

对称裂变的变形过程和 输运过程统一描述

王正大 李君清 戴光曦

(中国科学院近代物理研究所)

摘 要

基于对称裂变变形过程的描述,本文讨论了双心壳层模型平均场的演化问题,并提出了对称裂变变形过程和输运过程的统一描述方法。

一、原子核变形与裂变过程

通常原子核表面总是可以利用多极展开普遍表示如下^{[1][2]}:

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left\{ 1 + \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right\} \quad (1)$$

利用体积守恒,质心位置在内力作用下不可移动,以及整个裂变系统位能极小原理,可以确定变形参数 $\alpha_{\lambda\mu}$, 这在小变形甚至裂变鞍点范围是有效的。但是由鞍点到断点大变形范围,随着形变增大,展开项数增加,所遇到的数学问题也就成倍增加。裂变变形过程的统一描述,最低必须建立在四次方程之上,这是因为描述裂变变形过程的方程最少必须有四个实根(图1)。关于这一点在后面讨论对应大变形双核分子的壳层模型的平均场的特征时,还要进一步论述。

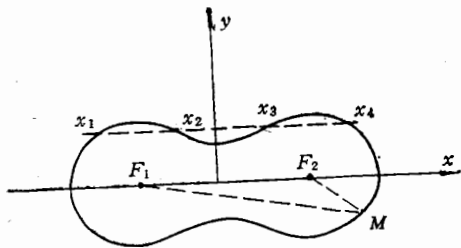


图 1

我们可以利用卡西尼(Cassinian)卵形线作为统一描述对称裂变变形过程的方程(图2)。卡西尼卵形线定义的核心表面上任何一点M到焦点 F_1 的距离 R_1 和到焦点 F_2 的距离 R_2 的乘积等于常数值 $a^2(c)$ (图1)^[3]

$$R_1 \cdot R_2 = a^2(c). \quad (2)$$

在球坐标中可以将这个方程写成

$$(r^2 + c^2)^2 + 4c^2 r^2 \cos^2 \theta = a^4(c). \quad (3)$$

这里 c 是焦点 F_1 或者 F_2 到坐标原点的距离,作为我们提取的描述对称裂变系统变形的

自由度, $a(c)$ 对于确定的 c 可以通过裂变系统体积守恒确定。卡西尼卵形线不但能够惊人地很好地显示出原子核裂变鞍点对应的原子核形状, 同样也能惊人地很好地显示出原子核裂变断点的形状。将卡西尼卵形线作多极展开, 可以看到卡西尼卵形线的断点精确地落在 Swiatecki 显示的断线上(图 3)。

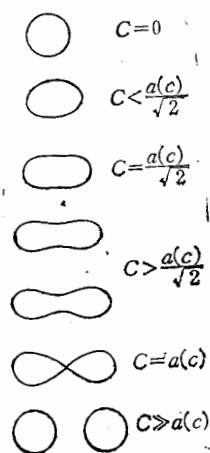


图 2

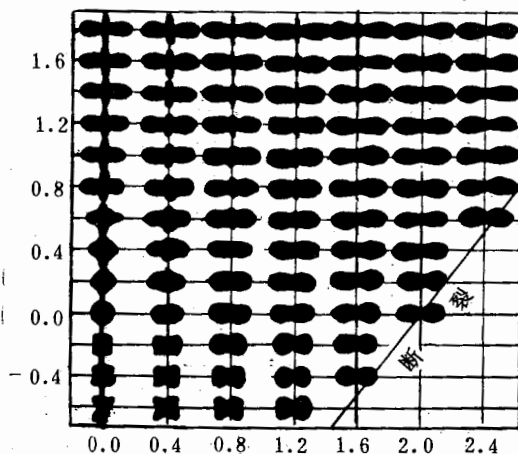


图 3 对应于 $\alpha_2 - \alpha_1$ 图中不同位置的核表面形状。这些图形对水平轴具有旋转对称性。
[引自 Cohen 和 Swiatecki (1962)]

二、双核分子与平均势场

通常为了确定变形系统单粒子的平均势场, 总是使对应的核表面在所确定的平均势场中构成一个封闭的等位面。利用卡西尼卵形线定义的核表面上任意一点到两个交点的距离的乘积等于常数很容易构成单粒子平均势场 $U(r, \theta)$

$$U(r, \theta) = \frac{M}{2} \omega^2(c) (r^2 + c^2) \left[1 - \frac{4c^2 r^2 \cos^2 \theta}{(r^2 + c^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

为了使上述单粒子平均势场不包含根号, 也可以将平均势场写成如下的形式

$$U(r, \theta) = \frac{M \omega^2(c)}{2 a^2(c)} [(r^2 + c^2)^2 - 4c^2 r^2 \cos^2 \theta] \quad (5)$$

双核分子的平均势场确定之后, 我们可以写出双心壳层模型的哈密顿量

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + U(r, \theta) - K \hbar \omega(c) \left\{ 2 \mathbf{S} \cdot [\nabla U(r, \theta) \times \mathbf{P}] + \mu [\nabla U(r, \theta) \times \mathbf{P}]^2 - \frac{1}{2} N(N+3) \right\} \quad (6)$$

求解薛定谔方程

$$H\psi = E\psi, \quad (7)$$

可以得到双心壳层模型的单粒子能级。上述双心壳层模型自然反映了从单心到双心的变形过程, 并包含了自旋轨道耦合项以及轨道平方项从单心到双心变形的自然过渡。

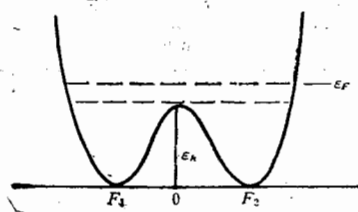


图 4

形过程中等于常数

从双核分子系统的平均势场对应的位势曲线上可以看到存在三个极值,坐标原点对应位垒极大值,两个焦点分别对应位阱极小值,位垒高度 $\varepsilon_h(c)$ 随焦距 c 的平方上升(图4)

$$\varepsilon_h(c) = \frac{M}{2} \omega^2(c)c^2. \quad (8)$$

三个极值的存在,说明裂变过程的统一描述,至少必须是四次方程。由于核表面对应的封闭费米等位面在变

$$\varepsilon_F = \frac{M}{2} \omega^2(c)a^2(c) \quad (9)$$

$\omega(c)$ 可以被确定。

按照双核分子的物理图象,可以把处在位垒高度以上的核子看成价核子,当双核系统存在温度激发、根据量子统计理论,并考虑到体积守恒,价核子数可以表示如下

$$N_V(c) = N_0(c) + KT g_c \log \left[1 + \exp \left(\frac{-|\varepsilon_F - \varepsilon_h(c)|}{KT} \right) \right]$$

$$N_0(c) = A_c \left(1 - 0.32817 \frac{c^3}{R^3} \right) \quad (10)$$

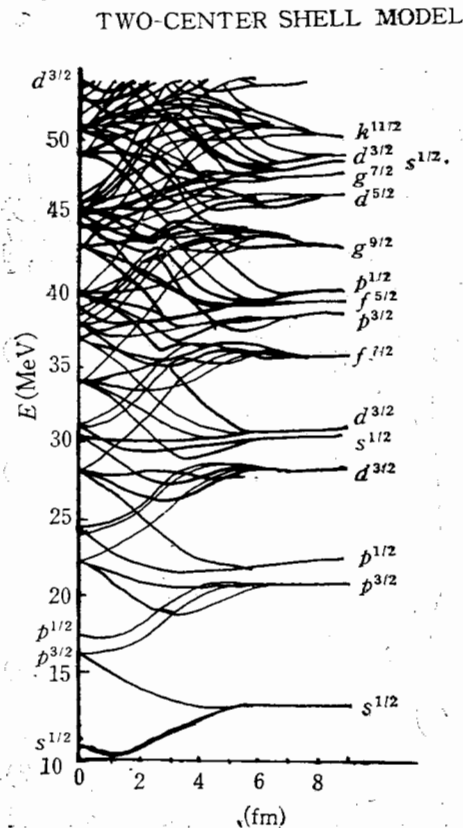


图 5

这里 g_c 是费米面上平均单粒子能级密度, KT 是核温度。从双心壳层模型计算的单粒子能级可以看到位垒高度对于价核子数目施加的限制,随着双心之间距离的增加,单位子能级自下而上发生简并,这象征价核子数目减少。图5是由 Scharnweber 等人计算的 U^{236} 的中子单粒子能级,基于简化的双心壳层模型;在双心之间距离 5 fm 之后,价核子数目开始急剧下降。

三、变形过程与输运过程^{[5][6][7]}

对称裂变的变形过程可以用卡西尼卵形线描述,而输运过程可以用 Fokker-Planck 方程描述,下面讨论两个过程的统一描述。描述非平衡态统计过程的 Fokker-Planck 方程具有时间反演不对称性,所描述的过程具有不可逆性,并遵守非确定性原则:

$$\frac{\partial}{\partial t} P(x, t) = - \frac{\partial}{\partial x} [V(x, t)P(x, t)] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [D(x, t)P(x, t)], \quad (11)$$

扩散系数和漂移速度之间存在爱因斯坦关系

$$V(x, t) = - \frac{D(x, t)}{KT} \frac{\partial U_T(x, t)}{\partial x}, \quad (12)$$

这里 $U_T(x, t)$ 是双核系统总的位能。对于双核系统的质量输运过程, 我们可以确定价核子数目 $N_V(c)$ 与扩散系数和漂移速度之间的关系。由于质量扩散将导致动量转移, 还可以确定双核分子价核子数目 $N_V(c)$ 与摩擦系数 f 之间的关系, 具体关系如下:

$$\begin{aligned} D(c) &= \frac{1}{2} N_V(c) \left(\frac{M}{t_0} \right), \\ V(c) &= - \frac{D(c)}{KT} \frac{\partial U_T(A_1, 2c)}{\partial A_1}, \\ f(c) &= N_V(c) \cdot c \cdot [\pi(a^2(c) - c^2)]^{-1} \left(\frac{M}{t_0} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

这里 M 和 t_0 分别是核子质量和原子核相互作用时间单位。由于扩散系数、漂移速度和摩擦系数是双核系统变形的函数, 因此对称裂变变形过程和输运过程可以统一在 Fokker-Planck 方程之中。对于确定的对称裂变系统, 可以把双心之间的距离 $2c$ 作为独立变量, 从而可以得到一个与变形过程有关的类似常系数的描述质量输运过程的 Fokker-Planck

方程的解:
$$P(A_1, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D(c)t}} \exp[-(A_1 - V(c) \cdot t)^2 / 4D(c)t]. \quad (14)$$

这对于研究重离子反应质量输运过程是十分方便的。

参 考 文 献

- [1] R. 范登博施, J. R. 休伊曾加, 原子核裂变, 278—307.
- [2] Lawrence Willets, Theories of Nuclear Fission (1964).
- [3] V. V. Pashkevich, *Nucl. Phys.*, A169 (1971), 275.
- [4] D. Scharnweber, U. Mosel and W. Greiner, *Phys. Rev. Lett.*, 24 (1970), 601.
- [5] W. Norenberg, *J. Phys.*, 5 (1976), 141.
- [6] 邹恩九, 高能物理与核物理, 7(1983), 380.
- [7] R. Bock, Y. T. Chu, M. Dakowski, A. Gobbi, E. Grosse, A. Olmi, H. Sann and D. Schwalm, *Nucl. Phys.*, A388 (1982), 334—380.

A UNIFIED DESCRIPTION OF DEFORMATION AND TRANSFER PROCESSES FOR SYMMETRIC FISSION

WANG ZHENG-DA LI JUN-QING DAI GUANG-XI
(Institute of Modern Physics, Academia Sinica, China)

ABSTRACT

The evolution of mean field of the two-center shell model was discussed according to full deformation process for symmetric fission and a unified description of both deformation and transfer processes was proposed.