

由单胶子传递位给出的夸克间的等效相互作用的等效相互作用

余友文 张宗焯

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

由单胶子交换传递位出发,采用封闭近似,可以导出两核子间相当于交换介子的夸克-夸克等效相互作用、夸克-双夸克等效相互作用、双夸克-双夸克等效相互作用。为在势模型框架上研究核子-核子相互作用加入海夸克效应提供了一种途径。

一、引 言

近年来,用夸克势模型来研究核子-核子相互作用,取得了一些进展^[1]。由单胶子交换势加道耦合方法给出的 N-N 散射 S 波相移与一个排斥心的结果十分相似,因而认为由夸克势模型可以获得有关核力的短程性质的一些信息。然而众所周知,核力的中程性质是吸引力,使得低能 N-N 散射的 S 波相移是正的。如何从夸克势模型得出核力的中程特性,是一个很有兴趣的课题。看来需要考虑相当于交换介子的海夸克效应;如图 1 所示。

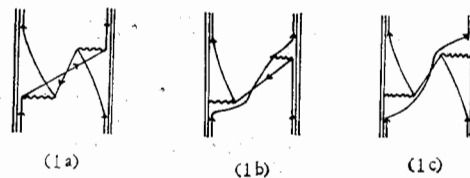


图 1. 核子间交换介子的海夸克效应

Harvey^[2] 曾经引入了一个唯象的夸克-夸克等效位

$$V_{\text{eff}}^{(q\bar{q})} = V_0(\sigma_1 \cdot \sigma_2)(\tau_1 \cdot \tau_2) \exp(-r_{12}^2/\beta^2) \quad (1)$$

其中 V_0 及 β 是两个参数, σ 和 τ 分别是夸克的自旋和同位旋算符。计算的结果表明对 S 波相移有所改进, (见图 2)。因此,从理论上导出考虑海夸克效应的夸克-夸克、夸克-双夸克、双夸克-双夸克的等效位,并把它们的贡献加入到势模型的框架中,这对于推进这方

面的研究是很有意义的。

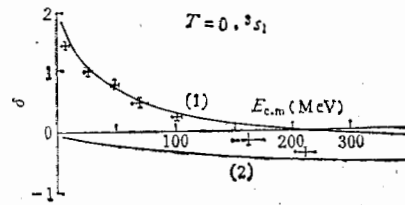


图2 N-N 散射 s 波相移

(1) ($V_0 = 10\text{MeV}$, $\beta = 1.43\text{fm}$) (2) ($V_0 = 0$)

在这篇文章里,我们从单胶子交换的传递位出发^[3],在封闭近似下,导出了对应于图(1a), (1b) (1c) 的等效位. 为进一步研究核子-核子相互作用中的海夸克效应提供了一个途径.

二、夸克之间相当于介子交换的等效位

在参考文献[3]中,我们给出了单胶子交换激发一对正反夸克的传递位. 相应于图3的传递位可写为:

$$V_{q \rightarrow qq\bar{q}} = -i \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum \left\langle \phi_B(1) \phi_A(2) \left| \frac{\mathbf{1}}{4} \lambda_1 \cdot \lambda_2 V_{q \rightarrow qq\bar{q}}(1, 2) \right| \phi_B(1) \phi_C(2) \right\rangle \cdot a_A^+ a_B^+ b_D^+ a_C \quad (2)$$

在下面我们只讨论 u 、 d 夸克的情况,因此把它们的质量取为一样并用 m 来表示. 对于包含其它夸克的情况其公式是相似的.

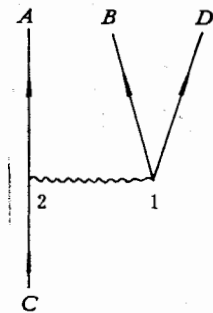


图3 传递位图

式中 ϕ 表示单个夸克的波函数, α_s 是耦合常数, λ 是颜色 $SU(3)$ 群的生成元, σ 是自旋算符, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$. 为了下面讨论方便起见将(3)式改写为:

$$V_{q \rightarrow qq\bar{q}}(1, 2) = \sum_{j=1}^2 \mathbf{F}_j(\mathbf{r}, \mathbf{P}_2) \cdot \mathbf{O}_j \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{r}, \mathbf{P}_2) = -\frac{\pi}{2m} \frac{1}{r^3} \mathbf{r} + \frac{i}{m^2} \left[\frac{1}{r^2} \mathbf{P}_2 - \frac{2}{r^4} \mathbf{r}(\mathbf{r} \cdot \mathbf{P}_2) \right]$$

$$\mathbf{F}_2(\mathbf{r}, \mathbf{P}_2) = -i \frac{\pi}{m} \frac{1}{r} \mathbf{P}_2 + \frac{2}{m^2} \frac{1}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{P}_2) \mathbf{P}_2$$

$$\mathbf{O}_1 = 2\boldsymbol{\sigma}_1 + i(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) \quad (5)$$

$$\mathbf{O}_2 = \boldsymbol{\sigma}_1$$

可以用这个传递位的二次作用项来描述两个核子间的相互作用. 如图 1 中的三个图所示, 两个核子之间相当于单介子交换的相互作用有三类过程. 对于每一个过程都可以定义一个下列形式的等效位:

$$V_{\text{eff}} = V_{q \rightarrow qq\bar{q}}^+ \frac{1}{E - H_0} V_{q \rightarrow qq\bar{q}} \quad (6)$$

这里 $\frac{1}{E - H_0}$ 是能量传播子. 在此我们采用了封闭近似, 即将能量传播子取为一个平均值, 当做常数 $\frac{1}{a}$. 于是封闭近似下的等效位为:

$$V_{\text{eff}}^{(c)} = \frac{1}{a} V_{q \rightarrow qq\bar{q}}^+ V_{q \rightarrow qq\bar{q}} \quad (7)$$

下面我们将分别给出对应于图 1 中 (1a)、(1b)、(1c) 三种情况在封闭近似下的等效位. 并且为了简略起见, 在下面将标记封闭近似的标号略去不写.

1. 夸克-夸克等效位

图 (1a) 的胶子线只与两个夸克相联系, 在研究核子-核子相互作用中, 它提供核子 α 中的一个夸克与另一核子 β 中的一个夸克相互作用, 其它四个夸克是旁观者, 所以图 (1a) 相当于夸克-夸克等效相互作用. 为了清楚起见, 我们把旁观者除开, 等效位的意思如图 (4a) 所示:

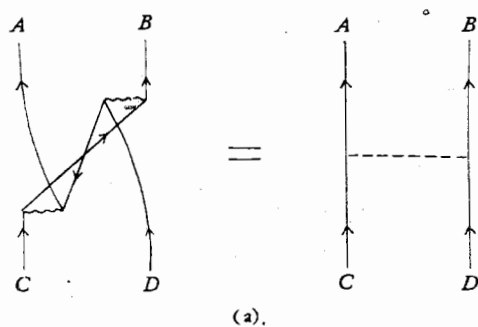


图 4 夸克-夸克等效位图

对于图 (4a) 的色空间、同位旋空间和自旋空间部分, 我们可以直接把它们推导出来. 对于轨道空间部分, 由于它是与两个核子中心距离和夸克的轨道空间状态的波函数有关的, 我们把它用两个矩阵元 $\langle \mathbf{F}_i \rangle$ 及 $\langle \mathbf{F}_j \rangle$ 的积来表示. 对应于图 (4a) 的等效位可以表示为:

$$V_{\text{eff}}(\mathbf{I}) = \frac{1}{a} \left(\frac{\alpha_s}{8\pi} \right)^2 \sum_{A,B,C,D} \langle x_A^{(1)} x_B^{(4)} | \mathcal{O}_{q-q} | x_C^{(1)} x_D^{(4)} \rangle a_A^\dagger a_B^\dagger a_D a_C \quad (8)$$

式中 x 是夸克的色空间、自旋空间和同位旋空间这三部分的波函数. A, B 等表示标志单个夸克态所需要的一组量子数, 其中也包括该夸克属于那个核子的标号. 式中的算符

\hat{O}_{q-q} 为:

$$\begin{aligned} \hat{O}_{q-q}(1, 4) = & \frac{128}{27} (1 + \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_4) \sum_{i', j, S_1, S_2, S_3} A^{i'j}(S_1, S_2, S_3) \\ & \cdot \sum_{l, \bar{l}} \left[\langle \langle \mathbf{F}_{i'} \rangle \rangle_{l_B: l_D} \langle \langle \mathbf{F}_j \rangle \rangle_{l_A: l_C} \right]_{S_3} \left(\left(\delta_{S_1, 0} + \delta_{S_1, 1} \frac{1}{\sqrt{3}} \boldsymbol{\sigma}_1 \right)_{S_1} \right. \\ & \left. \cdot \left(\delta_{S_2, 0} + \delta_{S_2, 1} \frac{1}{\sqrt{3}} \boldsymbol{\sigma}_2 \right)_{S_2} \right]_{S_3}. \end{aligned} \quad (9)$$

$A^{i'j}$ 是自旋部分提供的系数,

$$A^{i'j}(S_1, S_2, S_3) = \sum_S (-1)^{1+S} \frac{1}{2} \hat{S}_2 \hat{S}_3 A^{(j')}(S_2, S) A^{(j)}(S_1, S) W(S_2 1 S_1 1; S S_3) \quad (10)$$

$$A^{(j)}(S_1, S) = \sum_{S_4, S_5} (-1)^{S_4+S_5+S} \hat{S}_4 \hat{S}_5 \hat{S}^2 V_S^{(j)}(S_4, S_5)$$

$$W\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} S_5 1; S_4 S_1\right) W\left(\frac{1}{2} 1 \frac{1}{2} S_1; S_5 S\right)$$

$$V_S^{(1)}(S_4, S_5) = 2\sqrt{6} \hat{S}_5 \left[W\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} S_4 \frac{1}{2}; 1 S_5\right) + 3 \sum_{S_6} (-1)^{S_6} \hat{S}_6^2 \right.$$

$$\cdot U \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ S_5 & S_6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\cdot W\left(S_5 \frac{1}{2} 1 \frac{1}{2}; S_4 S_6\right) \left. \right]$$

$$V_S^{(2)}(S_4, S_5) = 2\sqrt{6} \hat{S}_5 W\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} S_4 \frac{1}{2}; 1 S_5\right),$$

其中 $\hat{S} = (2S + 1)^{1/2}$. $\langle \mathbf{F} \rangle$ 是轨道空间部分的矩阵元,

$$\langle \mathbf{F}_i \rangle_{l_A: l_C} = \langle l_A(i) l(k) | \mathbf{F}_i(\mathbf{r}_{ik}, \mathbf{P}_k) | \bar{l}(i) l_C(k) \rangle, \quad (11)$$

其中 l, \bar{l} 分别表示夸克和反夸克所处轨道态的量子数.

在(9)式中可看到,虽然单胶子交换是与电荷无关的,但双胶子交换的等效位(8)是与两个夸克的总同位旋状态有关的.实际上在(9)式中 $(1 + \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_4)$ 中的两项分别代表交换同位旋为 0 及 1 的两类介子.同样,在(9)式中包含了交换自旋为 0 及 1 的介子的贡献.

2. 双夸克-夸克等效位

图(1b)的胶子线只与三个夸克相连接,在研究核子-核子相互作用中,它提供核子 α (或 β) 中的二个夸克与核子 β (或 α) 中一个夸克的作用,其它三个夸克是旁观者,它相当于双夸克-夸克等效相互作用.同样我们把旁观者除开,它所提供的等效位以 $V_{\text{eff}}(\Pi)$ 表示(见图 4b),

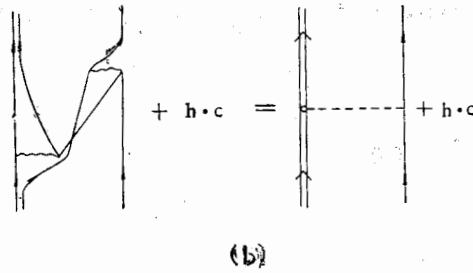


图 4 双夸克-夸克等效位图

$$V_{\text{eff}}(\Pi) = \frac{1}{a} \left(\frac{\alpha_s}{8\pi} \right)^2 \sum_{\substack{A, B, C, D \\ E, F, G, H, I, J}} \langle x(12)_{AB\Gamma_1} x_C(4) | \hat{O}_{Q-q}(12, 4) | x(12)_{DE\Gamma_2} x(4)_F \rangle Q_{AB\Gamma_1}^+ a_C^+ a_F Q_{DE\Gamma_2} + \text{h.c.} \quad (12)$$

这儿 C, F 的含意与(8)式中一样，表示描述单个夸克态所需要的一组量子数。 Q^+ 表示夸克对，

$$Q_{AB\Gamma_i}^+ = (a_A^+ a_B^+)_{(\lambda\mu)S_i T_i} \quad (13)$$

$AB\Gamma_i$ 为描述一个夸克对所需要的一组量子数，它表示这对夸克中两个夸克轨道空间的性质分别为 l_A 和 l_B ，这对夸克的色空间为 $(\lambda\mu)$ 表示，它们的自旋和同位旋为 $S_i T_i$ ，例如：

$$\begin{aligned} AB\Gamma_1: & l_A m_A, l_B m_B, (\lambda\mu) \epsilon \Lambda \nu, s_1 \mu_1, T_1 \tau_1, \\ DE\Gamma_2: & l_D m_D, l_E m_E, (\lambda\mu) \epsilon \Lambda \nu, S_2 \mu_2, T_2 \tau_2. \end{aligned} \quad (14)$$

算符 \hat{O}_{Q-q} 为：

$$\begin{aligned} \hat{O}_{Q-q}(12, 4) = & \frac{8}{9} \lambda_1 \cdot \lambda_2 (1 + \tau_2 \cdot \tau_4) \\ & \cdot \sum_{j', i, s_3, s_4, s_5, s, l} A^{j' i} (S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S) \left\{ \langle \langle \mathbf{F}_{j'} \rangle \rangle_{l_C l_E l_F l_E} \langle \mathbf{F}_i \rangle_{l_B l_A l_D} \right\}_{S_3} \\ & \left[\left(B_{S_1 S_2 S_3} (\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2) + D_{S_1 S_2 S_3} \cdot \frac{1}{2} (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) \right)_{S_3} \right. \\ & \left. \cdot \left(\delta_{S_4 0} + \delta_{S_4 1} \frac{1}{\sqrt{3}} \boldsymbol{\sigma}_4 \right)_{S_4} \right]_{S_5} \Big|_0. \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$A^{j' i} (S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S) = (-1)^{S_2 + S_4} \hat{S}_5 B^{(j')} (S_5 S_3 S_4 S) A^{(j)} (S_1 S_2 S_3 S) \quad (16)$$

$$A^{(j)} (S_1 S_2 S_3 S) = \sum_{s_6} \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{\hat{S}_2}{\hat{S}_1} \hat{S}_3 \hat{S}_2 \hat{S}_6^2 V_s^{(j)} (S_1 S_6) U \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & S_6 & S_1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S_2 \\ S & 1 & S_3 \end{pmatrix}$$

$$B^{(j)} (S_5 S_3 S_4 S) = W(S_4 1 S_3 1; S S_5) \sum_{s_6, s_7} (-1)^{s_6 - s_7 + \frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot S_2^2 S_3^2 V_3^{(j)}(S_7 S_6) W\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} S_6 \frac{1}{2} : S_7 S\right) W\left(\frac{1}{2} 1 \frac{1}{2} S : S_6 S_4\right) \\
 B_{S_1 S_2 S_3} = & \begin{cases} \frac{1}{6} \left[S_2 S_3 U \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ S_2 & S_3 & S_1 \end{pmatrix} \right]^{-1} & \text{对 } S_1 + S_2 + S_3 = \text{偶数} \\ 0 & \text{对 } S_1 + S_2 + S_3 = \text{奇数} \end{cases} \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$D_{S_1 S_2 S_3} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{对 } S_1 = S_2 = S_3 = 1 \\ 0 & \text{对其它情况} \end{cases} \quad (18)$$

(15)式中各项的物理意义是明显的, $(1 + \boldsymbol{\tau}_2 \cdot \boldsymbol{\tau}_1)$ 中的两项分别为交换同位旋为0及1介子的贡献. $S=0$ 的项对应于交换赝标介子, $S=1$ 的部分对应于交换矢量介子. $S_3=1$ 时有两项, 一项相当于双夸克的总自旋算符 $\frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)$, 另一项相当于双夸克的自旋改变算符. $S_3=0$ 的项保持夸克与双夸克系统的总自旋不变, 可以看做广义的“中心力”和广义的“交换力”. $S_3=1$ 及 $S_3=2$ 的项表示夸克与双夸克系统的总自旋可以改变的情况, 与张量力类似.

3. 双夸克-双夸克等效位

在图(1c)中有四个夸克参与作用, 在研究核子-核子相互作用中, 它提供核子 α 中两个夸克与核子 β 中两个夸克的作用, 其它两个夸克是旁观者, 所以它给出双夸克-双夸克等效相互作用. 同样, 我们把旁观者除开(见图4c),

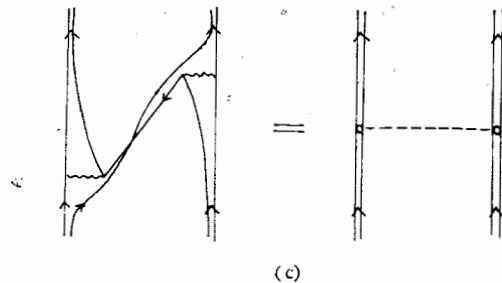


图4 双夸克-双夸克等效位图.

它所提供的等效位为:

$$\begin{aligned}
 V_{\text{eff}}(\text{III}) = & \frac{1}{a} \left(\frac{\alpha_s}{8\pi} \right)^2 \sum_{AB\Gamma_1 \dots} \langle x(12)_{AB\Gamma_1} x(45)_{CD\Gamma_2} | \hat{O}_{Q-Q} | x(12)_{EFT} \\
 & \cdot x(45)_{GHT_4} \rangle Q_{AB\Gamma_1}^+ Q_{CD\Gamma_2}^+ Q_{GHT_4} Q_{EFT}, \quad (19)
 \end{aligned}$$

与(12)式中一样, $AB\Gamma_1$ 等为描述夸克对所需要的一组量子数:

$$\left. \begin{aligned} AB\Gamma_1: & l_A m_A, l_B m_B, (\lambda\mu)\epsilon\Lambda\nu, S_1\mu_1, T_1\tau_1 \\ CD\Gamma_2: & l_C m_C, l_D m_D, (\lambda'\mu')\epsilon'\Lambda'\nu', S_2\mu_2, T_2\tau_2 \\ EF\Gamma_3: & l_E m_E, l_F m_F, (\lambda\mu)\epsilon\Lambda\nu, S_3\mu_3, T_3\tau_3 \\ GH\Gamma_4: & l_G m_G, l_H m_H, (\lambda'\mu')\epsilon'\Lambda'\nu', S_4\mu_4, T_4\tau_4. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

算符 \hat{O}_{Q-Q} 为:

$$\begin{aligned} \hat{O}_{Q-Q}(12, 45) = & \frac{1}{6} (\lambda_1 \cdot \lambda_2)(\lambda_4 \cdot \lambda_5)(1 + \tau_2 \cdot \tau_5) \\ & \cdot \sum A^{i'i} \left(\begin{array}{c} S_1 S_2 S_3 S_4 \\ S_5 S_6 S_7 S \end{array} \right) \left\{ \langle \langle \mathbf{F}_{i'} \rangle \rangle_{i_C: i_H: i_G} \langle \mathbf{F}_i \rangle_{i_B: i_A: i_D} \right\}_{S_7} \\ & \left[\left(B_{S_3 S_1 S_5}(\sigma_1 \sigma_2) - D_{S_3 S_1 S_5} \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2) \right)_{S_5} \right. \\ & \left. \cdot \left(B_{S_2 S_4 S_6} + D_{S_2 S_4 S_6} \cdot \frac{1}{2} (\sigma_4 + \sigma_5) \right)_{S_6} \right]_{S_7} \Big|_0. \end{aligned} \quad (21)$$

这儿

$$\begin{aligned} A^{i'i} \left(\begin{array}{c} S_1 S_2 S_3 S_4 \\ S_5 S_6 S_7 S \end{array} \right) = & (-1)^{S_6+S} \hat{S}_5^2 \hat{S}_6^2 \hat{S}_7 W(S_5 1 S_6 1; S S_7) \\ & \cdot A^{(i')}(S_4 S_2 S_6 S) A^{(i)}(S_1 S_3 S_5 S) \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $A^{(i)}(S_1 S_3 S_5 S)$, $B_{S_2 S_4 S_6}$ 和 $D_{S_2 S_4 S_6}$ 的定义见前面(16)式,(17)式和(18)式。(21)式中各项的物理意义与(15)式类似,只不过这儿是双夸克与双夸克之间的等效相互作用。在(21)式中既包含了相当于矢量介子 $S=1$ 交换的项也包含了相当于赝标介子 $S=0$ 交换的项。既包括了 $T=0$ 介子交换的项也包括了 $T=1$ 介子交换的项。

三、讨 论

最后我们对上面的结果进行一些讨论。

1. 在等效位的公式中我们可以看到等效位是与夸克的同位旋算符相关的。在这儿我们是通过胶子交换,考虑海夸克效应后推导出来的。而在 Harvey 的文章中却是唯象的引进了一个与夸克同位旋有关的夸克间的相互作用。至于等效位中各项的重要性如何有待于进一步分析。在这儿我们只给出了它们的形式。

2. 在这里,为了书写简单起见,我们把采用封闭近似后的能量传播子表示为一个常数。在实际计算中,显然可以对此近似做些改进,即对于不同的介子,将传播子取为不同的常数。这样做将更符合实际情况。

3. 在我们的计算中,交换一对正反夸克的中间态只取了颜色单态,这表示只考虑相当于介子交换的情况。至于中间态为颜色八重态的情况的等效位,将包括与颜色 $SU(3)$ 群的生成元有关的更复杂的形式。

4. 由单胶子交换的传递位所给出的等效位表明,相当于介子交换的等效作用不仅有夸克-夸克等效位而且有夸克-双夸克以及双夸克-双夸克之间的等效位。并且它们在计

算核子-核子相互作用中都是应该考虑的。

在这里,我们已经从单胶子交换传递位得到了相当于介子交换的夸克之间的等效相互作用。进一步我们将研究这些等效相互作用对核子-核子相互作用的贡献。

参 考 文 献

- [1] M. Harvey, *Nucl. Phys.*, **A352** (1980), 301 and 326. M. Oka and K. Yazake, *Phys. Lett.*, **90B** (1980), 41. A. Faessler et al., *Phys. Lett.*, **112B** (1982), 201.
- [2] M. Harvey. Invited Paper to International Symposium on Clustering Phenomena in Nuclei (Tübingen, 1981).
- [3] 余友文,张宗焯,高能物理与核物理 **7**(1983), 548
Zhang Zong-ye and Yu You-wen, *Commun in Theor. Phys.*, **2** (1983), No. 5.

THE EQUIVALENT INTERACTIONS BETWEEN QUARKS GIVEN BY THE TRANSITION POTENTIAL $V_{q \rightarrow qq\bar{q}}$

YU YOU-WEN ZHANG ZONG-YE

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

In this paper, the equivalent interactions as one meson exchange between two quarks, three quarks and four quarks are derived from the one gluon exchange transition potential $V_{q \rightarrow qq\bar{q}}$ by using the closure approximation. One can expect that this approach will be quite useful to add the sea-quark effect in studying the N-N interactions based on the quark potential model.