

重离子深部非弹性碰撞中的一种动力学方法

锤纪泉 葛凌霄 刘建业 于 建

(中国科学院近代物理研究所)

摘 要

为了解释重离子碰撞中的耗散与涨落问题,发展了关联动力学方程和扩散方程的一种动力学方法.考虑相对运动、碎片转动以及质量不对称自由度,我们得到摩擦张量和扩散张量之间的关系.根据这种关系,在假定径向摩擦与切向摩擦具有相同形式因子,即 $C_{rr} = KC_{\theta\theta}$ 情况下,由数值求解动力学与扩散方程,从而获知深部非弹性散射的有关知识.对 $^{86}\text{Kr}(8.18\text{MeV}/A) + ^{166}\text{Er}$, $^{84}\text{Kr}(8.5\text{MeV}/A) + ^{165}\text{Ho}$ 以及 $^{136}\text{Xe}(8.31\text{MeV}/A) + ^{209}\text{Bi}$ 三个反应计算表明,前两个反应具有旋转效应,后一个反应显示出强聚焦效应.由于核力及输运系数等的不确定因素,仅对于大的 l 分波理论其计算结果与实验符合较好.

一、前 言

几年前,重离子间的核反应研究,揭示出一种新的反应过程,这种过程通常称为深部非弹性散射、准裂变,或强阻尼碰撞.此过程具有某些新的现象,它的显著特点是:相对运动的动能相当大的一部分,转化为内部激发能和形变能;在出射道中,碎片总功能一般相当于裂变碎片的库仑排斥能.重离子碰撞中,由于相对运动波长同相互作用位的特征长度相比较是很小的,所以这类碰撞问题可用经典方法处理.经典近似的基本方法是,碰撞粒子在守恒力和耗散力的作用下,沿着经典轨道作相对运动.因此,我们曾用唯象模型^[1-4]假定两碰撞核粘边后发生四极拉长形变,对深部非弹性散射过程进行过研究^[5].另一方面,随着重离子物理实验的进一步发展,在深部非弹性碰撞中,各种宏观量,例如碎片质量、相对动能,以及相对角动量的弛豫过程能够被观察到.由于经典近似仅能处理宏观变量的平均值,因此,为了描述宏观变量的弛豫现象,我们也曾经用常系数的福克-普朗克方程,对弛豫过程作过某些分析^[6].

显然,我们希望有一个统一的方法,来讨论重离子碰撞问题.新近,我们提出了动力学方程和扩散方程的一种关联处理,通过这种关联处理,建立了切向摩擦系数和角动量扩散系数之间的关系^[7].在这个基础上,我们提出重离子深部非弹性碰撞的一种动力学方

本文1980年11月22日收到,1982年10月15日收到修改稿.

法。在這個方法下,我們通過摩擦張量和擴散張量之間的關係,由擴散張量給出摩擦張量,從而獲知那些至今討論較少的自由度的摩擦,例如質量不對稱自由度的摩擦。因此,我們可以比較自洽地對動力學方程進行數值求解,同時給出重離子碰撞的耗散與漲落。

數值計算與實驗比較表明,此方法可能提供較為簡便而又自洽地討論重離子的碰撞過程。但是,由於核力以及輸運系數目前尚存在着若干不確定因素,故此,理論只能提供粗糙的和實驗大致符合的結果。

二、基本方程式

在動力學討論過程中,我們引進如下自由度,即兩碰撞核質心間的距離 r , 兩核質心聯線方位角 θ , 每個核繞着它自己的中心, 關於實驗室固定取向的轉動角 ϕ_1 與 ϕ_2 , 以及兩核之間的质量不對稱自由度 A_1 。為簡化起見,暫且凍結碰撞核的形變自由度。系統的拉格朗日函數可以寫為

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \mu \dot{r}^2 + \frac{1}{2} \mu r^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \mathcal{I}_i \dot{\phi}_i^2 + \frac{1}{2} \mu_A \dot{A}_1^2 - V_N - V_C \quad (1)$$

其中 μ 是折合質重, \mathcal{I}_i 是 i 核的內稟轉動慣量, V_N 是核勢, V_C 是庫倫勢。假定摩擦力正比於速度, 且切向摩擦力正比於兩個碰撞核的相對速度, 與質量不對稱自由度 A_1 有關的耗散函數為 $\frac{1}{2} C_{AA} \dot{A}_1^2$ 及 $C_{AM} \dot{A}_1 [R_1(\dot{\phi}_1 - \dot{\theta}) + R_2(\dot{\phi}_2 - \dot{\theta})]$, 那末動力學方程組為^[7]

$$\mu \ddot{r} - \mu r \dot{\theta}^2 + \frac{\partial V_N}{\partial r} + \frac{\partial V_C}{\partial r} = -C_{rr} \dot{r}; \quad (2)$$

$$\mu r^2 \ddot{\theta} + 2\mu r \dot{r} \dot{\theta} + \sum_{i=1}^2 \mathcal{I}_i \ddot{\phi}_i = 0; \quad (3)$$

$$\mathcal{I}_i \ddot{\phi}_i = -C_{MM} R_i [R_1(\dot{\phi}_1 - \dot{\theta}) + R_2(\dot{\phi}_2 - \dot{\theta})] + C_{AM} R_i \dot{A}_1; \quad (4)$$

$$\mu_A \ddot{A}_1 = -C_{AA} \dot{A}_1 - C_{AM} [R_1(\dot{\phi}_1 - \dot{\theta}) + R_2(\dot{\phi}_2 - \dot{\theta})] - \frac{\partial U_{IM}(A_1)}{\partial A_1}; \quad (5)$$

其中 C_{ij} 為摩擦張量。和文獻 [7] 中的動力學方程組比較, 方程 (4) 中的第二項以及方程 (5), 是由於引入質量不對稱自由度而增加的。

由於我們目前所討論的問題, 是深部非彈性碰撞, 或稱強阻尼碰撞, 而在強阻尼碰撞中, A_1 很快變為指數衰減形式, 因此在所討論的階段內, 可近似地取 $\dot{A}_1 \propto A_1$, 如此合併 (5) 式的 $\mu_A \ddot{A}_1$ 項與 $-C_{AA} \dot{A}_1$ 項後得

$$\dot{A}_1 = -\frac{1}{C'_{AA}} \frac{\partial U_{IM}(A_1)}{\partial A_1} - \frac{C_{AM}}{C'_{AA}} [R_1(\dot{\phi}_1 - \dot{\theta}) + R_2(\dot{\phi}_2 - \dot{\theta})] \quad (5')$$

其中 $C'_{AA} = \alpha \mu_A + C_{AA}$, α 是 \dot{A}_1 關於 A_1 的正比例系數, 即近似地取 $\dot{A}_1 = \alpha A_1$ 。由此可見, 引入質量不對稱自由度後, $C_{AA} = C'_{AA} - \alpha \mu_A$, 慣量 μ_A 對碰撞系統的质量交換產生了影響。正如格羅斯曼等^[8]指出的那樣, 強阻尼碰撞中, 在初始階段慣量對质量交換起抑制作用, 直到阻尼參數 $\tau_d = M_\mu/K$, 約化漲落 Γ_{AA} 由 t^3 規律變化到隨 t 增加。

為了使問題討論更簡化, 和沃爾斯欽等作者一樣^[9], 假定碰撞核對於相對運動的角動

量损失 $M = I_1 + I_2$ 的分配,正比于它们的惯量矩,即 $I_1/I_2 = \mathcal{I}_1/\mathcal{I}_2$, 由方程(4)与(5'), 忽略二级项,我们得到

$$\frac{dM}{dt} = -C_{MM}(R_1 + R_2)^2 \left[\frac{M}{\mathcal{I}_{int}} - \frac{l-M}{\mathcal{I}_{rel}} \right] - \frac{C_{AM}}{C'_{AA}} (R_1 + R_2) \frac{\partial U_{IM}(A_1)}{\partial A_1} \quad (6)$$

其中 $\mathcal{I}_{int} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2$, \mathcal{I}_{rel} 是碰撞核的相对惯量矩。

像通常那样,扩散方程我们采用如下形式的福克-普朗克方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P(M, A_1, E; t) = & - \frac{\partial}{\partial q_i} (v_{q_i} P(M, A_1, E; t)) \\ & + \frac{\partial^2}{\partial q_i^2} (D_{q_i q_i} P(M, A_1, E; t)). \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $q_i = M, A_1$ 与 E . 对于角动量耗散,我们得到一级矩^[7]

$$\frac{d\langle M \rangle}{dt} = \langle v_M \rangle \quad (8)$$

其中 $M = l_i - l(t)$, v_M 是角动量漂移系数. 考虑质量不对称自由度时, 根据阿依克等的微观输运理论^[10], 涨落耗散定理, 或爱因斯坦关系变为

$$v_M = - \frac{1}{T(E_l^*, A_1)} \left[D_{MM} \left(\frac{M}{\mathcal{I}_{int}} - \frac{l-M}{\mathcal{I}_{rel}} \right) + D_{AM} \frac{\partial}{\partial A_1} U_{IM}(A_1) \right]. \quad (9)$$

其中温度 $T(E_l^*, A_1) = [E_l^*(A_1)/(g_1 + g_2)]^{1/2}$, $g_i = A_i/12\text{MeV}^{-1}$, D_{MM} 是角动量扩散系数, $U_{IM}(A_1)$ 是驱动势。

假定福克-普朗克方程的一级矩满足经典动力学方程, 那末由方程(6)、(8)以及(9)式, 我们得到

$$C_{MM} = \frac{1}{(R_1 + R_2)^2} \frac{D_{MM}}{T(E_l^*, A_1)}, \quad C_{AM} = \frac{C'_{AA}}{(R_1 + R_2)} \frac{D_{AM}}{T(E_l^*, A_1)}. \quad (10)$$

用同样的方法, 能够得到

$$C'_{AA} = T(E_l^*, A_1)/D_{AA}. \quad (11)$$

除了径向摩擦以外, 方程(10)和(11)式, 就是我们得到的摩擦张量和扩散张量之间的关系. 关于径向摩擦, 根据格罗斯等的理论^[11], 它和切向摩擦具有相同的形式因子, 故此我们取为

$$C_{rr} = K \frac{1}{(R_1 + R_2)^2} \frac{D_{MM}}{T(E_l^*, A_1)}, \quad (12)$$

其中 K 是可调参数. 这样一来, 对于我们目前所讨论的自由度而言, 摩擦张量完全可以由相应的扩散张量表示出来。

假定扩散系数 $D_{q_i q_i}$ 对 q_i 依赖很弱, 漂移系数 v_{q_i} 与 q_i 成线性关系, 于是我们得到福克-普朗克方程二级 $\sigma_{q_i q_i}^2 = \langle q_i^2 \rangle - \langle q_i \rangle^2$ 所满足的方程

$$\frac{d\sigma_{MM}^2}{dt} = 2D_{MM} + 2\sigma_{MM}^2 \left[\frac{\partial v_M^0}{\partial M} \right]; \quad (13)$$

$$\frac{d\sigma_{AA}^2}{dt} = 2D_{AA} + 2\sigma_{AA}^2 \left[\frac{\partial v_A^0}{\partial A} \right]; \quad (14)$$

$$\frac{d\sigma_{EE}^2}{dt} = 2D_{EE} + 2\sigma_{EE}^2 \left[\frac{\partial v_E^0}{\partial E} \right]. \quad (15)$$

由上可见, 我们的动力学计算的基本方法是, 利用关系 (10)、(11) 和 (12) 式, 联立求解 (2)、(3)、(4)、(5) 以及 (13)、(14)、(15) 八个方程式, 对重离子深部非弹性碰撞中的耗散与涨落进行计算.

三、数值计算与结果

动力学方法计算中, 扩散系数取阿依克等的微观输运理论结果^[10]

$$D_{AA} = 0.21\tilde{\gamma}\tilde{\Delta}^{1/2}[E_l^*/A]^{1/4} \left[\frac{(A_1A_2)^{1/3}}{A^{1/3} + A_2^{1/3}} \right]^2; \quad (16)$$

$$D_{MM} = \frac{(\Delta j)^2}{(\Delta j)^2 + 0.033A} \left[D_{AA} \frac{0.002A_1A_2}{(\Delta j)^2} + D_{EE} \frac{0.033A}{\tilde{\Delta}^2} \right] + D_{AM}^2/D_{AA}; \quad (17)$$

$$D_{AM} = D_{MA} = D_{AA} \frac{0.033(A_1 - A_2)}{(\Delta j)^2 + 0.033A} \cdot \Delta m; \quad (18)$$

$$D_{EE} = 0.0554\tilde{\gamma}\tilde{\Delta}^{5/2}[E_l^*/A]^{1/4}(A_1A_2)^{1/3}. \quad (19)$$

除了 D_{EE} 的单位是 $10^{22}\text{MeV}^2\text{sec}^{-1}$ 以外, 其他扩散系数的单位是 10^{22}sec^{-1} . 反冲角动量 $\Delta m = l/2A_{\text{red}}$, $A_{\text{red}} = A_1A_2/A$. 单粒子跃迁矩阵元的强度 $\tilde{\gamma}$ 与宽度 $\tilde{\Delta}$ 为

$$\tilde{\Delta} \equiv \Delta \left[1 + \frac{\Delta^2 A}{32E_l^*} \right]^{-1/2}; \quad (20)$$

$$\tilde{\gamma} \equiv \gamma \left[\frac{(\Delta j)^2}{(\Delta j)^2 + 0.033A} \right]^{1/2}; \quad (21)$$

其中, 激发能 $E_l^*(A_1)$ 由动力学计算的相对运动能量损失所确定. 计算中驱动势 $U_{IM}(A_1)$ 取为

$$U_{IM}(A_1) = U(A_1) + \frac{(l - M)^2}{2\mathcal{F}_{\text{rel}}} + \frac{M^2}{2\mathcal{F}_{\text{int}}}. \quad (22)$$

复合系统的基态能量 $U(A_1)$ 由下面的表示式进行计算, 即

$$U(A_1) = U_{LD}(A_1) + U_{LD}(A_2) - U_{LD}(A) + V_C + V_N, \quad (23)$$

其中 U_{LD} 、 V_C 以及 V_N 分别是球形核的液滴能量、以及两碎片之间的库仑能与核相互作用能. 库仑能取球形势, 核相互作用势取接近势形式

$$V_N(s) = -4\pi\gamma \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} \begin{cases} (5/3)(1 + s/s_0)\exp(-8s/5s_0), & s \geq 0 \\ 5/3 - s/s_0 - (s/s_0)^2, & s < 0, \end{cases} \quad (24)$$

其中 $s = r - (R_1 + R_2)$. 计算中, 取 $R_i = 1.18A_i^{1/3}$, $s_0 = 1\text{fm}$, $\gamma = 1\text{MeVfm}^{-1}$.

图 1 给出 $^{86}\text{Kr}(8.18\text{MeV}/A) + ^{166}\text{Er}$ 与 $^{136}\text{Xe}(8.31\text{MeV}/A) + ^{209}\text{Bi}$ 两个反应, 计算得到的偏转函数 $\Theta(l)$ 以及核相互作用时间 τ_{int} 随相对运动角动量 l 的变化. 非常明显, 这两个反应的偏转函数的性质是不一样的, 前者具有旋转效应, 而后者显示出强聚焦效应, 这同实验所观察到的事实相符合. 从靠近擦边角动量的 l 值开始, 随着 l 的减小, 相互作用时间 τ_{int} 变大. 对于 $\text{Kr} + \text{Er}$ 反应, $\tau_{\text{int}} \geq 5 \times 10^{-21}\text{sec}$ 时发生全熔合, 而对于 $\text{Xe} + \text{Bi}$ 反应, 当 τ_{int} 上升到 $\tau_{\text{int}} \approx 1.5 \times 10^{-21}\text{sec}$ 后开始下降, τ_{int} 的最大值对应于偏转函数

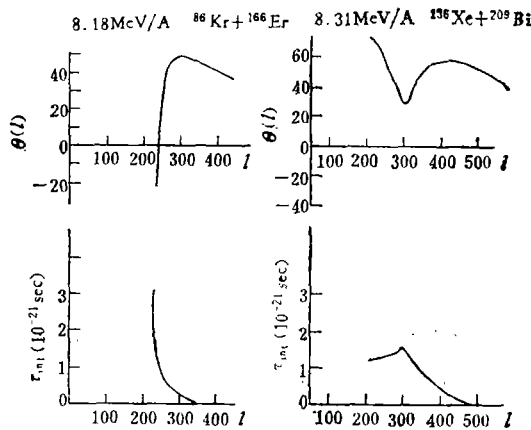


图1 偏转函数 $\theta(l)$ 与核相互作用时间 τ_{int} 随角动量 l 的变化。

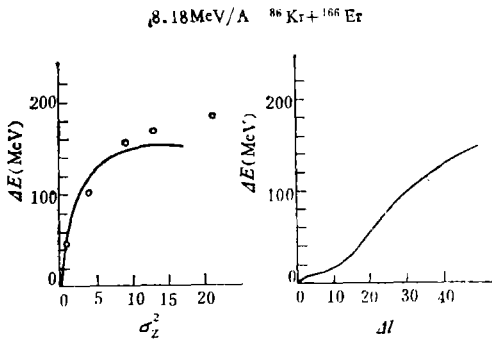


图2 能量损失 ΔE 随电荷分布涨落 σ_z^2 以及角动量损失 Δl 的变化。

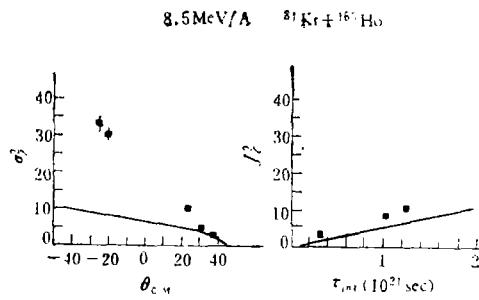
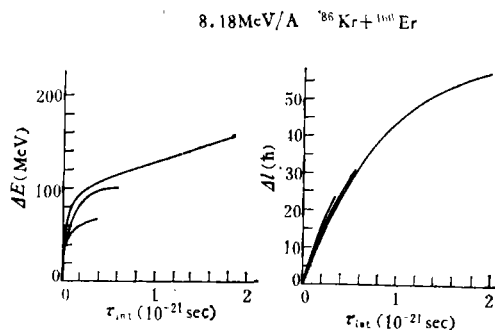
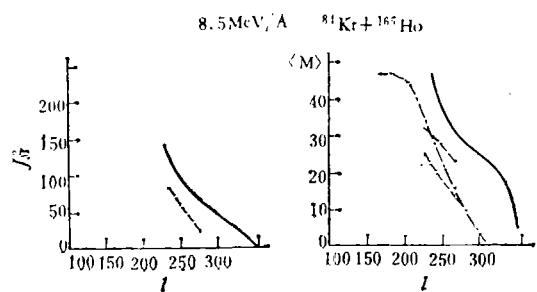


图3 电荷分布涨落 σ_z^2 和散射角 $\theta_{C,M}$ 以及相互作用时间 τ_{int} 的关系。

的拐点。

图2给出能量损失 ΔE 随电荷分布涨落 σ_z^2 以及角动量损失 Δl 的变化，实验点取自文献 [12]。电荷分布涨落同散射角 $\theta_{C,M}$ 以及相互作用时间 τ_{int} 之间的关系，在图3中给出，实验点同样取自文献 [12]。由图3看出，对大的 l 分波，即对于 $\theta_{C,M} > 20^\circ$ 正的散射角以及 $\tau_{int} < 1.5 \times 10^{-21} \text{sec}$ 相互作用时间，理论计算与实验大致符合。对于小的 l 分波，也就是 $\theta_{C,M} < 20^\circ$ 时，随着 l 减小，与实验偏离变大。这可能是由于核力等选择关系，对小的 l 值，计算结果不好。由图2给出的 ΔE 与 σ_z^2 关系以及图3给出 σ_z^2 与 τ_{int} 的关系看出，如果我们定义 90% 的 ΔE 所相应的时间认为是弛豫时间的话，由这两个图给出的曲线关系，我们获得 $\tau_{rel} \approx 1.5 \times 10^{-21} \text{sec}$ ，这个数值同我们先前计算的结果 [7] 以及文献 [12] 的结果一致。

图4给出能量损失 ΔE 以及角动量损失 Δl 同相互作用时间 τ_{int} 的关系。对给出的三个 l 分波而言，在 $\tau_{int} \leq 0.3 \times 10^{-21} \text{sec}$ 范围内， $\Delta l \approx 20\hbar$ ， $\Delta E > 70 \text{MeV}$ ，可见这个范围的过程，经向动能损失是主要的。另外，对于 $l = 300$ 时， $\tau_{int} < 0.4 \times 10^{-21} \text{sec}$ ，而对于 $l = 236$ 时， $\tau_{int} \approx 2 \times 10^{-21} \text{sec}$ ，就是说 l 小 τ_{int} 大，并且对小的 l ，长的相互作用

图 4 ΔE 与 Δl 同 τ_{int} 之间的关系图 5 σ_M^2 及 $\langle M \rangle$ 与 l 之间的关系

时间 τ_{int} , 能量损失 ΔE 和角动量损失 M 都大, 因此, 对小距离的碰撞, 角动量损失变得重要. 这些定性结果同文献 [12] 的结论都是一致的.

图 5 给出 $^{81}\text{Kr}(8.5\text{MeV/A}) + ^{165}\text{Ho}$ 反应, 计算得到的角动量涨落 σ_M^2 以及平均角动量损失 $\langle M \rangle$ 随角动量 l 的变化, 虚线和点虚线是在文献 [10] 中分别给出的计算值以及由实验提取的数据. 由于随着 l 减小, τ_{int} 而增大, 因此由这个图给出的曲线看出, σ_M^2 和 $\langle M \rangle$ 随着 τ_{int} 变大而变大, 也就是说, σ_M^2 随 $\langle M \rangle$ 增加而增加. 对于大的 l 分波, 这些结果和实验提供的事实以及文献 [10] 的结果, 趋势完全一致. 但是, 由于动力学计算中, 目前存在着若干不确定因素, 因此, 我们没有进一步用调整各种参数的办法, 求得同实验及别人计算结果的较好的符合.

四、讨 论

我们在建立动力学方法中, 为了获得摩擦张量和扩散张量的简单关系, 采用了碎片内禀角动量之比, 正比于它们的惯量矩, 以及关于输运系数的近似展开式, 即 $D_{q_i q_i}$ 对 q_i 依赖很弱, $v_{q_i q_i}$ 与 q_i 成线性关系. 尽管这些给动力学计算本身带来了一定的近似. 但是, 近似应该说是允许的, 因为在这些近似下, 我们得到了同文献 [10] 相同的涨落耗散定理, 即高温极限下的爱因斯坦关系.

理论计算, 给出了与实验相符合的定性结论, 定量结果与实验大致符合, 对大的 l 分波符合较好, 随着 l 变小, 符合变差. 这主要是我们的偏转函数计算不好, 限制全熔合临界角动量 l_c 计算太大. 造成这种情况的原因, 可能是核力与摩擦力等不确定的因素. 在我们目前情况, 没有直接应用任何摩擦系数形式, 而是通过扩散系数计算摩擦系数的, 这就是说, 输运系数也有不确定的因素. 因此, 核力、核摩擦, 以及输运系数的正确与否是动力学计算好坏的关键, 而这些问题正是目前深部非弹性碰撞中, 深入研究的课题.

另外, 动力学的更精确计算, 必须在获悉惯量 μ_A 的基础上, 通过方程式 (5) 而进行的, 目前由于我们所讨论的是强阻尼碰撞问题, 引入 $\dot{A}_1 \propto \dot{A}_1$ 的近似后, 从而避开了 μ_A 的具体计算. 因此, 惯量 μ_A 的进一步考虑, 将是必需的.

参 考 文 献

- [1] D. E. H. Gross et al., *Phys. Lett.*, **48B**(1974), 302.
 [2] 近代物理研究所科学技术报告汇编 第二集 (1976), 51.
 [3] J. Bondorf et al., *Phys. Report*, **15C**(1974), 83.
 [4] J. Wilczynski et al., *Nucl. Phys.*, **A264**(1976), 115.
 [5] 吴国华, 钟纪泉, 葛凌霄, 高能物理与核物理, **1**(1977), 83.
 [6] 葛凌霄, 吴国华, 刘建业, 高能物理与核物理, **3**(1979), 760.
 [7] 钟纪泉, 高能物理与核物理, **4**(1980), 744.
 [8] S. Grossmann and H. J. Krappe, *Z. Physik*, **A298**(1980), 41.
 [9] G. Wolsenin and Norenberg, *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 691.
 [10] S. Ayik et al., *Z. Physik*, **A286**(1978), 271.
 [11] D. H. E. Gross, R. Beck, *Phys. Lett.*, **47B**(1973), 143.
 [12] G. Rudolf et al., Energy-Loss And Nucleon Exchange In The Reaction of ^{86}Kr with ^{166}Er , GSI-VP-12-78.

A DYNAMICAL METHOD IN DEEP IN ELASTIC COLLISION OF HEAVY IONS

ZHONG JI-QUAN GE LING-XIAO LIU JIAN-YE YU XIAN

(Institute of Modern Physics, Lanzhou, Academia Sinica)

ABSTRACT

A method correlating the dynamical equations with the diffusion equations is developed in this paper to explain the dissipations and fluctuations of heavy ion collisions. Considering the degrees of freedom about the relative motion, rotation and asymmetric mass, the relation between the frictional and diffusion tensors is obtained.

Some informations of deep inelastic collisions in three reaction systems are obtained by solving coupling equations numerically. The calculated results show that there are orbiting effects in the reaction systems of $^{86}\text{Kr}(8.18 \text{ MeV/A}) + ^{166}\text{Er}$ and $^{84}\text{Kr}(8.5 \text{ MeV/A}) + ^{165}\text{Ho}$ and there is strong focusing effect in the reaction system of $^{136}\text{Xe}(8.31 \text{ MeV/A}) + ^{209}\text{Bi}$. But the calculated results are in agreement with the experimental data only for larger partial waves. The nuclear force and diffusion coefficients must be studied further.