Nov., 1981

规范阶层制的进一步讨论

摘 要

本文在 SU(3) 和 SU(5) 对称的规范模型中计算了单圈修正的 Higgs 势。结果表明不存在任意的规范等级制。这和 Mohapatra 等人的结果正好不同。

一、引言

能否出现所希望的规范阶层制(hierarchy)对于大统一理论是有决定意义的.所谓规范阶层制,是指理论的某些规范对称性的破缺比其他一些破缺厉害得多,因而使一些规范分子质量比另一些要大得多,从而使对应于这些大质量的规范介子的相互作用在现阶段实验的能量范围内观察不到. 最早讨论这一问题是认为只要调整拉氏量中标量场的参量("质量",耦合常数),在树图近似下就能得到任意的规范阶层制. 后来 E. Gildener 石定了这点. 他在简单模型下论证了在微扰论中高阶修正会给予规范阶层制一个上限($\alpha^{-\frac{1}{2}}$). 他的工作引起了人们的很大关注. 不过他对高阶修正的讨论只是一种定性的估计,因为那怕是一个简单的对称群要计算高阶修正下的有效势也是困难的,因此以后的工作由于没有很好的定量计算,所以得到的结果就很不一致. 最近 R. N. Mohapatra 和 G. Genýanoric 在 O(3) 规范模型下作了仔细的计算。结果是考虑了单圈图对有效势的贡献后要得到任意的规范阶层制时对标量场的参数的要求和树图情形是一致的. 因此,他们得到可以选定参量使得理论无论在树图近似下或单圈修正下,都一样可得任意的规范阶层制的结论,这是与 Gildener 的估计不符的.

但是对于其他复杂一些的更接近物理实际的对称群的规范模型又如何呢? M-G 的 结论还能成立吗?对于稍为复杂的群,例如是SU(3) 群,它的质量矩阵是 12×12 的矩阵,计算起来就繁复很多。 其矩阵的对角化直接的作法是很困难的。 为了进行具体的计算和讨论,我们利用了在计算势及其求导中分清矩阵元是零阶量或一阶小量和高阶小量的技巧,把计算大大简化,虽仍很复杂但成为可能。 经过计算后表明单圈近似下模型具有任意规范阶层制时,对参量的要求和树图的要求是不一样的。 这个结果和 M-G 的相反,这就是说,我们不能给定标量场的参量,使得无论在树图近似下或高阶修正近似下,同时得到任意的规范阶层制。 换句话说,在 SU(3) 规范模型中,任意的规范阶层制实际上是不存在的。 我们也初步计算了 SU(5) 的规范模型,结果也是一样的。 这样的结果是和 Gildener

的定性估计相符的.

二、树近似下等级制的简单回顾

关于树近似下阶层制的产生,在文献[1]中已详尽讨论过了。我们简单地把结果回顾一下。

拉氏量中树近似的有效势取为

$$V_0 = -\frac{1}{2} \mu_1^2 \phi_1^2 - \frac{1}{2} \mu_2^2 \phi_2^2 + \frac{\lambda_1}{4} (\phi_1^2)^2 + \frac{\lambda_2}{4} (\phi_2^2)^2 + \frac{\lambda_3}{2} \phi_1^2 \phi_2^2 + \frac{\lambda_4}{2} (\phi_1 \cdot \phi_2)^2,$$
 (1)

其中 ϕ_1 , ϕ_2 是二组 Higgs 标量粒子三重态,具有真空平均值

$$\langle \boldsymbol{\phi}_1 \rangle = \boldsymbol{V}_1 \rightleftharpoons 0, \quad \langle \boldsymbol{\phi}_2 \rangle = \boldsymbol{V}_2 \rightleftharpoons 0.$$

为了 V_0 有下界,必须有 λ_1 , $\lambda_2 > 0$; 为要产生阶层制,在 V_0 的极小处必须有 ϕ_1 · $\phi_2 = 0$,也即必须 $\lambda_4 > 0$ 才有极小。 V_0 的稳定点中能产生等级制的只有对称的极小解

$$V_1^2 = \frac{\lambda_2 \mu_1^2 - \lambda_3 \mu_2^2}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3^2}, \qquad V_2^2 = \frac{\lambda_1 \mu_2^2 - \lambda_3 \mu_1^2}{\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3^2}.$$
 (2)

如果 $V_{i} \gg V_{i}$ (或反之),则存在规范阶层制,其数值大小为重矢量介子质量与轻矢量介子之比,即

$$\frac{M_H}{M_L} \simeq \left(\frac{V_2^2}{V_1^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\lambda_1 \mu_2^2 - \lambda_3 \mu_1^2}{\lambda_2 \mu_1^2 - \lambda_3 \mu_2^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (3)

由于 V; 和 V; 是正值,可得

如
$$\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3^2 > 0$$
,则 $\lambda_3 < \min\left(\frac{\lambda_2 \mu_1^2}{\mu_2^2}, \frac{\lambda_1 \mu_2^2}{\mu_1^2}\right)$;
如 $\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3^2 < 0$,则 $\lambda_3 > \max\left(\frac{\lambda_2 \mu_1^2}{\mu_2^2}, \frac{\lambda_1 \mu_2^2}{\mu_1^2}\right)$.

但对后者不可能出现规范等级制. 因而规范阶层制只能出现在如下范围中

$$-\sqrt{\lambda_1\lambda_2} < \lambda_3 < \min\left(\frac{\lambda_2\mu_1^2}{\mu_2^2}, \frac{\lambda_1\mu_2^2}{\mu_1^2}\right). \tag{4}$$

如果令(3)中分母 $\lambda_2\mu_1^2 - \lambda_3\mu_2^2 \to 0$,则似乎有任意规范阶层制出现了。但 E. Gildener 仔细分析指出,考虑到单圈对势的贡献以后,树图下的结论不再成立,不再有任意的规范阶层制,一般说来, $M_H/M_L < \alpha^{-\frac{1}{2}}$.

三、SU(3) 规范模型中的计算和结果

正如引言中谈到的,Mohapatra 等人用 O(3) 群作例仔细计算后,发现考虑了单圈 图对有效势的贡献后,任意规范等级制对参量的要求和树图下一致,因而否定了 Gildener 的估计. 现在我们来计算 SU(3) 的情况,进一步讨论这个问题。

SU(3) 规范模型中考虑到单圈的贡献有效势取为

$$V = V^{(0)} + V^{(1)}. (5)$$

其中

$$V^{(0)} = -\mu_1^2 \boldsymbol{\phi}_1^+ \cdot \boldsymbol{\phi} - \mu_2^2 \boldsymbol{\phi}_2^+ \cdot \boldsymbol{\phi}_2 + \lambda_1 (\boldsymbol{\phi}_1^+ \cdot \boldsymbol{\phi}_1)^2 + \lambda_2 (\boldsymbol{\phi}_2^+ \cdot \boldsymbol{\phi}_2)^2 + 2\lambda_3 (\boldsymbol{\phi}_1^+ \cdot \boldsymbol{\phi}_1) (\boldsymbol{\phi}_2^+ \cdot \boldsymbol{\phi}_2) + 2\lambda_4 (\boldsymbol{\phi}_1^+ \cdot \boldsymbol{\phi}_2) (\boldsymbol{\phi}_2^+ \cdot \boldsymbol{\phi}_1),$$
 (6)

而

$$\boldsymbol{\phi}_{i} = \begin{pmatrix} \phi_{i}^{1} \\ \phi_{i}^{2} \\ \phi_{i}^{3} \end{pmatrix} = \frac{\boldsymbol{\phi}_{iR} - i\boldsymbol{\phi}_{iI}}{\sqrt{2}}, \quad i = 1, 2$$
 (7)

是两组 Higgs 复标量粒子;

$$V^{(1)} = \frac{3}{64\pi^2} \operatorname{Tr} \left[M^4(\boldsymbol{\phi}) \ln \frac{M^2(\boldsymbol{\phi})}{\Lambda_{w}} \right]$$
 (8)

是单圈对势的贡献^[3],其中 A_w 是重整化标度,而^[4]

$$(M^{2}(\boldsymbol{\phi}))_{a,b} = \sum_{i=1}^{2} g^{2}(\boldsymbol{\phi}_{i}^{+}, \{\lambda^{a}, \lambda^{b}\}\boldsymbol{\phi}_{i})$$

$$= \sum_{i=1}^{2} g^{2}\left[\left(\boldsymbol{\phi}_{iR}, \frac{\{\lambda^{a}, \lambda^{b}\}}{2} \boldsymbol{\phi}_{iR}\right) + \left(\boldsymbol{\phi}_{iI}, \frac{\{\lambda^{a}, \lambda^{b}\}}{2} \boldsymbol{\phi}_{iI}\right) + i\left(\boldsymbol{\phi}_{iI}, \frac{\{\lambda^{a}, \lambda^{b}\}}{2} \boldsymbol{\phi}_{iR}\right) - i\left(\boldsymbol{\phi}_{iR}, \frac{\{\lambda^{a}, \lambda^{b}\}}{2} \boldsymbol{\phi}_{iI}\right)\right], \qquad (9)$$

这里 le Gell-Mann 矩阵.

要算出 $V^{(1)}$,首先要把 $M^2(\phi)$ 对角化。考虑到质量矩阵只需用到势的二阶导数和极值点的值,我们可以通过区分小量,在保留二阶小量下进行计算。 然后考虑到对称性,SU(3) 与 O(3) 群的关系,并与保留二阶小量下计算的结果相比较,可以得到 $M^2(\phi)$ 矩阵的本征值,

$$m_{1,4}^{2} = m_{2,5}^{2} = g^{2} \{ \boldsymbol{\phi}_{1}^{+} \cdot \boldsymbol{\phi}_{1} + \boldsymbol{\phi}_{2}^{+} \cdot \boldsymbol{\phi}_{2} \mp R_{1} \},$$

$$m_{6}^{2} = m_{7}^{2} = 2g^{2} \{ \boldsymbol{\phi}_{1}^{+} \cdot \boldsymbol{\phi}_{1} + \boldsymbol{\phi}_{2}^{+} \cdot \boldsymbol{\phi}_{2} \},$$

$$m_{3,8}^{2} = \frac{4}{3} g^{2} \{ \boldsymbol{\phi}_{1}^{+} \cdot \boldsymbol{\phi}_{1} + \boldsymbol{\phi}_{2}^{+} \cdot \boldsymbol{\phi}_{2} \pm R_{2} \}.$$
(10)

其中记

$$R_1 = [(\phi_1^+ \cdot \phi_1 - \phi_2^+ \cdot \phi_2)^2 + 4(\phi_1^+ \cdot \phi_2)(\phi_2^+ \cdot \phi_1)]^{\frac{1}{2}},$$

$$R_2 = [(\phi_1^+ \cdot \phi_2 - \phi_2^+ \cdot \phi_2)^2 + (\phi_1^+ \cdot \phi_1)(\phi_2^+ \cdot \phi_2) + 3(\phi_1^+ \cdot \phi_2)(\phi_2 \cdot \phi_1)]^{\frac{1}{2}},$$
这样,我们完成了矩阵 $M^2(\phi)$ 的对角化.

我们取

$$\langle \boldsymbol{\phi}_1 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V_1 \end{pmatrix}, \quad \langle \boldsymbol{\phi}_2 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ V_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{11}$$

其中 V_1 , V_2 是实数。由 $\partial V/\partial \phi = 0$ 及 (11), 可得

$$\mu_1^2 = \left(\lambda_1 + \frac{52}{9}A\right)V_1^2 + \left(\lambda_3 + \frac{22}{9}A\right)V_2^2 + 4AV_1^2 \ln \frac{V_1^2}{M^2}$$

$$+4A(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}) \ln \frac{V_{1}^{2}+V_{2}^{2}}{M^{2}} + \frac{4}{9} A(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}+R) \left(2 + \frac{2V_{1}^{2}-V_{2}^{2}}{R}\right) \times \ln \frac{2(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}+R)}{3M^{2}} + \frac{4}{9} A(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}+R) \left(2 - \frac{2V_{1}^{2}-V_{2}^{2}}{R}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}-R)}{3M^{2}},$$

$$\mu_{2}^{2} = \left(\lambda_{2} + \frac{52}{9} A\right) V_{2}^{2} + \left(\lambda_{3} + \frac{22}{9} A\right) V_{1}^{2} + 4AV_{2}^{2} \ln \frac{V_{2}^{2}}{M^{2}} + 4A(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}) \ln \frac{V_{1}^{2}+V_{2}^{2}}{M^{2}} + \frac{4}{9} A(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}+R) \times \left(2 + \frac{2V_{2}^{2}-V_{1}^{2}}{R}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}+R)}{3M^{2}} + 4A(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}-R)\left(2 - \frac{2V_{2}^{2}-V_{1}^{2}}{R}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2}+V_{2}^{2}-R)}{3M^{2}}.$$

$$(12)$$

其中记

$$R = (V_1^4 + V_2^4 - V_1^2 V_2^2)^{\frac{1}{2}}, \quad \frac{A}{2} = \frac{3g^4}{64\pi^2}, \quad M^2 = \Lambda_w,$$

M为减除点.

这样不难求出 Higgs 标量粒子质量矩阵为

$$(\mu^{2})_{33} = (\mu^{2})_{44} = V_{2}^{2}K_{4}, \quad (\mu^{2})_{55} = 2V_{1}^{2}K_{1}, \quad (\mu^{2})_{99} = 2V_{2}^{2}K_{2},$$

$$(\mu^{2})_{1111} = (\mu^{2})_{1212} = V_{1}^{2}K_{4}, \quad (\mu^{2})_{311} = (\mu^{2})_{113} = V_{1}V_{2}K_{4},$$

$$(\mu^{2})_{412} = (\mu^{2})_{124} = -V_{1}V_{2}K_{4}, \quad (\mu^{2})_{99} = (\mu^{2})_{95} = 2V_{1}V_{2}K_{3}$$

$$(13)$$

所有其余的矩阵元为零。 其中行列的排列顺序为 ϕ_{1R}^i , ϕ_{1

$$K_{1} = \lambda_{1} + \frac{140}{9} A + \frac{4}{9} A \frac{(2V_{1}^{2} - V_{2}^{2})^{2}}{R^{2}} + 4A \ln \frac{V_{1}^{2}}{M^{2}} + 4A \ln \frac{V_{1}^{2} + V_{2}^{2}}{M^{2}}$$

$$+ \frac{2}{9} A \left(8 + 4 \frac{2V_{1}^{2} - V_{2}^{2}}{R} + 3 \frac{V_{2}^{4}(V_{1}^{2} + V_{2}^{2})}{R^{3}}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2} + V_{2}^{2} + R)}{3M^{2}}$$

$$+ \frac{2}{9} A \left(8 - 4 \frac{2V_{1}^{2} - V_{2}^{2}}{R} - 3 \frac{V_{2}^{4}(V_{1}^{2} + V_{2}^{2})}{R^{3}}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2} + V_{2}^{2} - R)}{3M^{2}},$$

$$K_{2} = \lambda_{2} + \frac{140}{9} A + \frac{4}{9} A \frac{(2V_{2}^{2} - V_{1}^{2})^{2}}{R^{2}} + 4A \ln \frac{V_{2}^{2}}{M} + 4A \ln \frac{V_{1}^{2} + V_{2}^{2}}{M^{2}}$$

$$+ \frac{2}{9} A \left(8 + 4 \frac{2V_{2}^{2} - V_{1}^{2}}{R} + 3 \frac{V_{1}^{4}(V_{1}^{2} + V_{2}^{2})}{R^{3}}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2} + V_{2}^{2} + R)}{3M^{2}},$$

$$+ \frac{2}{9} A \left(8 - 4 \frac{2V_{2}^{2} - V_{1}^{2}}{R} - 3 \frac{V_{1}^{4}(V_{1}^{2} + V_{2}^{2})}{R^{3}}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2} + V_{2}^{2} - R)}{3M^{2}},$$

$$K_{3} = \lambda_{3} + 6A + \frac{4}{3} A \frac{V_{1}^{4} + V_{2}^{4}}{R^{2}} + 4A \ln \frac{V_{1}^{2} + V_{2}^{2}}{M^{2}}$$

$$+ \frac{2}{9} A \left(2 + 2 \frac{V_{1}^{2} + V_{2}^{2}}{R} - 3 \frac{V_{1}^{2}V_{2}^{2}(V_{1}^{2} + V_{2}^{2})}{R^{3}}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2} + V_{2}^{2} - R)}{3M^{2}},$$

$$+ \frac{2}{9} A \left(2 - 2 \frac{V_{1}^{2} + V_{2}^{2}}{R} + 3 \frac{V_{1}^{2}V_{2}^{2}(V_{1}^{2} + V_{2}^{2})}{R^{3}}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2} + V_{2}^{2} + R)}{3M^{2}},$$

$$K_{4} = \lambda_{4} + \frac{10}{3} A + 4A \frac{V_{1}^{2} \ln \frac{V_{1}^{2}}{M^{2}} - V_{2}^{2} \ln \frac{V_{2}^{2}}{M^{2}}}{V_{1}^{2} - V_{2}^{2}} + \frac{4}{3} A \left(1 + \frac{V_{1}^{2} + V_{2}^{2}}{R}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2} + V_{2}^{2} + R)}{3M^{2}} + \frac{4}{3} A \left(1 - \frac{V_{1}^{2} + V_{2}^{2}}{R}\right) \ln \frac{2(V_{1}^{2} + V_{2}^{2} - R)}{3M^{2}}$$

$$(14)$$

质量矩阵正定条件为

$$K_4 > 0; \quad K_1 > 0; \quad K_1 K_2 - K_3^2 > 0$$
 (15)

假如任意规范阶层制存在,即 $V_1^2 \gg V_1^2$,则可令 $V_2^2 = e^R V_1^2 (R \gg 1)$. 由 (12) 取减除点 $M^2 = V_1^2$ 可得

$$e^{R} \simeq \frac{(\lambda_{1} + 6.2253A)\mu_{2}^{2} - (\lambda_{3} + 2.7002A)\mu_{1}^{2} + AR\left(\frac{50}{9}\mu_{2}^{2} - \frac{44}{9}\mu_{1}^{2}\right)}{(\lambda_{2} + 6.8006A)\mu_{1}^{2} - (\lambda_{3} + 2.7002A)\mu_{2}^{2} + AR\left(\frac{104}{9}\mu_{1}^{2} - \frac{44}{9}\mu_{2}^{2}\right)}$$
(16)

由此可见,在考虑了单圈对势的贡献后,如果仍然要求有任意阶层的话,必须令

$$\mu_1^2 \approx \frac{44}{104} \mu_2^2$$

$$\lambda_2' \mu_1^2 - \lambda_3' \mu_2^2 \to 0,$$
(17)

及

其中

$$\lambda_2' = \lambda_2 + 6.8006A$$
, $\lambda_3' = \lambda_3 + 2.7002A$,

或即

$$\lambda_3 = 0.4231\lambda_2 + 0.1770A_1$$

和式(3)比较,显然这时参数满足的条件已和树图近似下的不相同,虽然参数这样取法是 允许的,因为只要仍然取树近似时的耦合常数范围

$$\lambda_1$$
, λ_2 , $\lambda_4 > 0$, $\lambda_1 \lambda_2 - \lambda_3^2 > 0$,

就能保证满足质量矩阵正定条件(15),这时

$$K_{1} \approx \lambda_{1} + A \left(\frac{50}{9} R + 16.4475 \right), \quad K_{2} \approx \lambda_{2} + A \left(\frac{104}{9} R + 18.3562 \right),$$

$$K_{3} \approx \lambda_{3} + A \left(\frac{44}{9} R + 7.5891 \right), \quad K_{4} \approx \lambda_{4} + A \left(\frac{20}{3} R + 4.1005 \right),$$

$$K_{1}K_{2} - K_{3}^{2} \approx \lambda_{1}\lambda_{2} - \lambda_{3}^{2} + A \left[2\lambda_{3} \left(\frac{44}{9} R + 7.5891 \right) + \lambda_{1} \left(\frac{104}{9} R + 18.3562 \right) + \lambda_{2} \left(\frac{50}{9} R + 16.4475 \right) \right]. \quad (18)$$

这样一来,我们能否得到结论说,只要把树近似下的参量条件改为单圈近似下的参量条件,就能得到任意的规范阶层制呢?显然不能.正如 Gildener 指出的,这时单圈近似的阶层制很大,就又必须在近似中包含双圈图的贡献,于是单圈近似下的任意规范等级制对参量的要求又是靠不住的.如此继续下去,结果可能是理论对等级制存在内在的限制,或者说在微扰论近似中不存在任意的规范阶层制.

四、SU(5) 模型中的计算和结果

与 SU(3) 模型的计算方法一样. 二组 Higgs 复标量粒子五重态的真空平均值取为

$$\langle \boldsymbol{\phi}_1 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad \langle \boldsymbol{\phi}_2 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_2 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{19}$$

一般是取一个 ϕ 是 24 维的表示,这里为了讨论简单起见,两个 ϕ 都取作 5 维,不过最近也有工作认为应取成两个 5 维复表示^[3]。用 SU(5) 的 24 个生成元计算单圈对势的贡献 (8),得在极点 $M^2(\phi)$ 矩阵的本征值为

$$m_{1}^{2} = m_{2}^{2} = m_{3}^{2} = m_{4}^{2} = m_{5}^{2} = m_{3}^{2} = m_{7}^{2} = m_{8}^{2} = 0,$$

$$m_{7}^{2} = m_{10}^{2} = m_{11}^{2} = m_{12}^{2} = m_{13}^{2} = m_{14}^{2} = g^{2}V_{2}^{2},$$

$$m_{15}^{2} = \frac{4}{5}g^{2}[V_{1}^{2} + V_{2}^{2} \pm R'], \quad R' = \left(V_{1}^{4} + V_{2}^{4} - \frac{7}{4}V_{1}^{2}V_{2}^{2}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$m_{16}^{2} = m_{17}^{2} = m_{18}^{2} = m_{19}^{2} = m_{20}^{2} = m_{21}^{2} = g^{2}V_{1}^{2},$$

$$m_{22}^{2} = m_{23}^{2} = g^{2}(V_{1}^{2} + V_{2}^{2}),$$
(20)

由稳定点 $\partial V/\partial \phi = 0$ 条件求得

$$\mu_{1}^{2} = \left(\lambda_{1} + \frac{264}{25}A + 12A \ln \frac{V_{1}^{2}}{M^{2}} + 4A \ln \frac{V_{1}^{2} + V_{2}^{2}}{M^{2}}\right) V_{1}^{2}$$

$$+ \left(\lambda_{3} + \frac{54}{25}A + 4A \ln \frac{V_{1}^{2} + V_{2}^{2}}{M^{2}}\right) V_{2}^{2} + \frac{4}{5} m_{15}A \left(2 + \frac{2V_{1}^{2} - \frac{7}{4}V_{2}^{2}}{R'}\right) \ln \frac{m_{15}}{M^{2}}$$

$$+ \frac{4}{5} m_{24}A \left(2 - \frac{2V_{1}^{2} - \frac{7}{4}V_{2}^{2}}{R'}\right) \ln \frac{m_{24}}{M^{2}},$$

$$\mu_{2}^{2} = \left(\lambda_{1} \longleftrightarrow \lambda_{2}, V_{1}^{2} \longleftrightarrow V_{2}^{2}\right). \tag{21}$$

假设 $V_1^2/V_1^2 = e^R \gg 1$, 取 $M^2 = V_1^2$, 可得

$$e^{R} \approx \left\{ \left(\lambda_{1} \mu_{2}^{2} - \lambda_{3} \mu_{1}^{2} \right) + A \left[\left(\frac{264}{25} + \frac{62}{100} \ln \frac{8}{5} \right) \mu_{2}^{2} - \left(\frac{54}{25} + \frac{8}{25} \ln \frac{8}{5} \right) \mu_{1}^{2} \right] \right.$$

$$\left. + AR \left(\frac{1662}{100} \mu_{2}^{2} - \frac{108}{25} \mu_{1}^{2} \right) \right\} / \left\{ \left(\lambda_{2} \mu_{1}^{2} - \lambda_{3} \mu_{2}^{2} \right) + A \left[\left(\frac{264}{25} + \frac{128}{25} \ln \frac{8}{5} \right) \mu_{1}^{2} \right.$$

$$\left. - \left(\frac{54}{25} + \frac{8}{25} \ln \frac{8}{5} \right) \mu_{2}^{2} \right] + AR \left(\frac{528}{25} \mu_{1}^{2} - \frac{108}{25} \mu_{2}^{2} \right) \right\}, \tag{22}$$

与 SU(3) 情况一样,结论也是相同的. 只是质量矩阵的正定性条件由于太复杂没有计算,但由 SU(3) 的经验估计,同样可以得到满足.

五、结 论

由于考虑了单圈对势的贡献,一般的情况下 V_3^2/V_1^2 的分母中会出现正比于 A 的项,即相当于耦合常数会变化,因而使规范阶层制受限制. 文献 [2] 中刚好没有这一项,是特殊的情况,即使如此,在考虑了双圈图后是否会出现对阶层制的限制还未定论. 然而,根据本文的计算,对接近于物理实际的 SU(3) 和 SU(5) 规范模型在微扰论中没有任意规范阶层制的事实是肯定的,也是值得注意的.

感谢马千乘同志有益的讨论。

参 考 文 献

- [1] E. Gildener, Phys. Rev., D14(1976), 1667.
- [2] R. N. Mohapatra and G. Senjanoric, Hadronic J., 1(1978), 9.
- [3] S. Coleman and E. Weinberg, Phys. Rev., D7(1973), 1888; S. Weinberg, Phys. Rev., D7(1973), 2887.
- [4] 黄克逊,"规范场理论"讲义,1979,北京。
- [5] Barbieri, R. J. Ellis, M. K. Gaillard, Phys. Lett., 90B(1980), 253.

THE FURTHER DISCUSSION OF GAUGE HIERARCHY

WANG KE-LIN BAO XI-MING LIU ZU-WEI CHEN LIN
(University of Science and Technology of China)

ABSTRACT

In this paper, the Higgs potential of one-loop correction is calculated in the gauge model of SU(3) and SU(5) symmetry. The result shows that there is no arbitrary gauge hierarchy. This is contrasted with the result of Mohapatra et al.