第11卷 第1期　　高能物理与核物理　　Vol. 11, No. 1
1987年1月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Jan., 1987

在 SU_2 格点规范理论中计算真空态胶子凝聚量

吴济民　　赵佩英
（中国科学院高能物理研究所）

摘　　要

我们利用累积展开方法计算得到 SU_2 纯规范场理论真空态胶子凝聚量

$$\left\langle \frac{\alpha}{\pi} \sum_{\mu\nu a} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} \right\rangle = 3.56 \times 10^8 \Lambda_L^4$$

格点规范理论提供了一个可行的计算强作用中非微扰效应的理论方案[1]．初步计算就得到了许多重要的非微扰量，例如一些强子的质量谱、衰变常数、弦张量、重夸克间位势等等．这是十分重要的进展．真空态胶子凝聚量也是一个很有意义的非微扰量，它定量地显示了真空的性质，是研究 QCD 真空结构的重要课题．在本文中，我们利用格点规范理论解析计算的结果和理论自洽性的要求讨论和计算真空态胶子凝聚量 G．

$$G = \left\langle \frac{\alpha}{\pi} \sum_{\mu\nu a} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} \right\rangle \tag{1}$$

作为第一步先讨论 SU_2 纯规范场真空态胶子凝聚量．

Shifman 等人[2]首先指出存在非零 G 值，并且从 e^+e^- 湮没成强子的实验数据中唯象地贴合出这个量的大小．现在通常被人引用的“标准值”是

$$\left\langle g^2 \sum_{\mu\nu a} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} \right\rangle = 0.5\ \mathrm{GeV}^4 \text{[2,3]}.$$

这是 SU_3 QCD 体系（规范场＋费米子）的胶子凝聚量．人们希望利用格点规范理论从第一原则出发计算这个量．

在 $SU(N)$ 格点规范理论中，量 G 可以这样地确定[4]

$$\langle E \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{\beta^n} + \frac{\pi^2}{12N} G a^4 \tag{2}$$

其中 $\langle E \rangle$ 为 Wilson 作用量下元格平均内能．上式右端第一项是微扰展开表达式，c_n 为展开系数，$\beta = 2N/g^2$．如果真空态是微扰论的平凡福克真空，那么正比于 G 的第二项就为零．所以非零的 G 值表明真空更丰富的结构，表明这里存在非微扰集体的、长程作用．(2)式中 a 为格距，当格点体系处于渐近 Scaling 区时，由重整化群方程给出

$$a = \frac{1}{\Lambda_L} \left(\frac{\beta}{2Nb_0} \right)^{b_1/2b_0^2} e^{-\beta/4Nb_0} \tag{3}$$

本文1986年3月29日收到．

其中b_0、b_1为β函数微扰展开的第一二项系数 $b_0=\frac{1}{16\pi^2}\frac{11N}{3}$, $b_1=\frac{1}{(16\pi^2)^2}\frac{34N^2}{3}$. 由(2)式有

$$G=\frac{12N}{\pi^2}a^{-4}\Delta$$

$$\Delta\equiv\langle E\rangle-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{c_n}{\beta^n}\tag{4}$$

如果格点体系处于渐近 Scaling 区,则应有:

$$\Delta=\frac{\pi^2}{12N}G\left[\frac{1}{\Lambda_L}\left(\frac{\beta}{2Nb_0}\right)^{b_1/2b_0^2}e^{-\beta/4Nb_0}\right]^4\tag{5}$$

我们采用累积展开方法已经解析地计算获得精确到展开第三级的 SU_2 平均元格内能$\langle E\rangle$[5]. 另一方面又知道将$\langle E\rangle$作微扰展开的头两级系数[6]

$$\langle E\rangle_{微扰}=\frac{c_1}{\beta}+\frac{c_2}{\beta^2}+\cdots$$

$$c_1=\frac{1}{4}(N^2-1)$$

$$c_2=(N^2-1)\left[N^2(0.0203\pm0.0001)-\frac{1}{32}\right]\tag{6}$$

最近,重正化群变换研究指出[7,8],对 SU_2 群,当$\beta>2.7$时,平均元格内能达到渐近 Scaling 区(而不是过去认为的在β大于 Crossover 点$\beta\simeq2.2$之后马上达到渐近 Scaling 区). 考虑到在上述渐近 Scaling 区域内,作为展开参数,$\frac{1}{\beta}$还不是很小于 1 的量,我们取下一微扰减出量使得能把$\frac{1}{\beta^3}$级以上的微扰量也尽可能同时减出:

$$1-\exp\left\{-\left(\frac{c_1}{\beta}+\frac{1}{\beta^2}\left[c_2+\frac{1}{2}c_1^2\right]+\frac{c}{\beta^3}\right)\right\}\tag{7}$$

其中系数c待定. 当把上式展开时,就首先得到微扰减出部分(6)式中的前两项.

把文献[5]中的$\langle E\rangle$解析结果和(7)式一齐代入(4)式,调节c值,可以使得Δ值在$\beta>2.7$之后很好地具有渐近 Scaling 所预言的随β变化的斜率(见(5)式),这时,取$c\simeq1.6851$,所得Δ值见图 1(其中直线表示渐近 Scaling 所预言的斜率)而且,只有取$c\simeq1.6851$才能得到渐近 Scaling 所预言的斜率. 取渐近 Scaling 区域内任一点Δ、β值,利用(5)式就得到SU_2群真空胶子凝聚量.

$$\frac{G}{\Lambda_L^4}=3.56\times10^8\tag{8}$$

非零G值表明 QCD 真空存在丰富内容.

按照上述理论考虑,有几组人利用计算机 Monte Carlo 数值计算方法得到SU_2群平均元格内能或 Creutz 比值,再利用(5)式也给出SU_2群真空态胶子凝聚量. 例如:

$$\frac{G}{\Lambda_L^4}=\begin{cases}(0.14\pm0.01)10^8 & [6]\\(0.21\pm0.03)10^8 & [9]\end{cases}\tag{9}$$

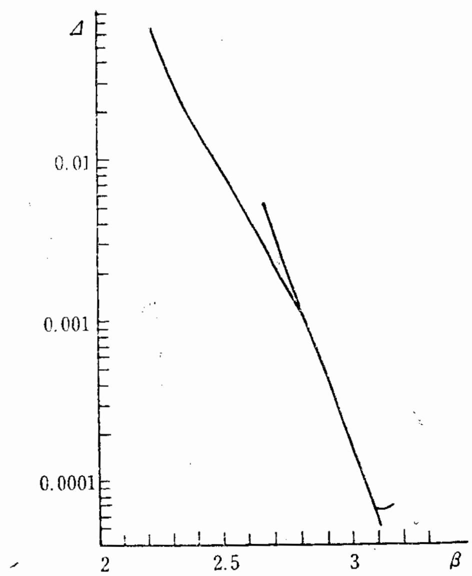

图 1

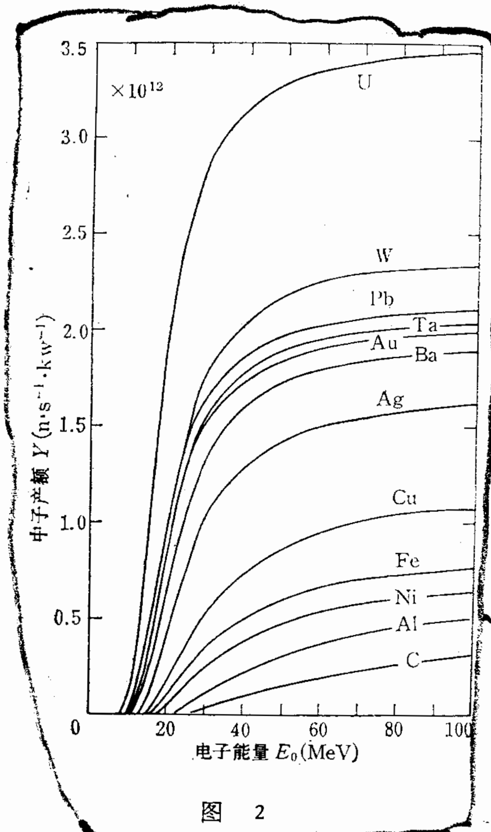

图 2

但是，由于计算机容量限制，他们利用 $\beta = 2.2$—2.5 之间的数据分析得到上述结果的．现在已经知道[7,8]，SU_2 群的渐近 Scaling 区在 $\beta > 2.7$ 之后，在他们所选的 β 范围内，(5)式不能应用，因而所得结果不合理、偏低．相比之下，我们使用解析方法计算 $\langle E\rangle$，不存在有限格点体系的体积效应，也可以算出渐近 Scaling 区内的 $\langle E\rangle$ 值，所得结果合理．另外，按瞬子气模型给出 $\frac{G}{\Lambda_L^4} = (0.57\pm0.08)\cdot 10^8$[10]，与 (9) 式相比，接近了我们的结果．不过，这只是个模型理论．

但是，由 (4) 式看出，Δ是两个大数相减后的结果．所得的差Δ以很大的负指数幂迅速下降．在不大的 β 范围内Δ下降三个量级．即使使用双精度修正贝色尔函数计算程序(保证小数点后五位精确度)和双精度方法计算Δ，当 $\beta > 3.1$ 之后，绝对数值很小的Δ免不了仍要偏离 (5) 式预言，这只是计算技术问题．随着更精确地计算修正贝色尔函数，可望在 $\beta > 3.1$ 后Δ仍精确地符合 (5) 式．

我们采用累积展开方法解析地计算得到Δ，并在渐近 Scaling 区域内得到符合重整化群理论预言的斜率，表明了理论内在的自洽性．我们还将继续考虑虚费米子圈对真空态胶子凝聚量的影响．

参 考 文 献

[1] K. Wilson, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 2445.
[2] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov, *Nucl. Phys.*, **B144**(1978), 385, 448, 519.

[3] S. I. Eidelman, L. M. Kurdadze and A. I. Vainshtein, *Phys. Lett.*, **82B**(1979), 278; G. Launer, S. Narison and R. Tarrach CERN-TH-3712 (1983).
[4] T. Banks, R. Horsley, H .R. Rubinstein and U. Wolff, *Nucl. Phys.*, **B190**[FS3] (1981), 692.
[5] 吴济民，赵佩英，将发表在 *Commu. in Theori. Phys.*
[6] A. DiGiacomo, G. C. Rossi, *Phys. Lett.*, **100B**(1981), 481. A. DiGiacomo, G. Paffuti, *Phys. Lett.*, **108B**(1982), 327.
[7] A. Hasenfratz, P. Hasenfratz, U. Heller and F. Karsch, *Phys. Lett.*, **143B**(1984), 193; U. Heller and F. Karsch, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 1765; K. C. Bowler, F. Gutbrod, P. Hasenfratz, U. Heller, F. Karsch, R. D. Kenway, I. Montvay, G. S. Pawley, J. Smit and D. J. Wallace, *Phys. Lett.*, **163B**(1985), 367; K. C. Bowler, A. Hansenfratz, P. Hasenfratz, U. Heller, F. Karsch, R. D. Kenway, H. Meyer-Ortmanns, I. Montvay, G. S. Pawley and D. J. Wallace, *Nucl. Phys.*, **B257**[FS14] (1985), 155; R. Cordery, R. Gupta and M. Novotny, *Phys. Lett.*, **128B**(1983), 425; A. Patel, R. Cordery, R. Gupta and M. A. Novotny, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 527; A. Patel, S. Otto and R. Gupta, *Phys. Lett.*, **159B**(1985), 143; R. Gupta, G. Gurainik, A. Patel, T. Warnock and C. Zemach, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 1727; A .D. Kennedy, J. Kuti, S. Meyer and B. J. Pendleton, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 87; *Phys. Lett.*, **155B**(1985), 414; S. A. Gottlieb, J. Kuti, D. Toussaint, A. D. Kennedy, S. Meyer, B. J. Pendleton and R. L. Sugar, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 1958.
[8] 吴济民，赵佩英，BIHEP-86-1(1986).
[9] K. Ishikawa, G. Schierholz, H. Schneider and M. Teper, *Nucl. Phys.*, **B227**(1983), 221.
[10] M. Muller-Preussker, *Phys. Lett.*, **122B**(1983), 165.

ANALYTIC CALCULATION FOR GLUON CONDENSATION IN *SU* (2) LATTICE GAUGE THEORY

Chi-min WU　　Pei-ying Zhao

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

Abstract

Using cumulant expansion method, we obtain gloun condensation for pure $SU(2)$ gauge theory analytically.

$$\left\langle \frac{\alpha}{\pi} \sum_{\mu\nu a} F^a_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu} \right\rangle = 3.56 \times 10^8 \Lambda_L^4.$$