ne}$  的  $V_{\text{eff}}$  比  $^{18}\text{O}$  的大  $2\text{MeV}$  左右,其中  $V_B$ ,  $V_{PH}$  和  $V_{HH}$  的贡献分别为  $0.6$ ,  $1.2$  和  $0.2\text{MeV}$ .

表 1 等效相互作用  $|0d5/2\ 0\ d5/2; J=0\ T=1\rangle$  对角元 ( $\omega = -4\text{MeV}$ )(MeV)

| 三重态              | $V_B$   | $V_{PH}$ | $V_{HH}$ | $V_{\text{eff}}$ |
|------------------|---------|----------|----------|------------------|
| $^{18}\text{Ne}$ | -1.2778 | -1.7338  | 0.8427   | -2.1689          |
| $^{18}\text{F}$  | -1.8424 | -2.1301  | 0.7787   | -3.1938          |
| $^{18}\text{O}$  | -1.8800 | -2.9158  | 0.6585   | -4.1373          |

(6)



(7)

(8)

图 2 等效相互作用与能量的关系

图 2 表示等效相互作用  $|0d5/2\ 0d5/2; J=0\ T=1\rangle$  态对角元与能量  $\omega$  的关系, 表现了在不同能量下等效相互作用关于同位旋三重态的劈裂。

eV.  
值,  
平均  
ener

/2,  
寻的  
时关

d 壳  
图也  
上了

45/2  
当于  
作用

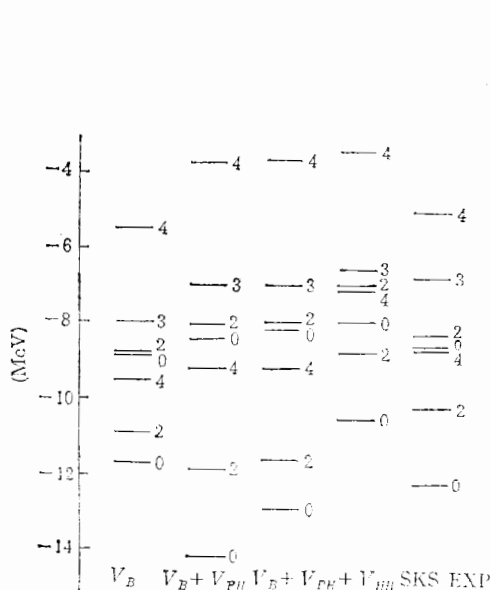


图 3  $^{18}\text{O}$  能谱

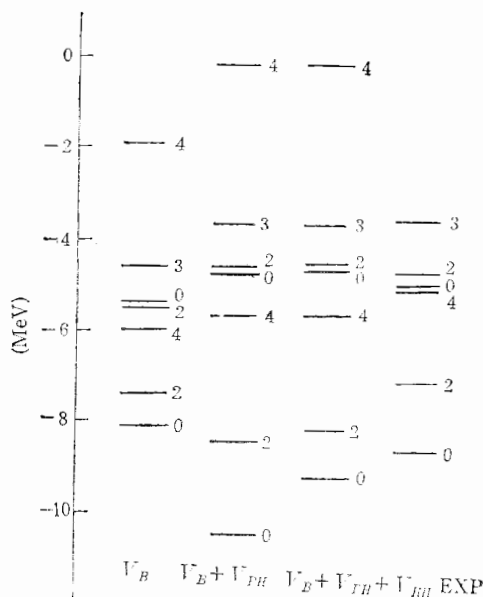
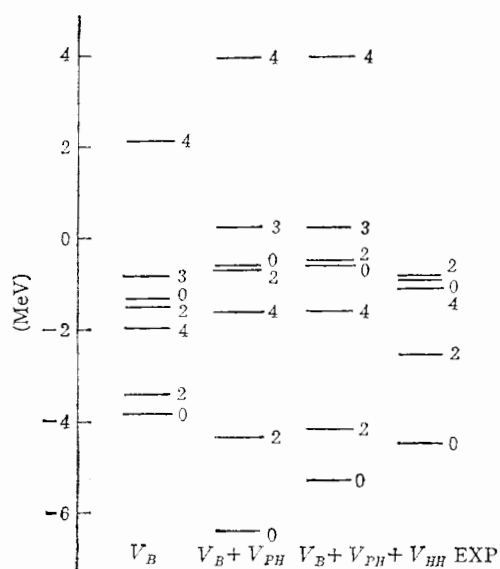


图 4  $^{18}\text{F}(T=1)$  能谱

图 3 代表求解方程 (1) 所得  $^{18}\text{O}$  低激发态能谱。为比较还给出了 SKS 的折线图结果<sup>[5]</sup>。由图 3 可以看出, 核实极化图  $V_{PH}$  和  $V_{HH}$  对低激发态影响较明显, 例如取  $V_{\text{eff}} = V_B$  所得基态能量比实验值高 0.6MeV, 当顾及  $V_{PH}$  后则降低到比实验值低 1.85MeV, 而

增大。  
且 0.2

图5  $^{18}\text{Ne}$  能谱

同时包括  $V_{\text{PH}}$  和  $V_{\text{HH}}$  所得结果仍比实验值低 0.62MeV。

图4和图5分别代表  $^{18}\text{F}(T=1)$  和  $^{18}\text{Ne}$  低激发态能谱。由  $^{18}\text{Ne}$  和  $^{18}\text{O}$  能谱立刻得到  $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$  库仑移位能(表2)。

表2  $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$  库仑移位能 (单位: MeV)

| $J^\pi T$        | $V_B$  | $V_B + V_{\text{PH}}$ | $V_B + V_{\text{PH}} + V_{\text{HH}}$ | 实验值    |
|------------------|--------|-----------------------|---------------------------------------|--------|
| 0 <sup>+</sup> 1 | 7.7605 | 7.6408                | 7.4965                                | 7.6709 |
| 2 <sup>+</sup>   | 7.4613 | 7.4197                | 7.3935                                | 7.5760 |
| 4 <sup>+</sup>   | 7.5466 | 7.5776                | 7.5776                                | 7.4920 |
| 0 <sup>+</sup>   | 7.5962 | 7.6669                | 7.5595                                | 7.6127 |
| 2 <sup>+</sup>   | 7.3418 | 7.4022                | 7.4049                                | 7.3667 |
| 3 <sup>+</sup>   | 7.1357 | 7.2449                | 7.2449                                |        |
| 4 <sup>+</sup>   | 7.5575 | 7.6369                | 7.6369                                |        |

由表2可以看出,取  $V_{\text{eff}} = V_B$  所求出的基态 ( $J^\pi T = 0^+1$ ) 库仑移位能比实验值大 0.09MeV。  $V_{\text{PH}}$  和  $V_{\text{HH}}$  都起降低作用,包括它们之后使结果比实验值小 0.17MeV。虽然在同一能量下  $^{18}\text{Ne}$  的  $V_{\text{PH}}$  和  $V_{\text{HH}}$  确实比  $^{18}\text{O}$  的要大,但它们对库仑移位能的贡献应该表现为能量取方程(1)相应解时的劈裂值。由图2可知  $V_{\text{PH}}$  和  $V_{\text{HH}}$  随能量的增大而减小,而  $^{18}\text{Ne}$  的基态能量比  $^{18}\text{O}$  的要高得多,因而可能出现  $V_{\text{PH}}$  和  $V_{\text{HH}}$  减小库仑移位能的情形。

表3是  $G$  矩阵的电荷非对称性及其它修正项对  $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$  库仑移位能的贡献。其中  $G$  矩阵的电荷非对称性对基态和第一激发态 ( $J^\pi T = 2^+1$ ) 的贡献分别为 0.098 和 0.075 MeV,大约是 Wigner 型唯象的核力电荷非对称成分贡献(表中第二行)的两倍。表中第三行到第五行是电磁修正项,其总的效应是减小库仑移位能。电磁作用与核力的相干效

表 3 修正项的贡献 (单位: MeV)

|           | $J^{\pi}T = 0^+1$ |        | 2+1    |        | 3+1    | 4+1    |
|-----------|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| G 矩阵 CSB  | 0.098             | 0.026  | 0.075  | 0.023  | 0.011  | 0.034  |
| 核力 CSB 成分 | 0.052             | 0.041  | 0.038  | 0.021  | 0.008  | 0.022  |
| 质子电荷分布    | -0.032            | -0.012 | -0.015 | -0.004 | -0.003 | -0.007 |
| 真空极化      | 0.003             | 0.003  | 0.003  | 0.002  | 0.002  | 0.003  |
| 磁作用       | 0.002             | 0.001  | -0.001 | -0.002 | -0.007 | -0.004 |
| 电磁核力相干    | 0.039             | 0.020  | 0.025  | 0.008  | 0.007  | 0.009  |

应起增大作用。

文中通过扣除  $ph$  TDA 声子中的  $J^{\pi}T = 1^-0$  中间态, 近似消除了  $^{16}\text{O}$  核实最低质心的态. 计算表明它对  $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$  库仑移位能的影响很小.

## 参 考 文 献

- [1] J. A. Nolen and Schiffer, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **19**(1969), 471.  
 [2] S. Shlomo, *Rep. Prog. Phys.*, **41**(1978), 957.  
 [3] 陈信义等, “ $^{13}\text{O}-^{13}\text{N}$ ,  $^{17}\text{F}-^{17}\text{O}$  库仑移位能” 高能物理与核物理, 待发表.  
 [4] 吴式枢, *中国科学*, **5**(1974), 471.  
 [5] J. Shurpin, et al., *Nucl. Phys.*, **A408**(1983), 310.

时刻得

## 1s-0d EFFECTIVE INTERACTIONS OF ISOSPIN TRIPLET AND $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$ COULOMB DISPLACEMENT ENERGIES

CHEN XINYI WU SHISHU  
 (Jilin University, Changchun)

## ABSTRACT

The  $sd$ -shell effective particle interactions are derived from the Paris potential and electric magnetic interactions using Green's function method. The  $^{18}\text{Ne}-^{18}\text{O}$  Coulomb displacement energies are obtained by solving the energy spectra of nuclei with  $A=18$ .

金值大  
 虽然  
 立该表  
 减小,  
 能的情

其中  $G$   
 0.075  
 表中第  
 目千效