第7卷 第4期　　高能物理与核物理　　Vol. 7, No. 4
1983年7月　　PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS　　July, 1983

夸克模型中的N–N及N–△自旋轨道耦合力

余友文　张宗烨　吴慧芳　沈建平
（中国科学院高能物理研究所）

摘　　要

本文用夸克模型研究了 N–N 及 N–Δ 的自旋轨道耦合力，得到的结果为：(1) N–N 的自旋轨道耦合力的定性特点与由散射实验定出的唯象势是一致的，即自旋三态奇宇称的波为吸引力．(2) N–Δ 的自旋轨道耦合力的直接项主要是吸引力，而它的交换项，当 $ST = 12$ 及 21 时为吸力，当 $ST = 11$ 及 22 时则为排斥力；这些定性结果有助于了解 N–Δ 的自旋轨道耦合力的特性．

一、引　　言

近年来，用夸克模型研究 N–N 相互作用，取得了一些进展，对核力的短程性质有了一些定性的了解[1,2]．本文试图采用参考文献［2］中的方法，由夸克模型得到 N–N 及 N–Δ 的自旋轨道耦合力．关于 N–N 自旋轨道耦合力可以从散射实验中定出，将计算结果与这样定出的唯象势作比较，可以从一个侧面来检验夸克模型的理论框架．我们得到的 N–N 自旋轨道耦合力的定性特点与唯象势是一致的，即自旋三态、奇宇称的情况为吸引力．但比唯象势弱，在 $r = 0.4\mathrm{fm}$ 处，它的强度约比唯象势小5倍[1)]．对于 N–Δ 的自旋轨道耦合力，目前尚缺少实验材料．因而从理论上分析它的特性，对于研究含有△的核多体系的问题，是很有必要的．我们得到 N–Δ 的自旋轨道耦合力的直接项主要是吸引力，而它的交换项，当 $ST = 12$ 及 21 时为吸引力．当 $ST = 11$ 及 22 时则为排斥力．

在文章的第二部分，简单地介绍一下计算方法并给出自旋轨道耦合力的公式．在文章的第三部分将给计算的结果及简单的讨论．

二、理 论 公 式

从夸克模型出发，计算重子间的相互作用的理论框架是这样的：把重子看作由三个夸克组成的集团，夸克间的相互作用取为单胶子交换势加上唯象的禁闭势，用共振群的方法在一定的近似下计算两个集团之间的相互作用能，并把相互作用能表示成两个集团质

本文1982年9月8日收到．
1) Warke[2] 等人用夸克模型计算了 N–N 的自旋轨道耦合力，但是他的计算结果有错误．

心距离 $\vec{R}$ 的函数，所得到的相互作用能就定义为两个重子之间的相互作用势. 下面简单地介绍计算 N-N 及 N-Δ 自旋轨道耦合力的公式.

1. 六夸克系统的波函数

以 $\varphi_a(123)$，$\varphi_b(456)$ 分别表示由三个夸克组成的集团 a，b 的全反对称的波函数，若两集团质心距离为 $\vec{R}$，则六个夸克系统全反对称波函数为；

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{20}} \sum_{\alpha=1}^{20} (-1)^{\alpha} \hat{P}_{\alpha} [\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST} \psi_{ST}(\boldsymbol{R}) \tag{1}$$

式中 $[\varphi_a\varphi_b]_{ST}$ 代表系统的自旋及同位旋耦合为 ST，$\psi_{ST}(\boldsymbol{R})$ 是描述 a，b 集团之间的相对运动的波函数，

$$\vec{R} = \frac{1}{3}(\boldsymbol{r}_4 + \boldsymbol{r}_5 + \boldsymbol{r}_6 - \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_3) \tag{2}$$

式中 $\{\hat{P}_{\alpha}\}$ 代表 a，b 两集团之间所有可能的置换，$(-1)^{\alpha}$ 是置换算符 $\hat{P}_{\alpha}$ 所贡献的正负号.

2. N-N 及 N-Δ 的运动方程及等效位势

系统的 $\boldsymbol{H}$ 量可以表示为：

$$\begin{aligned} H &= \sum_{i=1}^{6} T_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V(ij) \\ &= H_a + H_b + \frac{\boldsymbol{p}^2}{3m} + \sum_{\substack{i \in a \\ j \in b}} V(ij) + H_{\mathrm{C.M}} \end{aligned} \tag{3}$$

其中 H_a, H_b 表示集团 a，b 内部的 H 量，$\frac{\boldsymbol{p}^2}{3m}$ 为相对运动动能，$\sum\limits_{\substack{i \in a \\ j \in b}} V(ij)$ 表示两集团之间夸克的相互作用，$H_{\mathrm{C.M}}$ 为系统质心运动的动能（若在总质心系上进行计算，则 $H_{\mathrm{C.M}}$ 可不考虑）. 由一般的变分近似方法，对 $\psi_{ST}(\boldsymbol{R})$ 变分，并考虑到波函数及算符中各项的对称性质，可以得到 $\psi_{ST}(\boldsymbol{R})$ 所满足的微分积分方程. 对于两个不同类的重子 a 和 b 有：

$$\begin{aligned} &\frac{\boldsymbol{p}^2}{3m} \psi_{ST}(\boldsymbol{R}) + \left\langle [\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST} \left| \frac{\boldsymbol{p}^2}{3m} \left(\sum_{\alpha} (-1)^{\alpha} \hat{\boldsymbol{P}}_{\alpha} - 1 \right) \right| \right. \\ &\qquad \left. \cdot [\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST} \psi_{ST}(\boldsymbol{R}) \right\rangle \\ &- 9 \langle [\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST} | 4V(14) + 2V(16) + 2V(34) + V(36) | \\ &\qquad \cdot \hat{P}_{36} [\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST} \psi_{ST}(\boldsymbol{R}) \rangle \\ &+ 9 \langle [\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST} | 4V(14) + 2V(16) + 2V(34) + V(36) | \\ &\qquad \cdot \hat{P}_{14} \hat{P}_{25} [\varphi_a(123)\varphi_6(456)]_{ST} \psi_{ST}(\boldsymbol{R}) \rangle \\ &= (E - E_a - E_b) \left\langle [\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST} \left| \sum_{\alpha=1}^{20} (-1)^{\alpha} \hat{\boldsymbol{P}}_{\alpha} [\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST} \right. \right. \\ &\qquad \left. \cdot \psi_{ST}(\boldsymbol{R}) \right\rangle \end{aligned} \tag{4}$$

式(4)中的矩阵元都是对内部坐标积分的，可以定义：

$$v^{d}(R)\phi_{ST}(\boldsymbol{R}) = -9\langle[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}|4V(14)+2V(16)+2V(34) + V(36)|\cdot\hat{P}_{36}[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\phi_{ST}(\boldsymbol{R})\rangle \tag{5}$$

$$v^{e}(R)\phi_{ST}(-\boldsymbol{R}) = -9\langle[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}|4V(14)+2V(16)+2V(34) + V(36)|\cdot\hat{P}_{36}[\varphi_a(456)\varphi_b(123)]_{ST}\phi_{ST}(-\boldsymbol{R})\rangle \tag{6}$$

于是(4)式可写为：

$$\begin{aligned}&\frac{\boldsymbol{p}^2}{3m}\phi_{ST}(\boldsymbol{R}) + \left\langle[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\left|\frac{\boldsymbol{p}^2}{3m}\left(\sum_\alpha(-1)^\alpha\hat{P}_\alpha - 1\right)\right|\right.\\ &\qquad\left.\cdot[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\phi_{ST}(\boldsymbol{R})\right\rangle\\ &\qquad + v^d(R)\phi_{ST}(\boldsymbol{R}) - v^e(R)\phi_{ST}(-\boldsymbol{R}) \qquad\qquad (4)'\\ &= (E-E_a-E_b)\left\langle[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\left|\sum_\alpha(-1)^\alpha\hat{P}_\alpha\right|\right.\\ &\qquad\left.\cdot[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\phi_{ST}(\boldsymbol{R})\right\rangle\end{aligned}$$

当 a, b 代表同一类重子时，类似地可得到如下的方程：

$$\begin{aligned}&\frac{\boldsymbol{p}^2}{3m}\bar{\Phi}_{ST}(\boldsymbol{R}) + \left\langle[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\left|\frac{p^2}{3m}\left(\sum_\alpha(-1)^\alpha\hat{P}_\alpha - 1\right)\right|\right.\\ &\qquad\left.\cdot[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\bar{\Phi}_{ST}(\boldsymbol{R})\right\rangle + v(R)\bar{\Phi}_{ST}(\boldsymbol{R})\\ &= (E-E_a-E_b)\left\langle[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\left|\sum_\alpha(-1)^\alpha\hat{P}_\alpha\right.\right.\\ &\qquad\left.\cdot[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\bar{\Phi}_{ST}(\boldsymbol{R})\right\rangle\end{aligned}$$

其中

$$v(R) = -9\langle[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}|4V(14)+4V(16)+V(36)|\cdot\hat{P}_{36}[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\bar{\Phi}_{ST}(\boldsymbol{R})\rangle \tag{4''}$$

$$\bar{\Phi}_{ST}(\boldsymbol{R}) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\phi_{ST}(\boldsymbol{R}) + (-1)^{1+S+T}\phi_{ST}(-\boldsymbol{R})]$$

这儿我们把 $v(R)$ 定义为二个同类重子相互作用的等效位，把 $v^d(R)$ 和 $v^e(R)$ 分别定义为二个不同类重子之间等效相互作用的直接项和交换项。

在推导(4)和(5)式的过程中曾用到 $\varphi_a(\varphi_b)$ 是 $H_a(H_b)$ 的本征解的条件。但在具体计算时一般将 $\varphi_a(\varphi_b)$ 的空间部分取为近似的波函数[1,2]，在这儿我们也将其近似地取为高斯型分布的波函数：

$$\varphi_a(123) = \eta\exp\left[-\frac{1}{2}\beta^2(r_{12}^2+r_{23}^2+r_{31}^2)\right]\chi_{ST}\chi_c \tag{7}$$

其中 η 是归一化因子，χ_{ST} 是全对称的自旋同位旋结构波函数，χ_c 是色空间部分的波函数，色空间是单态。

3. 关于自旋轨道耦合力的计算

我们采用与文献[2]中相同的近似,即考虑到 $\phi_{ST}(\vec{R})$是 $\vec{R}$ 的缓变函数,把 $\phi_{ST}(\hat{P}_{36}\vec{R})$ 在 $\vec{R}$ 处做泰勒展开，并且只取到一次项. 这样处理对于计算自旋轨道耦合力比较方便. 计算二集团夸克之间的自旋轨道力的对角元，可以直接得到二重子间等效自旋轨道耦合力.

单胶子交换势中的 $\vec{l}\cdot\vec{S}$ 项为:

$$V_{lS}(ij) = -\boldsymbol{F}_i\cdot\boldsymbol{F}_j\frac{\alpha_S\hbar}{2m^2c^2}\frac{1}{r^3}[\boldsymbol{r}\times(\boldsymbol{p}_i-2\boldsymbol{p}_j)\cdot\boldsymbol{S}_i-\boldsymbol{r}\times(\boldsymbol{p}_j-2\boldsymbol{p}_i)\cdot\boldsymbol{S}_j]$$
$$= -\boldsymbol{F}_i\cdot\boldsymbol{F}_j[\boldsymbol{X}_{ij}\cdot\boldsymbol{S}_i+\boldsymbol{Y}_{ij}\cdot\boldsymbol{S}_j] \tag{8}$$

式中 $\boldsymbol{F}_i$, $\boldsymbol{F}_j$ 是色空间 SU_3 群的无穷小算符，α_S 是相互作用耦合常数，$\boldsymbol{p}_i$ 及 $\boldsymbol{S}_i$ 分别为 i 夸克的动量及自旋. 由于

$$\phi_{ST}(\hat{P}_{36}\boldsymbol{R})\cong\phi_{ST}(\boldsymbol{R})+\frac{2}{3}\boldsymbol{r}_{36}\cdot\boldsymbol{\nabla}_R\phi_{ST}(\boldsymbol{R}) \tag{9}$$

因此 v_{lS}^d 及 v_{lS}^e 可以表示为:

$$v_{lS}^d(R) = -6\langle[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}|4V_{lS}(14)+2V_{lS}(16)+2V_{lS}(34)$$
$$+V_{lS}(36)|\boldsymbol{r}_{36}\cdot\boldsymbol{\nabla}_R\hat{P}_{36}[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}\rangle \tag{10}$$

$$v_{lS}^e(R) = -6\langle[\varphi_a(123)\varphi_b(456)]_{ST}|4V_{lS}(14)+2V_{lS}(16)+2V_{lS}(34)$$
$$+V_{lS}(36)|\boldsymbol{r}_{36}\cdot\boldsymbol{\nabla}_R\hat{P}_{36}[\varphi_a(456)\varphi_b(123)]_{ST}\rangle \tag{11}$$

注意到 $\hat{P}_{36}$ 可以表示成:

$$\hat{P}_{36}=\hat{P}_{36}^c\hat{P}_{36}^\sigma\hat{P}_{36}^\tau\hat{P}_{36}^r \tag{12}$$

其中 (c) 代表色空间，(σ) 代表自旋，(τ) 代表同位旋以及 (r) 代表坐标空间. 于是可以分别计算各个空间的平均值以求得等效相互作用 v_{lS}^d 及 v_{lS}^e.

对于色空间,利用

$$\hat{P}_{36}^c=\frac{1}{3}+2\boldsymbol{F}_3\cdot\boldsymbol{F}_6 \tag{13}$$

可以方便地得到 v_{lS} 中各项在色空间的平均值. 由于 $V_{lS}(ij)$ 与夸克的同位旋无关，因而计算同位旋的平均也是比较简单的. 对于自旋部分,需要计算

$$\langle\chi_a(123)\chi_b(456):S|\boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{S}_i\hat{P}_{36}^\sigma|\chi_a(123)\chi_b(456):S\rangle$$

以及

$$\langle\chi_a(123)\chi_b(456);\ S|\boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{S}_i\hat{P}_{36}^\sigma|\chi_a(456)\chi_b(123):S\rangle$$

类型的一些矩阵元. $\boldsymbol{X}$ 为 $\boldsymbol{X}_{ij}$ 或 $\boldsymbol{Y}_{ij}$，结果总可以表示为:

$$\langle\chi_a(123)\chi_b(456):S|\boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{S}_i\hat{P}_{36}^\sigma|\chi_a(123)\chi_b(456):S\rangle$$
$$=a_i(S)\langle Sm_S|\boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{S}|Sm_S\rangle \tag{14}$$

这里 $a_i(S)$ 是 S 的函数，$\boldsymbol{S}$ 是两个重子系统的自旋算符. 最后还需要对坐标空间积分,若把集团波函数取为高斯型,如(7)式所示,积分可以解析地得到. 结果可表为:

$$v_{(lS)ST}^{NN}(R)=\frac{\alpha_S\hbar\beta^2}{2m^2c^2}\frac{\mathscr{R}(R)}{R}[C_{14}(ST)N_{14}+C_{16}(ST)N_{16}+C_{36}(ST)N_{36}]\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{S} \tag{15}$$

$$v_{(lS)ST}^{N\Delta(d)}(R) = \frac{\alpha_S \hbar \beta^2}{2m^2c^2} \frac{\mathscr{R}(R)}{R} [D_{14}(ST)N_{14} + D_{16}(ST)N_{16} + D_{36}(ST)N_{36}]\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{S} \quad (16)$$

$$v_{(lS)ST}^{N\Delta(e)}(R) = \frac{\alpha_S \hbar \beta^2}{2m^2c^2} \frac{\mathscr{R}(R)}{R} [E_{14}(ST)N_{14} + E_{16}(ST)N_{16} + E_{36}(ST)N_{36}]\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{S} \quad (17)$$

其中

$$\mathscr{R}(R) = \frac{27}{5\sqrt{5}} \exp\left(-\frac{9}{5}\beta^2R^2\right) \quad (18)$$

$$N_{ij} = \frac{d}{d(\beta R)}\left[\frac{1}{\beta R}\operatorname{erf}(A_{ij}\beta R)\right] \quad (19)$$

系数 A_{ij}、$C_{ij}(ST)$、$D_{ij}(ST)$ 及 $E_{ij}(ST)$ 列表于下：

ij	14	16	36
A_{ij}	$\sqrt{\frac{27}{10}}$	$\frac{9}{2}\sqrt{\frac{3}{35}}$	$\sqrt{\frac{9}{20}}$

ST	00	01	10	11	12	21	22
$C_{14}(ST)$			$-\frac{25}{6\cdot 81}$	$-\frac{125}{18\cdot 81}$			
$C_{16}(ST)$			$\frac{152\cdot 100}{3\cdot 9^4}$	$-\frac{68\cdot 10^3}{9^5}$			
$C_{36}(ST)$			$-\frac{10^4}{9^5}$	$\frac{22\cdot 10^3}{3\cdot 9^3}$			
$D_{14}(ST)$				$-\frac{25\cdot 31}{36\cdot 162}$	$\frac{11\cdot 25}{24\cdot 9^2}$	$\frac{25}{24\cdot 9^2}$	$-\frac{125}{8\cdot 9^2}$
$D_{16}(ST)$				$-\frac{8\cdot 29\cdot 10^2}{3\cdot 9^4}$	$\frac{8\cdot 10^2}{9^4}$	$\frac{8\cdot 10^2}{9^4}$	$-\frac{4\cdot 10^3}{3\cdot 9^3}$
$D_{36}(ST)$				$\frac{2\cdot 10^2}{3\cdot 9}$	$\frac{2\cdot 10^2}{3\cdot 9}$	$-\frac{2\cdot 10^2}{3\cdot 9^2}$	$\frac{10^3}{9^2}$
$E_{14}(ST)$				$-\frac{25}{2\cdot 9^3}$	$\frac{25}{6\cdot 9^2}$	$\frac{25}{6\cdot 9^2}$	$-\frac{25}{2\cdot 9^2}$
$E_{16}(ST)$				$-\frac{16\cdot 10^2}{3\cdot 9^4}$	$\frac{16\cdot 10^2}{9^4}$	$\frac{16\cdot 10^2}{9^4}$	$-\frac{16\cdot 10^2}{3\cdot 9^3}$
$E_{36}(ST)$				0	0	0	0

三、计算结果与讨论

我们选取参数[2]

$$m = 550\ \text{MeV}$$

$$\beta = 2.02\ f^{-1}$$

$$\alpha_S = 0.592\ \hbar c$$

计算了由公式(15)、(16)、(17)所给出的 N-N 及 N-Δ 的自旋轨道耦合力．这是

一组较好地符合重子谱实验数据的参数．所得结果给在图 1、2、3 中

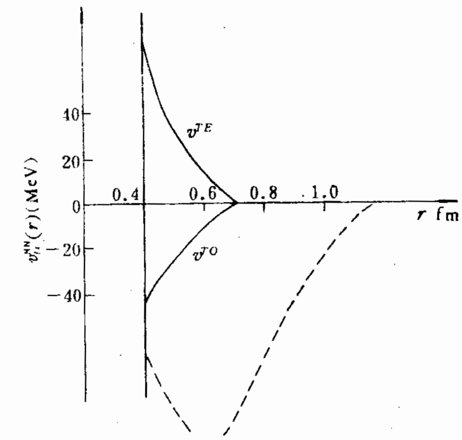

图 1 N-N 的 $\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{S}$ 势

TO——三态奇宇称 TE——三态偶宇称 虚线—— TO 情况唯象势

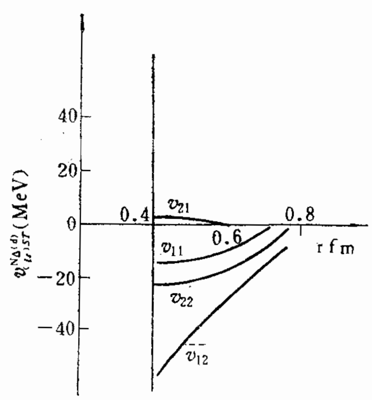

图2 N-Δ 的 $\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{S}$ 势(直接项)

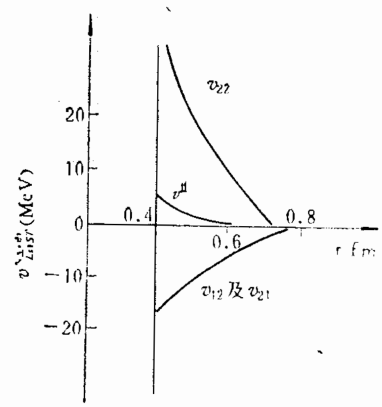

图 3 N-Δ 的 $\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{S}$ 势(交换项)

对于 N-N 的情况，自旋单态的 $\vec{l}\cdot\vec{S}$ 矩阵元显然为零． 因此，只有三态奇宇称（$ST=11$）及三态偶宇称（$ST=10$）两种情况． 从图 1 中可以看到 TO 态的自旋轨道耦合力是吸引力，这一特点与从实验定出的唯象势是一致的[3]，但是比唯象势窄，强度也比唯象势弱，在 $r=0.4$ fm 处的强度约比唯象势小五倍，这是由于这个计算只能提供核力的短程部分的缘故．

对于 N-Δ 的情况，从图 2 及图 3 可以看到，直接项主要是吸引力，交换项当 $ST=11$ 及 22 时是排斥力；而当 $ST=12$ 及 21 时是吸引力． 但是目前尚缺乏实验资料来检验这个理论的结果．由于 N-N 情况，夸克模型给出了与唯象势定性特点一致的结果，因此对于 N-Δ 情况，夸克模型的结果可能给出关于 N-Δ 的 $\vec{l}\cdot\vec{S}$ 势特点的一些信息．这对于进一步了解Δ在核多体系内的运动是有用的．最后需要指出的是这儿所采用的方法是比较粗糙的，但是对于计算二重子间的等效自旋轨道耦合力却是比较方便的，可以给出一些定性的结果．

参　考　文　献

[1] Oka. M and Yazaki, K., *Phys. Lett.*, **90B**(1980), 41; Harvey, M., *Nucl. Phys.*, **A352**(1981), 301; 320.

[2] Warke, C. S. and Shenber, R., *Phys. Rev.*, **C21**(1980), 2643.

[3] Tamagaki, R., *Phys. Rev.*, **D16**(1977), 1542.

THE N-N AND N-Δ SPIN ORBIT FORCES IN THE QUARK MODEL

YU YOU-WEN　ZHANG ZONG-YE　WU HUI-FANG　SHEN JIAN-PING

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In this paper, we study the N-N and N-Δ spin orbit forces in the quark model. The results are: (1) the N-N spin orbit force is attractive for the triplet odd state, this feature is qualitatively agreement with the phenomenological potential which is determined by the N-N scattering data. (2) the direct term of the Δ-N spin orbit force is attractive mainly and the exchange term of that is attractive for the case of $ST=12$ and 21, repulsive for the case of $ST=11$ and 22. All of these results will be helpful to understand the property of the N-Δ spin-orbit force.