

$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 核分子共振

杨伯君
(北京大学)

摘 要

本文利用核分子振转模型,解释了 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 反应系统的中间结构现象。

为了解释 $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O}$ 反应系统的中间结构,我们曾提出一种核分子的振转模型^[1],本文就用这一模型讨论 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 反应系统的中间结构问题。

关于 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 反应系统的中间结构,目前已进行了比较细致的实验测量^[2],结果显示同一自旋态出现了多个中间结构。因此不能像文[1]一样利用简单的三条转动带来解释,而应在原有模型的基础上作适当的改进。本文提出一种改进意见,即认为邻近多个同一自旋态中间结构的出现,是由于振动与转动角动量耦合的结果。与文[1]一样假定核分子是轴对称的微小振动,考虑转动与振动的耦合以后, $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 系统的哈密顿量可以表示为:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}' \quad (1)$$

其中
$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{M}^2}{2\mathcal{I}} + \frac{1}{2B} [\hat{P}_a^2 + 2\hat{P}_b^2] + \frac{1}{2} c_0 a^2 + c_1 b^2, \quad (2)$$

$$\hat{H}' = d_1 \hat{M} \cdot \hat{L}_a + d_2 \hat{M} \cdot \hat{L}_b. \quad (3)$$

其中 \hat{M} 是转动角动量算符; \mathcal{I} 是核分子的转动惯量, $\mathcal{I} = \mu R^2$, μ 是两核的折合质量, R 为两核的质心距离; a 与 b 分别是轴向和垂直轴向的振动变数; B 是振动的惯性参数; \hat{L}_a 与 \hat{L}_b 是两种振动相应的角动量算符。 \hat{H}' 表示转动与振动角动量之间的耦合,可以看成一个小量。因此,对核分子系统可以先求 \hat{H}_0 的解,然后用对角化方法求考虑 \hat{H}' 以后的结果。

\hat{H}_0 的解比较容易得到。解方程

$$\left\{ \frac{\hat{M}^2}{2\mathcal{I}} + \frac{1}{2B} [\hat{P}_a^2 + 2\hat{P}_b^2] + \frac{1}{2} c_0 a^2 + c_1 b^2 \right\} \psi(\theta, a, b) = E\psi(\theta, a, b), \quad (4)$$

取
$$\psi(\theta, a, b) = Y_{IM}(\theta, \varphi) \varphi(a, b), \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式,利用球谐函数 Y_{IM} 的正交性得

第 2
将(7)
可以先
其中 ω
这样方
方程的
|0> 是
在方程
解为:
将(7)、
相应的
其中 B_0
交换时
因此要

$$\left\{ \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{I}} + \frac{1}{2B} [\hat{P}_a^2 + 2\hat{P}_b^2] + \frac{1}{2} c_0 a^2 + c_1 b^2 \right\} \varphi(a, b) = E\varphi(a, b). \quad (6)$$

$$\varphi(a, b) = f(a)g(b) \quad (7)$$

将(7)式代入(6)式,分离变量得

$$\left(\frac{\hat{P}_a^2}{2B} + \frac{1}{2} c_0 a^2 - E_0 \right) f(a) = 0, \quad (8)$$

$$\left[\frac{\hat{P}_b^2}{B} + c_1 b^2 - (E - E_0) + \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{I}} \right] g(b) = 0. \quad (9)$$

可以先解方程(8),这是一个谐振方程,令:

$$a = \sqrt{\frac{\hbar}{2B\omega_0}} (\hat{a}^+ + \hat{a}), \quad \hat{P}_a = i\sqrt{\frac{B\hbar\omega_0}{2}} (\hat{a}^+ - \hat{a}) \quad (10)$$

其中 $\omega_0^2 = c_0/B$, \hat{a}^+ 与 \hat{a} 是 a 声子的产生与湮灭算符,很容易证明

$$\hat{a}\hat{a}^+ - \hat{a}^+\hat{a} = 1, \quad (11)$$

测量^[2],结果显示三条转动带,认为邻近多个[1]一样假定核哈密顿量可以

$$\frac{\hat{P}_a^2}{2B} + \frac{1}{2} c_0 a^2 = \frac{\hbar\omega_0}{2} (\hat{a}^+\hat{a} + \hat{a}\hat{a}^+) = \hbar\omega_0 \left(\hat{n}_0 + \frac{1}{2} \right),$$

$$\hat{n}_0 = \hat{a}^+\hat{a},$$

这样方程(8)成为

$$\hbar\omega_0 \left(\hat{n}_0 + \frac{1}{2} \right) |n_0\rangle = E_0 |n_0\rangle, \quad (12)$$

方程的本征函数为

$$(1) \quad |n_0\rangle = (n_0!)^{-1/2} \hat{a}^+ \dots \hat{a}^+ |0\rangle, \quad (13)$$

(2) $|0\rangle$ 是 a 声子的真空态,本征值

$$(3) \quad E_0 = \left(n_0 + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0 = \left(n_0 + \frac{1}{2} \right) \hbar \sqrt{\frac{c_0}{B}} \quad (14)$$

核的折合质量,力的惯性参数;耦合,可以看考虑 \hat{H}' 以后的

在方程(9)中,如果我们忽略 \mathcal{I} 对 b 的依赖性,把 \mathcal{I} 看成一个常数,也是一个谐振方程,其解为:

$$|n_1\rangle = (n_1!)^{-1/2} \hat{\beta}^+ \dots \hat{\beta}^+ |0\rangle \quad (15)$$

$$E' = E - E_0 - \frac{I(I+1)\hbar^2}{2\mathcal{I}} = (2n_1 + 1)\hbar\omega_1 = (2n_1 + 1)\hbar \sqrt{\frac{c_1}{B}} \quad (16)$$

将(7)、(13)与(15)式代入(5)式得到方程(4)的解为

$$\phi(\theta, a, b) \equiv |I, n_0, n_1\rangle = Y_{IM}(\theta\varphi) |n_0\rangle |n_1\rangle \quad (17)$$

相应的本征值

$$(4) \quad E = B_0 + \left(n_0 + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0 + (2n_1 + 1)\hbar\omega_1 + \frac{I(I+1)}{2\mathcal{I}} \hbar^2 \quad (18)$$

(5) 其中 B_0 是带头能. 这里值得指出的是,由于 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ 是两个全同核形成的分子,当两核交换时分子状态不变,两核交换相应 $\theta \rightarrow \pi - \theta$, $\varphi \rightarrow \pi + \varphi$ 有

$$Y_{IM}(\pi - \theta, \pi + \varphi) = (-1)^I Y_{IM}(\theta\varphi) = Y_{IM}(\theta\varphi)$$

因此要求 $I = 0, 2, 4, \dots$ 为偶数.

还必须说明的是,由于我们假定¹²C核分子振动与普通核一样是表面运动,核表面运动可以用球谐函数进行多极展开^[3],其多极性有一个上限 $L \leq (A_1 + A_2)^{1/3}$, 因此,对 ¹²C + ¹²C 分子 $L \leq 2$. $L = 0$ 项相应核体积的变化,若核物质密度不变,体积为常数,这项不考虑. $L = 1$ 项,当形变比较小时,相应于整体的平移,对振转能谱没有贡献. 因此,可以取 ¹²C + ¹²C 核分子振动的角动量 $L = 2$, 即为四极振动.

下面进一步讨论 \hat{H}' 的影响,由振动态带有角动量 $L = 2$, 它们与转动态角动量耦合,由

$$\hat{M} \cdot \hat{L} = \frac{1}{2} [(\hat{M} + \hat{L})^2 - \hat{M}^2 - \hat{L}^2]$$

表 核分子 ¹²C + ¹²C 的振转能级

I	理论计算 (MeV)			实验值 (MeV)		
	0	4.25	5.05	5.80	4.25	
2	4.75	5.33	6.12	4.88	5.64	6.25
		5.82	6.47		5.82	6.41
		6.03	6.62		6.04	6.64
4	6.01	6.53	7.32	5.97	6.68	7.30
		7.08	7.59			7.58
		7.48	7.77		7.45	7.71
6	7.95	8.56	9.21	7.55	8.44	9.33
		9.09	9.46		9.06	9.67
		9.53	9.66		9.56	9.85
8	10.59	11.25	11.79	10.66	10.96	11.65
		11.93	12.03		11.35	12.1
		12.44	12.21		12.4	
10	13.93	14.76	15.06	13.80	14.7	15.0
		15.49	15.29		15.5	15.3
		16.09	15.48		16.2	15.5
12	17.98	19.20	19.02	17.8	19.0	18.8
		19.80	19.25		19.6	19.3
		20.46	19.44			
14	22.73	24.05	23.66			
		24.87	23.88		24.8	
		25.57	24.07		26.0	24.4
16	28.19	28.82	29.09	28.6	30	
		30.68	29.34		31	29.6
		31.47	29.40			
18	34.35	36.35	35.01		36.1	
		37.27	35.23		37.1	35.2
		38.10	35.42		38.1	

将(1
裂成

际
验数
实验
 $n_1 =$
 $n_0 =$
MeV.

所算
个以
略有
一些.

[1]
[2]

[3]
[4]

T
of the

1, 核表面运动
因此, 对 ^{12}C
为常数, 这项
贡献。因此,

动态角动量耦

$$\begin{aligned} \text{则 } (\hat{M} \cdot \hat{L})|I, n_0, n_1\rangle &= \frac{1}{2} \hbar^2 [J(J+1) - I(I+1) - 2(2+1)]|I, n_0, n_1\rangle \\ &= \begin{cases} 2I\hbar^2 & \text{当 } J = I + 2 \\ -3\hbar^2 & \text{当 } J = I \\ -2(I+1)\hbar^2 & \text{当 } J = I - 2 \end{cases} |I, n_0, n_1\rangle \end{aligned} \quad (19)$$

将(19)式代入(3)式, 可以看到由于振动与转动的耦合, 使系统每一转动带的转动态都劈裂成三个状态(基态带不劈裂), 因此, 使原来对应每一个 I 的三个态成为七个。

这里值得说明的是, 在以上处理中我们将 \mathcal{J} 看成常数, 这只是一个近似的结果。实际 \mathcal{J} 是与振动及转动有关的, 对于不同振动态, 分子位形不同, \mathcal{J} 也略有不同。根据实验数据拟合的需要, 我们对不同的转动带 \mathcal{J} 取不同的数值。耦合常数 d_1 和 d_2 也相似。实验已给出两个 0^+ 态^[4], 能量分别为 4.25MeV 和 5.8MeV, 可以认为它们分别对应 $n_0 = n_1 = 0$ 和 $n_0 = 1, n_1 = 0$ 的两个转动带的带头, 另一个带头暂且取 5.05MeV, 相应于 $n_0 = 0, n_1 = 1$ 的带。这样可以推出 $\hbar\omega_1 = 0.4\text{MeV}$, $\hbar\omega_0 = 1.55\text{MeV}$ 和 $B_0 = 3.275\text{MeV}$ 。为拟合实验数据, 可取以下一组参数值:

$$\text{当 } n_0 = n_1 = 0 \text{ 时 } \quad \hbar^2/2\mathcal{J} = 0.088\text{MeV}$$

$$\text{当 } n_0 = 0, n_1 = 1 \text{ 时 } \quad \hbar^2/2\mathcal{J} = 0.094\text{MeV}$$

$$\text{当 } n_0 = 1, n_1 = 0 \text{ 时 } \quad \hbar^2/2\mathcal{J} = 0.086\text{MeV}$$

$$d_1\hbar^2 = -0.1\text{MeV}/\sqrt{I}$$

$$d_2\hbar^2 = -0.1\text{MeV}/I$$

所算出的能量值如表中所列。

关于实验数据, 由于不同作者用不同方法得到的结果略有差别^[2], 所取数据一般是两个以上作者得到的结果。从表中看出, 理论值与实验值基本上是相符的, 在具体每个峰位略有一点差别。由于我们参数选取比较粗糙, 如果将参数进行适当调整可以拟合得更好一些。

参 考 文 献

- [1] 杨伯君, 核分子振转模型, 高能物理与核物理, 5(1982), No.6.
- [2] K. A. Erb et al., *Phys. Rev.*, C22(1980), 507; T. Yrew et al., *Phys. Rev.*, C22(1980), 2462; R. Wada et al., *Phys. Rev.*, C22(1980), 557; D. A. Bromley, *Nuclear Molecular Phenomena*, ed. by N. Cindro, North Holland, Amsterdam (1978) p3—60.
- [3] J. M. Eisenberg, W. Greiner, *Nuclear Models*, North-Holland, Amsterdam, (1970).
- [4] W. Galster et al., *Phys. Rev.*, C15(1977), 950.
F. Coca et al., *J. Phys. (Paris) Lett.*, 38(1977), L421.

$^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ NUCLEAR MOLECULAR RESONANCES

YANG BO-JUN

(Peking University)

ABSTRACT

The intermediate structure phenomena are explained in $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ reaction system by means of the rotation-vibration model for nuclear molecular.

5.80
6.25
6.41
6.64
7.30
7.58
7.71
9.33
9.67
9.85
11.65
12.1
15.0
15.3
15.5
18.8
19.3
24.4
29.6
35.2