

深部非弹反应中碎片角动量关联

李君清 朱介鼎* 王正大 杨世俊

(中国科学院近代物理研究所)

摘 要

本文主要研究在描述碎片角动量分布的二维福克-普朗克(F-P)方程中扩散系数的非对角项对碎片角动量分布的平均值、偏差及关联系数的影响。我们发现：扩散系数的非对角项不影响以上诸量的平衡值，但影响它们达到平衡值的速率，因此主要影响反应初期的和大 l 分波的角动量输运；碎片间的关联系数对输运系数非对角项的变化尤其敏感；输运系数不影响上述诸量平衡值的原因是，在平衡时系统达到平衡态热力学统计极限，诸量完全由驱动力与核温度确定。

一、导 言

描述非平衡统计过程的 F-P 方程对研究低能重离子耗散反应中碎片间质量（或电荷）转移及相对运动角动量向碎片内禀角动量的转移都得到了与实验符合得相当好的结果^[1]。1980 年以来，又较好地解释了碎片间中子转移和质子转移之间的关联^[2]（实验上测到了这种关联^[3]），以及转移到两碎片的角动量之间的关联^[4,5]（实验上较难测到）。理论研究反复说明：耗散过程中物理量的统计涨落是可观测量的重要特征。在大能损区，统计涨落对耗散大小起决定性作用。而诸可观测量之间关联的性质是统计涨落分布的特征之一，是深入理解耗散动力学理论的一个方面。碎片角动量关联的研究所给出的物理量间关联图象是对迄今所建立的非平衡统计模型的检验，而且为进一步研究物理量的关联（如质量转移和角动量转移间的关联）提供信息及有用的手段。

当把两碎片角动量 I_1, I_2 作为独立变量时，其分布函数 $P(I_1, I_2, t)$ 所满足的 F-P 方程为：

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial I_1} (v_1 P) + \frac{\partial}{\partial I_2} (v_2 P) + \frac{\partial^2}{\partial I_1^2} (D_{11} P) + \frac{\partial^2}{\partial I_2^2} (D_{22} P) + 2 \frac{\partial^2}{\partial I_1 \partial I_2} (D_{12} P), \quad (1.1)$$

其中 $v_k (k = 1, 2)$ 是漂移速度， $D_{kk'}$ 是角动量扩散张量的分量：

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} D_{11}, & D_{12} \\ D_{21}, & D_{22} \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

在我们以前关于碎片角动量关联的研究中，忽略了非对角项，即 $D_{12} = D_{21} = 0$ ，并认

* 工作单位：兰州大学现代物理系。
本文 1984 年 1 月 23 日收到。

ge
on.
ted
an
has
be-
the

为 D_{11} 、 D_{22} 都是不随角动量变化的常量。现在考虑 $D_{12} = D_{21} \neq 0$ 的影响, 同样认为 D_{11} 、 D_{22} 、 D_{12} 、 D_{21} 都是不随角动量变化的常量, 为此作如下变换:

$$M_1 = I_1 \cos \theta - I_2 \sin \theta, \quad M_2 = I_1 \sin \theta + I_2 \cos \theta, \quad (1.3)$$

则当

$$\operatorname{tg} 2\theta = -2D_{12}/(D_{11} - D_{22}) \quad (1.4)$$

被满足时, 在新表象 (M_1, M_2) 中 F - P 方程是不含有扩散系数非对角项的。可写成:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial M_1} (v_{M_1} P) + \frac{\partial}{\partial M_2} (v_{M_2} P) + \frac{\partial^2}{\partial M_1^2} (D_{M_1 M_1} P) + \frac{\partial^2}{\partial M_2^2} (D_{M_2 M_2} P). \quad (1.5)$$

式中:

$$v_{M_1} = v_1 \cos \theta - v_2 \sin \theta; \quad v_{M_2} = v_1 \sin \theta + v_2 \cos \theta, \quad (1.6)$$

$$D_{M_1 M_1} = \frac{1}{2} (D_{11} + D_{22}) + \frac{1}{2} [(D_{11} - D_{22})^2 + 4D_{12}^2]^{1/2}, \quad (1.7)$$

$$D_{M_2 M_2} = \frac{1}{2} (D_{11} + D_{22}) - \frac{1}{2} [(D_{11} - D_{22})^2 + 4D_{12}^2]^{1/2}. \quad (1.8)$$

这说明无交叉项及有交叉项的 F - P 方程的解之间, 即几率分布函数 $P(M_1, M_2, t)$ 与 $P(I_1, I_2, t)$ 之间仅转动了一个角 θ 。由于(1.1)式与(1.5)式的形式完全一样, 因此可以用相同的数学方法来解方程。力学量的输运过程是在一定的初始条件下, 与 D 有关的力学量的无规扩散过程及与 v 有关的力学量的定向漂移过程。这里我们可以看到, 消去 D_{12} 的方程不仅改变了扩散张量中对角项的大小, 而且改变了漂移速度。因此 D_{12} 在无规扩散和定向漂移方面都起作用, 既影响平均值, 也影响分布宽度。本文的目的就在于研究 D_{12} 对角动量分布函数究竟有什么影响。

二、包含交叉项的二维 F - P 方程的解

从(1.1)式出发, 方程中的漂移速度 $v_{1,2}$ 由输运理论可知是与复合系统的能级密度 $\rho(I_1, I_2)$ 及扩散系数有关的^[6]:

$$v_k = \frac{1}{\rho} \sum_{k'=1,2} \frac{\partial}{\partial I_{k'}} [\rho D_{kk'}] \quad (k=1, 2). \quad (2.1)$$

如认为 $D_{kk'}$ 是变量 I_1 、 I_2 的不敏感函数, 则有:

$$v_k = -\frac{D_{k1}}{T} \frac{\partial U_1}{\partial I_1} - \frac{D_{k2}}{T} \frac{\partial u_1}{\partial I_2}, \quad (k=1, 2) \quad (2.2)$$

其中 T 是核温度, 它与原子核激发能 E^* 和能级密度参数的关系是 $T = (E^*/a)^{1/2}$, u_1 为双核系统驱动势的离心项:

$$u_1 = \frac{I_1^2}{2\mathcal{I}_1} + \frac{I_2^2}{2\mathcal{I}_2} + \frac{(l - I_1 - I_2)^2}{2\mathcal{I}_{rel}}, \quad (2.3)$$

其中 \mathcal{I}_k ($k=1, 2$) 与 \mathcal{I}_{rel} 分别表示碎片的内禀和相对的转动惯量(取刚体值)。为了突出研究输运系数造成的物理效应, 我们再次略去内禀角动量的重新取向而假定内禀角动量始终平行于入射轨道角动量 l 的方向。

和以前的工作^[4,5]相同, 扩散系数 D_1 、 D_2 取常数, 讨论 D_{12} 的大小变化对 F - P 方程的解的影响. 由 (2.2) 式, 漂移速度与 I_1 、 I_2 的一次方成反比, 则 F - P 方程的解必是平均值 $\langle I_k \rangle$ 、偏差 σ_k^2 及关联系数 σ_{12}^2 的高斯分布函数. 所得矩方程的形式和解都与文献[5]相同, 但系数都与 D_{12} 有关:

$$a_k = -\frac{D_k}{T} \left(\frac{\mathcal{I}_{rel} + \mathcal{I}_k}{\mathcal{I}_{rel} \mathcal{I}_k} \right); \quad b_{1,2} = -\frac{D_{1,2}}{T \mathcal{I}_{rel}} - \frac{D_{12}(\mathcal{I}_{2,1} + \mathcal{I}_{rel})}{T \mathcal{I}_{rel} \mathcal{I}_{2,1}};$$

$$c_k = \frac{(D_k + D_{12})l}{T \mathcal{I}_{rel}} \quad (2.4)$$

求解矩方程所得的微分方程组自然比以前更为繁杂, 但没有任何技术上的困难. 矩方程的解是:

$$\langle I_k \rangle = \frac{\mathcal{I}_k}{\mathcal{I}_{tot}} l - A_k e^{-l/\tau_1} - B_k e^{-l/\tau_2}. \quad (2.5)$$

其中

$$A_{1,2} = \frac{l}{T \mathcal{I}_{tot}(\lambda_2 - \lambda_1)} \left[\frac{D_1 D_2 - D_{12}^2}{T \mathcal{I}_{2,1} \lambda_1} + (D_{1,2} + D_{12}) \right],$$

$$B_{1,2} = \frac{l}{T \mathcal{I}_{tot}(\lambda_1 - \lambda_2)} \left[\frac{D_1 D_2 - D_{12}^2}{T \mathcal{I}_{2,1} \lambda_2} + (D_{2,1} + D_{12}) \right], \quad (2.6)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ (a_1 + a_2) \pm \left[(a_1 + a_2)^2 - \frac{(D_1 D_2 - D_{12}^2) \mathcal{I}_{tot}}{T^2 \mathcal{I}_{rel} \mathcal{I}_1 \mathcal{I}_2} \right]^{1/2} \right\}, \quad (2.7)$$

总转动惯量 $\mathcal{I}_{tot} = \mathcal{I}_{rel} + \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2$, 弛豫时间 $\tau_{1,2} = -\frac{1}{\lambda_{1,2}}$, 偏差和关联系数可得:

$$\sigma_{1,2}^2 = \frac{\mathcal{I}_{1,2}(\mathcal{I}_{2,1} + \mathcal{I}_{rel})T}{\mathcal{I}_{tot}} + \frac{8D_{12}\lambda_1^2 + Q_{1,2}\lambda_1 + J_{1,2}}{E} e^{-2l/\tau_1}$$

$$- \frac{8D_{1,2}\lambda_2^2 + Q_{1,2}\lambda_2 + J_{1,2}}{F} e^{-2l/\tau_2},$$

$$\sigma_{12}^2 = -\frac{T \mathcal{I}_1 \mathcal{I}_2}{\mathcal{I}_{tot}} + \frac{8D_{12}\lambda_1^2 + H\lambda_1 - K}{E} e^{-2l/\tau_1}$$

$$- \frac{8D_{12}\lambda_2^2 + H\lambda_2 - K}{F} e^{-2l/\tau_2}, \quad (2.8)$$

其中:

$$E = 2\lambda_1(2\lambda_1 - 2\lambda_2)[2\lambda_1 - (a_1 + a_2)]; \quad F = 2\lambda_2(2\lambda_2 - 2\lambda_1)[2\lambda_2 - (a_1 + a_2)]$$

$$Q_{1,2} = 4D_{1,2}(a_1 + a_2) + \frac{8(D_1 D_2 - D_{12}^2)(\mathcal{I}_{2,1} + \mathcal{I}_{rel})}{T \mathcal{I}_{rel} \mathcal{I}_{2,1}};$$

$$J_{1,2} = \frac{4(D_1 D_2 - D_{12}^2)(\mathcal{I}_{2,1} + \mathcal{I}_{rel})(a_1 + a_2)}{T \mathcal{I}_{rel} \mathcal{I}_{2,1}};$$

$$H = 4D_{12}(a_1 + a_2) - \frac{8(D_1 D_2 - D_{12}^2)}{T \mathcal{I}_{rel}}; \quad K = \frac{4(D_1 D_2 - D_{12}^2)(a_1 + a_2)}{T \mathcal{I}_{rel}}. \quad (2.9)$$

得到了 $\langle I_k \rangle$ 、 $\sigma_{1,2}^2$ 、 σ_{12}^2 作为入射角动量 l 的函数的关系. 当 $l \rightarrow \infty$ 时, 以上诸量达到下列平衡值:

$$\langle I_k \rangle = \frac{\mathcal{I}_k}{\mathcal{I}_{tot}} l, \quad (2.10)$$

$$\sigma_{1,2}^2 = \frac{\mathcal{J}_{1,2}(\mathcal{J}_{2,1} + \mathcal{J}_{rel})}{\mathcal{J}_{tot}} T; \quad \sigma_{12}^2 = -\frac{T \mathcal{J}_1 \mathcal{J}_2}{\mathcal{J}_{tot}} \quad (2.11)$$

相应的碎片角动量几率分布为:

$$P(I_1, I_2, t) = \frac{1}{2\pi d^{1/2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2d} [\sigma_1^2(I_1 - \langle I_1 \rangle)^2 + \sigma_2^2(I_2 - \langle I_2 \rangle)^2 - 2\sigma_{12}^2(I_1 - \langle I_1 \rangle)(I_2 - \langle I_2 \rangle)] \right\}, \quad (2.12)$$

$$d = \sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12}^2.$$

可见 $\langle I_k \rangle$ 、 $\sigma_{1,2}^2$ 、 σ_{12}^2 在 $t \rightarrow \infty$ 时所趋于的平衡值不受 D_{12} 的影响, 甚至也不受 D_1 和 D_2 的影响. 平均角动量仍由粘合极限给出, 其它量与文献[4,5]给出的相同. 我们所考虑的双核系统与角动量有关的驱动势 U_l 是抛物线形的, 它有一个极小值. 力学量在驱动势支配下以扩散的方式随时间变化, $t \rightarrow \infty$ 时, 扩散达到动态平衡, 系统力学量的分布则达到平衡. 达到平衡的系统仅受驱动势的作用, 则力学量的平均值须在驱动势取极小值时得到, 这里的结果正是这样. 至于宽度分布可以设想: 达到统计平衡的力学量系统, 力学量取使系统势能极小值时分布几率最大, 偏离越大分布几率越小. 由统计理论可知: 对一个与无限大热库相联的、温度不变的正则系综, 在达到统计平衡时, 力学量分布几率为:

$$W(I_1, I_2) = C e^{-\langle u_l - u_{l_0} \rangle / T}; \quad U_{l_0} = U_l |_{I_1=I_1, I_2=I_2} \quad (2.13)$$

比较(2.12)与(2.13)式内变量同次幂的系数, 可精确得到(2.11)式. 这说明, 由输运理论所描述的力学量系统达到平衡时的力学量的几率分布仅由平衡热力学统计极限决定的, 与力学量运动的动力学过程无关. 所以(2.10)、(2.11)式给出的结果与扩散系数 D_1 、 D_2 、 D_{12} 的大小无关. 实际上推导中发现 D_{12} 对上述各量平衡值的贡献与 v_k 中第二项的贡献相反而互相抵消, 标志着这种特征性质的模型无关性. 认识到这点是有意义的, 因为在低能深部非弹反应中, 在能量的全阻尼区, 相互作用时间是很长的, 许多力学量可以达到平衡, 所以其定量分析可以不必通过动力学方程.

但是 $D_{1,2}$ 、 D_{12} 的大小决定系统力学量随时间变化而趋于平衡值的行为, 决定力学量分布几率达到平衡的速率, 也就是描述了这个非平衡态过程.

三、计算结果

我们具体计算了 $\langle I_k \rangle$ 、 $\sigma_{1,2}^2$ 及 σ_{12}^2 与入射角动量的关系. 方程与相对运动的耦合通过时间 t , 它等于平均相互作用时间 $t = \tau_{int}(l)$, 是用经典方法算的, 文献[5]已作说明, 这里不再重复.

由引言可知, 二维 F - P 方程中描述碎片角动量的扩散系数其对角项必须是正的, 才有明确的物理意义, 非对角项则描述这种扩散的对称性质和关联性, 它可正可负. 由(1.6)式可知符合扩散方程的条件是 $D_{M_1 M_1} D_{M_2 M_2} > 0$, 即 $D_{11} D_{22} > D_{12}^2$ 而由(2.7)式, 为得到合理的随时间衰变而不发散的解, 也必须有 $D_1 D_2 \geq D_{12}^2$.

我们对 7MeV/n 的 $^{86}\text{Kr} + ^{154}\text{Sm}$ 反应进行了计算, D_1 、 D_2 的选取与文献[5]相同(如图所注), 它们随 l 的变化采用了一个形式因子^[5].

图1中给出了不同 D_{12} 时碎片 1、2 的角动量分布偏差与入射轨道角动量 l 的关系.

由图 1A 与 B 可见, 偏差 $\sigma_k^2 (k=1, 2)$ 对 D_{12} 的大小很不敏感. 当 $D = -3.0$ 约为 $-\frac{1}{3}(D_1 + D_2)$ 时, 曲线仅稍偏离于 $D_{12} = 0$

的曲线, 这是因为偏差的平衡过程是很快的, 其衰变时间 $\tau_{1,2} = -\frac{1}{2\lambda_{1,2}}$, 只有平均角动量

衰变时间的一半, 因此在所考虑的相互作用时间内, 它迅速发展, 很快趋于平衡值. Morretto 等在萨克莱会议的报告^[7]上详细地讨论过.

图 2 给出了碎片角动量平均值与 l 的关系, 可以看到当 D_{12} 的绝对值增加时, $\langle I_k \rangle$ 显示了与原曲线 ($D_{12} = 0$) 很明显的偏离. D_{12} 的绝对值越大偏离起始于越小的轨道角动量, 标志着系统需要更长的时间去达到平衡. 且 D_{12} 取正值或负值对原曲线的修正是相反的, 前者使平均角动量提高, 后者使之减少.

但是取 D_{12} 为正时, 即使 $D_{12} \left(= 0.5 = \frac{1}{20}(D_1 + D_2) \right)$ 很小, 也发现有平均角动量大于平

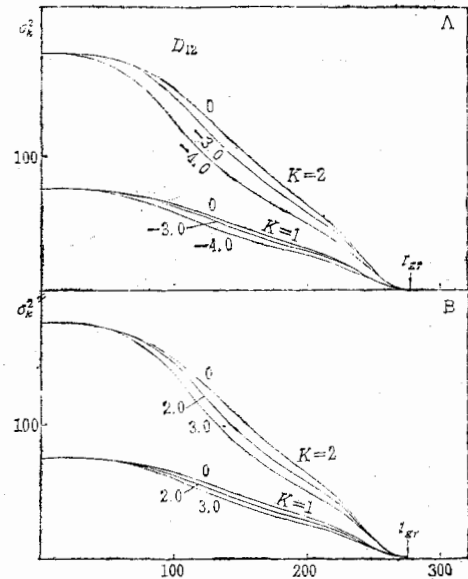


图 1 $^{86}\text{Kr}(7\text{MeV}/n) + ^{154}\text{Sm}$ 反应中, 碎片角动量分布偏差 $\sigma_k^2 (k=1, 2)$ 与入射角动量 l 的关系

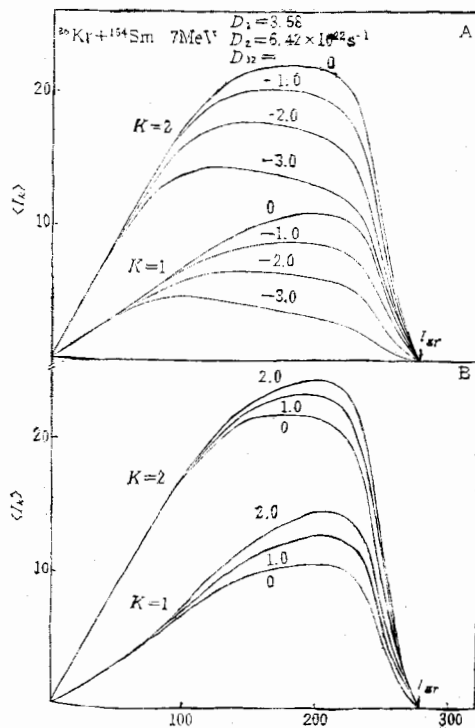


图 2 耗散在碎片角动量内部的平均角动量与 l 的关系

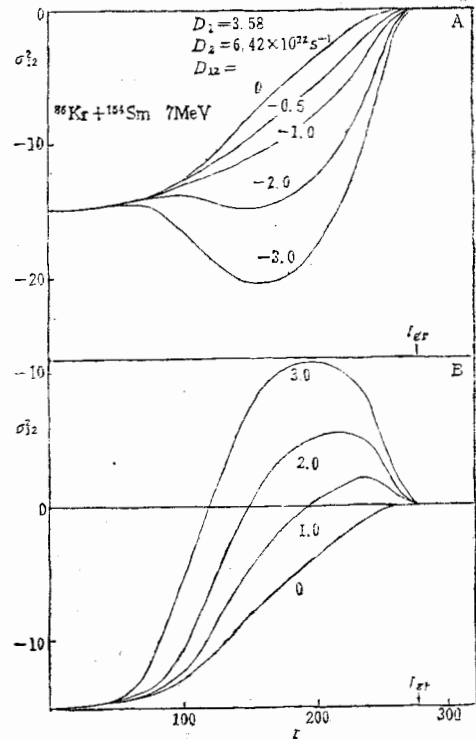


图 3 碎片角动量分布均方偏差 σ_k^2 与 l 的关系

1)
2)
的双配平到, 取一个
3) 论的, D_2 , 文献三低平
量
自过, 这
才
6) 别合
(如
系.

衡时粘合极限结果的现象,这是不合理的,所以 D_{12} 只能取负值. 我们用壳模型微观理论计算了碎片角动量输运系数,也有 D_{12} 必须为负的结论,具体内容将另文发表. 扩散系数

D_{12} 是角动量跃迁几率的交叉二次矩:

$$D_{12} \propto \int_{-\infty}^{\infty} \eta_1 \eta_2 W(I_1 I_2; \eta_1 \eta_2) d\eta_1 d\eta_2$$

其中 $\eta_k = (I_k - I_{k0})/2$. D_{12} 取负值,显示了这种角动量跃迁的反关联性. 在反应过程中,由于核子转移造成碎片间角动量转移时,如果碎片一得到角动量,则碎片二失去这部份角动量. 由核子激发造成角动量转移时,在一定量的轨道角动量转变成两核内禀角动量时,则如碎片一得到较多的角动量,碎片二就得到较少的角动量,因此碎片一、二得到角动量的机会是互相制约的,显示了反关联性. σ_{12}^2 是关于 D_{12} 大小的最敏感函数(图3). 对很小的 $D_{12} = \frac{1}{20}(D_1 + D_2)$ 也显示了对原曲线明

显的修正,表示了 D_{12} 大小对 σ_{12}^2 (角动量分布几率的交叉二次矩)的反关联性的加强. 由图3B可见,当 D_{12} 取正值时, σ_{12}^2 由负到正再趋于零,这种对不同的人射角动量 l 分波碎片角动量所显现的忽负忽正的关联在物理上

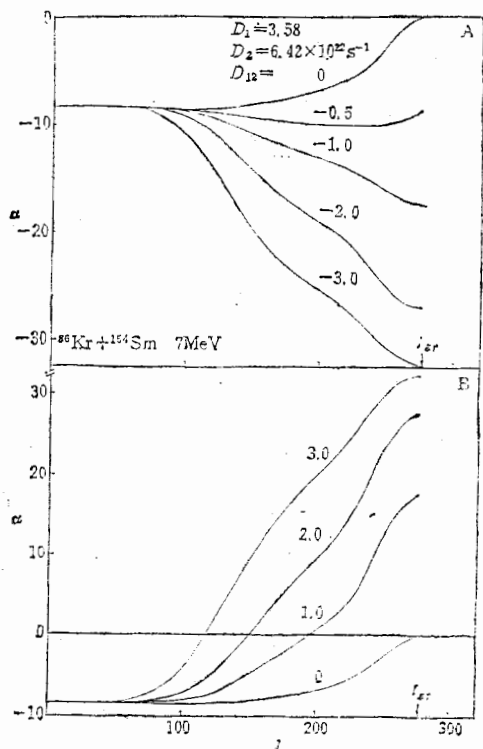


图4 反应中 α 角与 l 的关系

是讲不通的,因此再次说明 D_{12} 取正值的不合理.

下面我们进一步对碎片角动量的反关联效应作更直观的讨论. 由(2.12)式可知, $P(I_1, I_2, t)$ 取不同常数的等高图是以 I_1, I_2 为变量的椭圆. 当 $\sigma_{12}^2 = 0$ 时是以 I_1, I_2 为坐标轴的正椭圆, $\sigma_{12}^2 \neq 0$ 时,椭圆产生两个变化,一是相对于坐标轴转动一个角度:

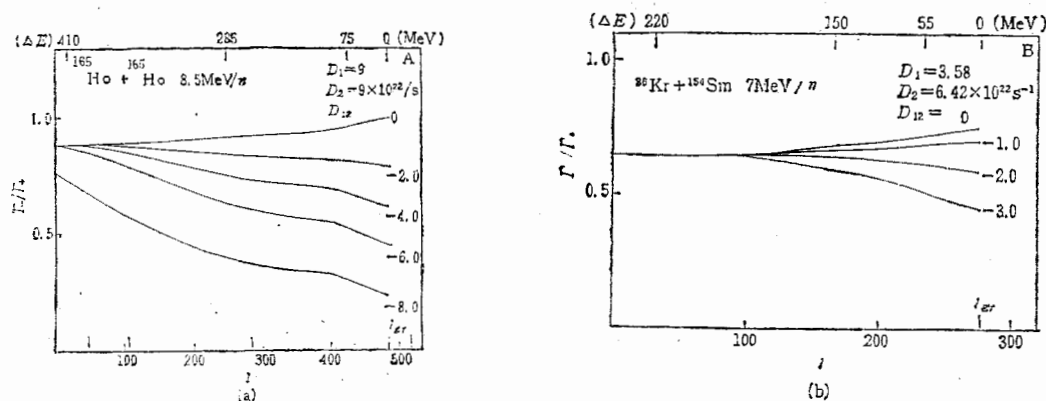
$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2\sigma_{12}^2}{\sigma_2^2 - \sigma_1^2} \right); \quad (3.1)$$

另一是椭圆的长短轴进一步变化,使椭圆更扁,椭圆的两个半轴之比为:

$$\frac{\Gamma_-}{\Gamma_+} = \left[\frac{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha + \sigma_2^2 \sin^2 \alpha + 2\sigma_{12}^2 \sin \alpha \cos \alpha}{\sigma_1^2 \sin^2 \alpha + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha - 2\sigma_{12}^2 \sin \alpha \cos \alpha} \right]^{1/2}. \quad (3.2)$$

图4给出了 α 与 l 的关系. 与 $D_{12} = 0$ 时情况不同,椭圆的转动角 α 是随 l 的增加而增加的,靠近擦边角动量有较大的转动角. 这时图5的两半轴之比也更为不对称,所以对大的 l 分波,这种反关联性更为显著. 这时虽然入射角动量较大,但相互作用时间很短,碎片获得角动量时相互影响较大. 可以想像在反应初期,也是这种情况,这时系统远离平衡态,角动量跃迁几率的反关联使得角动量分布几率的反关联性加强,系统渐渐趋于平衡时,扩散系数不再起作用,分布几率的反关联性由驱动势中的离心项决定.

图5还可以看出,对于 8.5 MeV/n 的对称系统 $^{16}\text{Ho} + ^{16}\text{Ho}$, 当 $D_{12} = -6 =$

图 5 椭圆分布两半轴之比和 l 的关系

$-\frac{1}{3}(D_1+D_2)$, 椭圆两半轴之比在 l_{gr} 附近小于 0.5. $D_{12} = -4$ 时也达到 0.6 左右, 显示了很强的不对称性. 虽然大 l 分波贡献较小的 σ 多重性, 但这种修正在较小的 l 就开始了, 所以 D_{12} 的作用提供了从实验上测到这种反关联性的可能.

文献[5]的图 6 给出的关于耗散角动量大小的理论曲线与实验值的比较, 在小能损区 (即非平衡区) 理论曲线偏高, 考虑了 D_{12} 的作用, 在非平衡区 $\langle l_k \rangle$ 和 σ_k^2 都有下降, 可望改善符合情况.

四、小 结

加进非对角项 D_{12} 后重解 $F-P$ 方程, 使我们对低能深部非弹反应中角动量输运的非平衡及平衡过程有了更进一步的了解. 扩散系数影响非平衡过程, 并决定由非平衡到平衡过渡的速率, 平衡态结果则仅由核温度和系统的驱动势决定. D_{12} 对碎片角动量关联起很重要的作用, $D_{12}^2 \leq D_1 D_2$ 且 D_{12} 取负值, 当 D_{12} 的绝对值大时, 碎片角动量的分布显示很强的反关联效应.

本文只定性讨论了 D_{12} 的大小、符号和作用. 因为我们只限于讨论平行于入射角动量的碎片内禀角动量, 所以不能给出 D_{12} 的定量大小 (只给出区域). 下一步我们将从微观上计算 D_1 , D_2 和 D_{12} , 并计算出耗散总角动量来.

感谢徐躬耦教授的有意义的讨论. 感谢 G. Wolschin 博士的有益建议.

参 考 文 献

- [1] H. A. Weidenmüller, *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 3(1980), 49. W. Nörenberg, *Phys. Lett.*, 52B(1974), 289. G. Wolschin *Nucl. Phys.*, A316(1979), 146.
- [2] A. C. Merchant et al., Preprint of GSI, West Germany, Aug 1981.
- [3] D. Schüll et al., *Phys. Lett.*, 102B(1981), 116.
- [4] J. Q. Li et al., *Phys. Lett.*, 105B(1981), 107. 李君清, 唐学田, 盖·伏辛, 高能物理与核物理, 6(1982), 341.
- [5] J. Q. Li and G. Wolschin, *Phys. Rev. c*, 27(1983), 590.

