

偶偶变形核的集体激发能谱

(I) 理论公式

吴崇试 曾谨言
(北京大学物理系)

摘 要

本文从 Bohr 哈密顿量出发,采用含有一定奇异性的、 β 可分离变数的集体位能,转动动能项按 $\sin 3\gamma$ 展开,并略去 $\mathcal{O}(\sin^3\gamma)$ 的高级小量后,研究了对于轴对称偏离不大的偶偶变形核的能谱性质. 处理过程中不再应用绝热近似. 得到的集体激发谱具有振动-转动带的结构. 在一个振动-转动带中,转动惯量和形变都不再是常数,能级也与 $I(I+1)$ 的规律有不同程度的偏离.

一、引 言

原子核内普遍存在转动激发谱. 变形核的低激发谱具有带状结构,球形核或小变形核的较高激发谱中也往往呈现出转动带结构^[1,2]. 对于一个轴对称刚性转子,能谱为

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} I(I+1). \quad (1.1)$$

\mathcal{I} 为转动惯量, I 是角动量量子数. 实验上观测出的转动能级与 $I(I+1)$ 规律有系统的偏离. 这种偏离被解释成振动对转动的影响,或者说绝热近似不够好,转子不能视为刚性. 在引进振动修正项后,能谱公式变为

$$E = A_1 I(I+1) + A_2 I^2(I+1)^2, \quad A_2 < 0. \quad (1.2)$$

根据对称性的考虑, A. Bohr 与 B. R. Mottelson 指出^[3], 对于轴对称的情形, E 应该是 $I(I+1)$ 的函数. 当 I 不大时, 可以将 E 展开为 $I(I+1)$ 的幂级数. 对于偶偶变形核基带, $K=0$,

$$E = A_1 I(I+1) + A_2 I^2(I+1)^2 + A_3 I^3(I+1)^3 + A_4 I^4(I+1)^4 + \dots \quad (1.3)$$

正如 A. Bohr 与 B. R. Mottelson 指出的, (1.3) 式也可以理解为原子核的转动惯量要随 I 改变.

大量实验数据的分析表明, 展开式(1.3)的收敛性较差^[3,4,5]. 为此, S. M. Harris^[6] 首先提出将 E 改按转动角频率 ω_I

$$\omega_I = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{d\sqrt{I(I+1)}} \quad (1.4)$$

展开,

$$E = \alpha_1 \omega_I^2 + \alpha_2 \omega_I^4 + \alpha_3 \omega_I^6 + \alpha_4 \omega_I^8 + \dots \quad (1.5)$$

ϕ . Saethre 等人^[7]分析了希土区的实验数据后指出,展开式(1.5)的收敛性的确要比(1.3)式好得多.但由于 ω_I 不是一个直接可观测量,它只能间接地通过正则关系(1.4)由原子核所处状态的角动量 I 及能量 E 来确定.这样求出的 ω_I 只在考虑转动带时才有意义^[8].所以,能量 E 按 ω_I 的展开式使用起来总有些不便.在 I 变化不大的范围内,人们还是习惯用 $I(I+1)$ 展开.

另一方面,基于原子核的转动惯量要随 I 改变这一认识, M. A. J. Mariscotti 等人^[9]提出了可变转动惯量(VMI)模型.他们把原子核的转动激发谱表示成

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} I(I+1) + \frac{1}{2} C^{\text{VMI}} (\mathcal{I} - \mathcal{I}_0)^2, \quad (1.6)$$

其中,基态转动惯量 \mathcal{I}_0 和硬度参数 C^{VMI} 是两个可调参数.在角动量为 I 的状态下,转动惯量 \mathcal{I} 由平衡条件

$$\left. \frac{\partial E}{\partial \mathcal{I}} \right|_I = 0$$

决定.计算表明,VMI模型给出的原子核能谱可以较好地符合实验^[9].但是,由于转动惯量 \mathcal{I} 随角动量 I 而变,要对每条能级逐个确定,应用起来也不很方便.而且,VMI模型只能给出能谱,并不能给出原子核的波函数,因而无法进一步讨论跃迁等其它性质.

本文的目的在于:给出一个比较好的原子核集体激发能谱的新公式.我们希望,它能表示成 $I(I+1)$ 的简单函数形式,适用于较大的角动量范围.我们认为,转动谱的 $I(I+1)$ 展开收敛性不好的原因在于未能恰当地考虑振动与转动的相互影响,或者说,按 $I(I+1)$ 展开不是改进绝热近似的有效途径.因此,我们将放弃绝热近似,而在一定的简化假定下,把振动和转动一并加以考虑.由于篇幅的限制,本文将局限于偶偶变形核能谱结构的理论推导.应用本文得到的公式,我们分析了近60个偶偶核的基带,结果相当令人满意.不仅如此,根据这个能谱新公式,我们可以很自然地解释 $I(I+1)$ 展开和 ω_I 展开收敛性的差别,还可以建立起它和VMI模型的密切关系.有关这些内容,我们将在以后的一系列文章中讨论^[10,11,12].

二、偶偶变形核能谱的振动-转动带结构

按照 A. Bohr 和 B. R. Mottelson 的论证^[3,13,14],当原子核作四极表面振荡时,其哈密顿量可以写成

$$H_{\text{coll}} = T_{\text{rot}} + T_{\text{vib}} + V, \quad (2.1a)$$

其中,

$$T_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \sum_{\kappa=1,2,3} \frac{I_{\kappa}^2}{\sin^2\left(\gamma - \kappa \frac{2\pi}{3}\right)}, \quad (2.1b)$$

$$T_{\text{vib}} = -\frac{\hbar^2}{2B} \left\{ \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right\}, \quad (2.1c)$$

$$V = V(\beta, \cos 3\gamma), \quad 0 \leq \beta < \infty, \quad 0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{3}. \quad (2.1d)$$

B 是原子核四极振荡的质量参数。一般说来, 要将哈密顿量 (2.1) 对角化, 是十分困难的。这是因为几个运动自由度交织在一起, 无法分离。这样, 在原子核理论的发展过程中, 便出现了种种尝试, 试图在一定的简化下将 (2.1) 式对角化。

最简单的办法是将振动自由度冻结 (A. С. Давыдов и Г. Ф. Филиппов^[15]), 即将原子核看成是 β 和 γ 固定不变的刚性非轴对称转子。K. Kumar 等人^[16]和 G. Gneuss 等人^[17]则假定集体位能 V 是 β 和 $\cos 3\gamma$ 的泰勒级数, 展开系数当作可调参数。这样能够解释周期表中很大范围内原子核的集体激发谱。不足之处是参数太多 (最多可达二、三十个), 数值计算相当冗繁, 最后结果无法表示成解析的形式。

针对以上情况, 我们试图在适当的简化近似下, 综合处理原子核的集体转动与振动, 给出原子核集体激发能谱的新公式。我们希望, 这样的能谱公式将满足以下几点要求:

(1) 参数少, 形式简单, 方便实用。

(2) 适用的角动量范围较大。不但能用于低角动量范围, 也能较好地用于高角动量范围。

本文处理的对象是平衡形状接近于轴对称的原子核。根据这一要求, 我们将哈密顿量 (2.1) 从两个方面作简化。

第一个简化是假定 β 振动自由度可以和其它自由度分离, 因而原子核的集体波函数为

$$\Psi(\beta, \gamma, Q) = B(\beta)\Phi(\gamma, Q). \quad (2.2)$$

为此, 可设集体位能为

$$V(\beta, \cos 3\gamma) = \frac{1}{2} C\beta^2 + \frac{\hbar^2}{2B\beta^2} \chi(\cos 3\gamma), \quad C > 0. \quad (2.3)$$

这里的第一项就是通常的谐振位能, 它倾向于使原子核保持球形。 C 称为表面刚度。第二项具有奇点 ($\beta = 0$), 它倾向于使原子核发生变形。两者竞争的结果就使原子核具有稳定的形变。应该提到, L. Wilets 等人^[18]曾经讨论过这种位势。

在本文中, 为了简单起见, 我们假定

$$\chi(\cos 3\gamma) = \chi_0 + 9\chi_2 \sin^2 3\gamma. \quad (2.4)$$

以后我们将看到, 函数 $\chi(\cos 3\gamma)$ 可以用来表征原子核变形的稳定性。更具体地说, $\chi_0 + 6\chi_2$ 越大, 原子核基带的形变就越稳定^[10,12]。

在这个简化下, 原子核的转动和 γ 激发仍然不能分离。通常的作法是将 $\Phi(\gamma, Q)$ 按正交完备系 $\{D_{MK}^I(Q)\}$

$$D_{MK}^I(Q) = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2(1+\delta_{K0})}} [\mathcal{D}_{MK}^I + (-)^I \mathcal{D}_{M-K}^I], \quad (2.5)$$

$K = \text{偶数}, \quad K \geq 0$

展开,

$$\Phi(\gamma, \varrho) = \sum_K \Gamma^{KI}(\gamma) D_{MK}^I(\varrho). \quad (2.6)$$

其中, I, M, K 分别是原子核总角动量及其在空间 z 轴方向与本体第 3 轴(对称轴)上的投影量子数. 函数 D_{MK}^I 采用 A. Bohr 与 B. R. Mottelson^[3] 的定义. (2.5) 式右端的第二项是考虑到轴对称核绕第 2 (或 1) 轴旋转 π 的不变性而引进的. 当 $K=0$ 时, $I=0, 2, 4, 6, \dots$; 当 $K \neq 0$ 时, $I=K, K+1, K+2, \dots$.

当 $\gamma=0$ 时, 原子核的对称轴为第 3 轴. 因此, 展开式 (2.6) 比较适用于小 γ . 当 $\gamma = \frac{\pi}{3}$ 时, 原子核的对称轴变为第 2 轴. 这样, 在 $\gamma = \frac{\pi}{3}$ 附近, $\{D_{MK}^I(\varrho)\}$ 就不是最合适的一组基. 根据这一考虑, 在我们的计算中, 当 $0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{6}$ 时, 仍采用展开式 (2.6); 但在 $\frac{\pi}{6} \leq \gamma \leq \frac{\pi}{3}$ 时, 则改用

$$\Phi(\gamma, \varrho) = \sum_K \Gamma^{KI}(\gamma) \mathcal{R}_1\left(\frac{\pi}{2}\right) D_{MK}^I(\varrho). \quad (2.7)$$

$\mathcal{R}_1\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 表示绕第 1 轴旋转 $\frac{\pi}{2}$ 的变换,

$$\left(\beta, \gamma; I_1, I_2, I_3\right) \rightarrow \left(\beta, \frac{4\pi}{3} - \gamma; I_1, I_3, -I_2\right) \equiv \left(-\beta, \frac{\pi}{3} - \gamma; I_1, I_3, -I_2\right). \quad (2.8)$$

显然, 旋转后的状态 $\mathcal{R}_1\left(\frac{\pi}{2}\right) D_{MK}^I(\varrho)$ 是 I^2, I_x 及 I_z 的共同本征态, 本征值分别为 $I(I+1), M$ 和 K^2 .

我们注意, 在变换 $\mathcal{R}_1\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 之下, 原子核的集体哈密顿量 (2.1) 不变, 相应的波函数

$$\Phi(\gamma, \varrho) \rightarrow \mathcal{R}_1\left(\frac{\pi}{2}\right) \Phi(\gamma, \varrho) = \pm \Phi(\gamma, \varrho). \quad (2.9)$$

由此就可以得到 $\Gamma^{KI}(\gamma)$ 的对称性质,

$$\Gamma^{KI}\left(\frac{\pi}{3} - \gamma\right) = \pm \Gamma^{KI}(\gamma). \quad (2.10)$$

所以, 我们以后一般只要讨论 $0 \leq \gamma \leq \frac{\pi}{6}$ 的情形.

第二个简化是关于转动自由度和 γ 自由度的分离. 考虑到 T_{vib} 中 γ 自由度的具体形式, 我们也将 T_{rot} 展开为 $\sin 3\gamma$ 的幂级数,

$$\begin{aligned} T_{\text{rot}} &= \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \sum_{\kappa=1,2,3} \frac{I_{\kappa}^2}{\sin^2\left(\gamma - \kappa \frac{2\pi}{3}\right)} \\ &= \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \left\{ \sum_{\kappa=1,2,3} \frac{I_{\kappa}^2}{\sin^2\left(\gamma - \kappa \frac{2\pi}{3}\right)} + \frac{I_1^2 - I_3^2}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right)} + \frac{I_2^2 - I_3^2}{\sin^2\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right)} \right\} \\ &= \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \left\{ \frac{9I_3^2}{\sin^2 3\gamma} + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sin^2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right)} + \frac{1}{\sin^2\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right)} \right] (I_1^2 + I_2^2 - 2I_3^2) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right)} - \frac{1}{\sin^2 \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} \right)} \right] (I_1^2 - I_2^2) \Big\} \\
& = \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \left\{ \frac{9I_3^2}{\sin^2 3\gamma} + \frac{4}{3} \left(1 + \frac{2}{9} \sin^2 3\gamma + \frac{80}{729} \sin^4 3\gamma + \dots \right) (I_1^2 - 3I_3^2) \right. \\
& \quad \left. - \frac{8}{9\sqrt{3}} \left(\sin 3\gamma - \frac{7}{18} \sin^3 3\gamma + \dots \right) (I_1^2 - I_2^2) \right\}. \quad (2.11)
\end{aligned}$$

大括号中共有三项, 前两项都是与 I^2 及 I_3 对易的, 第三项与 I_3 不对易, 引起不同 K 态的混合. 考虑到 $\Delta K = \pm 2$ 的对角元相差 $\mathcal{O}(1/\sin^2 3\gamma)$, 因此, 第三项的影响 (二级微扰) 为 $\mathcal{O}(\sin^4 3\gamma)$. 这样, 如果我们略去 $\sin^4 3\gamma$ 以及更高级项, 就有

$$T_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{8B\beta^2} \left\{ \frac{9I_3^2}{\sin^2 3\gamma} + \frac{4}{3} \left(1 + \frac{2}{9} \sin^2 3\gamma \right) (I^2 - 3I_3^2) \right\}. \quad (2.12)$$

相应地, 波函数就可以写成分离变数的形式,

$$\Phi(\gamma, \varrho) = \Gamma^{KI}(\gamma) D_{MK}^I(\varrho). \quad (2.13)$$

函数 $\Gamma^{KI}(\gamma)$ 满足方程

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\sin 3\gamma} \frac{d}{d\gamma} \sin 3\gamma \frac{d\Gamma^{KI}}{d\gamma} + \left\{ \left[\Lambda - \frac{I(I+1) - 3K^2}{3} \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{9}{\sin^2 3\gamma} \left(\frac{K}{2} \right)^2 - 9c_{KI}^2 \sin^2 3\gamma \right\} \Gamma^{KI} = 0 \quad (2.14)
\end{aligned}$$

如对称条件 (2.10) 及 $\gamma = 0$ 处的有界条件

$$\Gamma^{KI}(0) \text{ 有界}, \quad (2.15)$$

其中 Λ 是分离 β 振动自由度时引进的待定常数,

$$c_{KI}^2 = \frac{2}{243} [I(I+1) - 3K^2] + \chi_2. \quad (2.16)$$

令 $\eta = \cos 3\gamma$, $S(\eta) = \Gamma^{KI}(\gamma)$, 方程 (2.14) 和对称条件 (2.10) 及有界条件 (2.15) 就化为

$$\frac{d}{d\eta} \left[(1 - \eta^2) \frac{dS}{d\eta} \right] + \left[\lambda - \frac{\left(\frac{K}{2} \right)^2}{1 - \eta^2} + c_{KI}^2 \eta^2 \right] S = 0, \quad (2.17a)$$

$$S(-\eta) = \pm S(\eta), \quad (2.17b)$$

$$S(1) \text{ 有界}, \quad (2.17c)$$

其中,

$$\begin{aligned}
\lambda & = \frac{1}{9} \left\{ \Lambda - \frac{1}{3} [I(I+1) - 3K^2] \right\} - c_{KI}^2 \\
& = \frac{1}{9} \left\{ \Lambda - \frac{11}{27} [I(I+1) - 3K^2] \right\} - \chi_2. \quad (2.18)
\end{aligned}$$

(2.17) 诸式构成了椭球坐标下波动方程的本征值问题^[19,20]. 由它的本征值和本征函数就能够得到 γ 激发模式的本征值

$$\Lambda_{nKI} = \frac{11}{27} [I(I+1) - 3K^2] + 9\lambda_{\frac{K}{2}, \frac{K}{2} + n} (C_{KI}) + 9\chi_2, \quad (2.19)$$

及波函数

$$\Gamma_n^{KI}(\gamma) = S_{\frac{K}{2}, \frac{K}{2}+n}^{(1)}(C_{KI}, \cos 3\gamma). \quad (2.20)$$

其中, $n = 0, 1, 2, \dots$ 是标志 γ 激发的量子数, $S_{\frac{K}{2}, \frac{K}{2}+n}^{(1)}(C_{KI}, \eta)$ 是第一类角向扁椭球函数 (angular oblate spheroidal wave function)^[20], 它具有对称性

$$S_{\frac{K}{2}, \frac{K}{2}+n}^{(1)}(C_{KI}, -\eta) = (-)^n S_{\frac{K}{2}, \frac{K}{2}+n}^{(1)}(C_{KI}, \eta) \quad (2.21)$$

即

$$\Gamma_n^{KI}\left(\frac{\pi}{3} - \gamma\right) = (-)^n \Gamma_n^{KI}(\gamma). \quad (2.22)$$

最后, 我们来求 β 振动的波函数 $B(\beta)$, 它满足本征值问题

$$-\frac{\hbar^2}{2B} \frac{1}{\beta^4} \frac{d}{d\beta} \beta^4 \frac{dB}{d\beta} + \left(\frac{\hbar^2}{2B} \frac{\chi_0 + \Lambda_{nKI}}{\beta^2} + \frac{1}{2} C\beta^2 \right) B(\beta) = \mathcal{E} B(\beta), \quad (2.23a)$$

$$B(\beta)|_{\beta=0} \text{ 有界}, \quad (2.23b)$$

$$B(\beta)|_{\beta \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (2.23c)$$

仿照求解三维谐振子径向方程的方法, 即可求出波函数(未归一化)

$$B_m^{nKI}(\beta) = \beta^\nu e^{-\frac{1}{2} \frac{B\omega}{\hbar} \beta^2} L_m^{\nu+\frac{3}{2}}\left(\frac{B\omega}{\hbar} \beta^2\right) \quad (2.24)$$

和原子核的能量本征值

$$\mathcal{E}_I^{m n K} = \hbar\omega \left(2m + \nu + \frac{5}{2} \right), \quad (2.25)$$

其中, $m = 0, 1, 2, \dots$ 是标志 β 振动态的量子数;

$$\nu + \frac{3}{2} = \sqrt{\chi_0 + \Lambda_{nKI} + \frac{9}{4}},$$

即

$$\chi_0 + \Lambda_{nKI} = \nu(\nu + 3); \quad (2.26)$$

ω 是原子核的四极振荡频率,

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{B}}; \quad (2.27)$$

$L_m^\mu(x)$ 是广义 Laguerre 多项式^[21, 22], 它可以用合流超几何函数表示出来,

$$L_m^\mu(x) = \frac{\Gamma(\mu + m + 1)}{m! \Gamma(\mu + 1)} F(-m, \mu + 1, x). \quad (2.28)$$

对于偶偶核的基态, m, n, K, I 均为 0. 因此, 原子核相对于基态的集体激发能量就是

$$\begin{aligned} E_I^{m n K} &\equiv \mathcal{E}_I^{m n K} - \mathcal{E}_0^{000} \\ &= \hbar\omega \left\{ 2m + \sqrt{\chi_0 + \Lambda_{nKI} + \frac{9}{4}} - \sqrt{\chi_0 + \Lambda_{000} + \frac{9}{4}} \right\}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

三、讨 论

我们由 (2.29) 式可以看出, 偶偶变形核的偶宇称能级, 可以划分为各个带. 每个带用量子数 mnK 标志. 这种带可以称为振动-转动带. 这种振动-转动带的概念可以看成是 Bohr 转动带概念的发展. 因为, 在一个带中, 尽管具有相同的 mnK , 但对于不同的 I , 不仅转动状态不同, 描写 γ 激发和 β 振动状态的波函数也有所不同 [见 (2.20) 及 (2.24) 式]. 这样, 在一个振动-转动带中, 原子核的形变和转动惯量都不再是一个常数, 原子核的能级也将程度不同地偏离于 $I(I+1)$ 的规律. 当角动量 I 不大时, β 和 γ 状态的改变不大, 因此, 以前按转动带计算的结果仍然是很好的近似. 但随着角动量的增大, β 和 γ 状态的变化越来越显著, 由此引起的效应也应当越来越显著. 在下一篇文章中, 我们将利用 (2.29) 式来分析偶偶变形核的基带能谱^[10]. 当然, 可以预料, 这种带的划分, 绝不仅表现在能谱的规律性上, 在跃迁性质上也一定会有所表现. 带内跃迁的几率应当明显高于不同带间的跃迁几率.

需要说明的是: 这里 γ 自由度的激发并不表现出振动的特征. 因此, 在本文中, 我们把 γ 自由度的激发称为 γ 激发而不称为 γ 振动.

本文关于位能 $V(\beta, \cos 3\gamma)$ 的假定涉及两个方面. 一是假定 β 可分离变数, 二是引进了与 β^2 成反比的奇异项. 这当然是一种理想化的位能. 它的正确性, 一方面, 应当通过原子核集体性质的研究加以检验; 另一方面, 还应当通过微观计算验证, 并由此给出有关的集体参数. 可以理解, 本文的集体位能只是一个相当简化的近似. 然而, 从实际能谱的分析看来, 这个位能可能还是实际位能的相当好的近似, 至少它反映了变形核具有比较稳定的形变这一主要特征.

最后, 我们还要指出, 本文对于转动动能 T_{rot} 所作的近似也还是比较好的. 在这个近似中, 我们略去的项有两类. 一类是与 I^2 及 I_3 对易, 一类与 I_3 不对易. 具体计算表明, 就基带或 γ 自由度未激发的其它带 ($n=0$) 而言, 前者要比保留下来的项小一个量级, 后者的贡献又与前者符号相反, 因而要抵消去相当大的一部分.

参 考 文 献

- [1] A. Bohr, Nobel Lectures, 1975, Rotational Motion in Nuclei, Nordita Publications, No. 632.
- [2] A. Bohr, Rotational States of Atomic Nuclei, Murksgaard, Copenhagen (1954).
- [3] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. II (Benjamin, New York, 1975).
- [4] F. S. Stephens, N. L. Lark and R. M. Diamond, *Phys. Rev. Lett.*, **12**(1964), 225.
- [5] F. S. Stephens, N. L. Lark and R. M. Diamond, *Nucl. Phys.*, **63**(1965), 82.
- [6] S. M. Harris, *Phys. Rev. Lett.*, **13**(1964), 663; *Phys. Rev.*, **133**(1965), B509.
- [7] Ø. Saethre, S. A. Hjorth, A. Johnson, S. Jagare, H. Ryde and Z. Szymanski, *Nucl. Phys.*, **A207**(1973), 486.
- [8] B. R. Mottelson, Proc. Intern. Conf. on High Spin Phenomena in Nuclei, Argonne, 1979, ANL/PHY-79-4, p. 1.
- [9] M. A. J. Mariscotti, G. Scharff-Goldhaber and B. Buck, *Phys. Rev.*, **178**(1969), 1864.
G. Scharff-Goldhaber, C. Dover and A. L. Goodman, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **26**(1976), 239.
- [10] 吴崇试、曾谨言, 待发表.
- [11] 吴崇试、曾谨言, 待发表.

- [12] 吴崇试、曾谨言,待发表.
- [13] A. Bohr, *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **26**(1952), no. 14.
- [14] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Dan. Mat. Fys. Medd.*, **27**(1953), no. 16.
- [15] A. S. Davydov and G. F. Filippov, *Nucl. Phys.*, **8**(1958), 237.
- [16] K. Kumar and M. Baranger, *Nucl. Phys.* **A92**(1967), 608.
- [17] G. Gneuss and W. Greiner, *Nucl. Phys.*, **A171**(1971), 449.
- [18] L. Wilets and M. Jean, *Phys. Rev.*, **102**(1956), 788.
- [19] F. M. Arscott, *Periodic Differential Equations* (Pergamon Press, 1964), ch. VIII.
- [20] A. N. Lowan, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, ed. M. Abramowitz and I. A. Stegun, p. 751.
- [21] 王竹溪、郭敦仁,特殊函数概论,科学出版社,1965年,第361页.
- [22] W. Magnus, F. Oberhettinger and R. P. Soni, *Formulas and Theorems for the Special Functions of Mathematical Physics* (Springer-Verlag, 1966), p. 239.

THE COLLECTIVE EXCITATION SPECTRA IN EVEN-EVEN DEFORMED NUCLEI (I) THEORETICAL FORMULATION

WU CHONG-SHI ZENG JIN-YAN

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

Starting from the Bohr Hamiltonian we investigate the spectrum of well-deformed nucleus of which the axial asymmetry is not too large. To diagonalize the Bohr Hamiltonian a suitable potential with certain singularity is assumed and the terms of $\mathcal{O}(\sin^4 3\gamma)$ in the rotational energy operator expanded in powers of $\sin 3\gamma$ are omitted. The usually adopted adiabatic approximation is given up in present treatment. It is shown that the nuclear collective excitation spectrum manifests the vibrational-rotational band structure and can be described by a convenient closed formula. Within a vibrational-rotational band the moment of inertia and the deformation no longer remain constant and the energy spectrum deviates from the $I(I+1)$ -rule in varying degrees.