

多带混杂和 $i(\omega)$

顾金南

(中国科学院近代物理研究所)

摘 要

本文讨论了 β 带、 γ 带和基带的混杂对 $i(\omega)$ 的影响,解释了 $i(\omega)$ 在某个 ω 值之后的下降行为,并表明了超带和基态带的交叉点 (ω_c) 附近,超带的排列角动量只是 $i(\omega)$ 的一部份。说明在讨论 $i(\omega)$ 时,考虑多带混杂的影响是必要的。

一、引 言

Bohr 和 Mottelson 定义了 $i(\omega)$ 为超带和基态带的角动量差值^[1]

$$i(\omega) = I_s(\omega) - I_g(\omega).$$

它反映激发的粒子角动量向原子核转动方向排列的程度,因而可称为排列角动量。当超带为转动排列带,在完成转动排列后,激发粒子的排列角动量(近似)不变。

我们在前文^[2]中指出,一些实验上已确认为形状相变的核,例如 ¹⁶⁴Hg, ¹⁸⁶Hg, 仍有较大的 $i(\omega)$ 值,加上其他方面的分析表明, $i(\omega)$ 是一个等效的量。又从现有的实验能谱值发现, $i(\omega)$ 在某个 ω 值之后是下降的,例如 ¹⁶⁴Er, ¹⁵⁶Dy 核。

本文试图从多带交叉混杂方面来讨论这个问题。

二、三带混杂与 $i(\omega)$

设混杂前的 g 带, β 带和 γ 带为 h_g, h_β 和 h_γ , 混杂后为 λ_g, λ_β 和 λ_γ . 混杂矩阵元为 K . 根据振动转动模型^[3]

$$h_g = A_g I(I+1) = A_g \hat{I}^2, \quad K_{g\beta} = \eta_{g\beta}(\hat{I}^2 - 2),$$

$$h_\beta = A_\beta \hat{I}^2 + E_\beta, \quad K_{g\gamma} = \eta_{g\gamma}[(I-1)\hat{I}^2(I+2)]^{\frac{1}{2}} \delta_I; \quad I = 2, 4, \dots$$

$$h_\gamma = A_\gamma(\hat{I}^2 - 4) + E_\gamma, \quad K_{\beta\gamma} = \eta_{\beta\gamma}[(I-1)\hat{I}^2(I+2)]^{\frac{1}{2}} \delta_I; \quad I = 2, 4, \dots$$

A_g, A_β 和 A_γ 是基带、 β 带和 γ 带的转动惯量参数 ($A = \frac{1}{2\mathcal{J}}$); η 是带间混杂参数; E_β, E_γ 是 β 带、 γ 带的带头能量。 A, η 都可以用 E_β, E_γ 和 ε 三个参数表示。

$$\varepsilon = \frac{1}{\mathcal{J}_0}, \quad \hbar = 1. \tag{1}$$

求解三带混杂特征行列式

$$\begin{pmatrix} h_g - \lambda & K_{g\beta} & K_{g\tau} \\ K_{g\beta} & h_\beta - \lambda & K_{\beta\tau} \\ K_{g\tau} & K_{\beta\tau} & h_\tau - \lambda \end{pmatrix} = 0 \quad (2a)$$

或特征多项式

$$\lambda^3 + b_1\lambda^2 + b_2\lambda + b_3 = 0, \quad (2b)$$

即可得到 λ_g 、 λ_β 和 λ_τ 。

在 I 不大或混杂较小时, 可用微扰法求解得到解析表达式

$$\lambda_g = A'_g I^2 - \beta I^4, \quad (3)$$

$$A'_g = \frac{1}{2} \varepsilon \left(1 + 3 \frac{\varepsilon}{E_r} + \frac{3}{2} \frac{\varepsilon}{E_\beta} + 2 \frac{\varepsilon}{E_r} \frac{\varepsilon}{E_r - 2\varepsilon} \right),$$

$$B = \frac{1}{2} \varepsilon \left(\frac{\varepsilon}{E_r} \frac{\varepsilon}{E_r - 2\varepsilon} + 3 \left(\frac{\varepsilon}{E_\beta} \right)^2 \right) \quad (4)$$

令

$$\Delta\lambda_g(I) = \lambda_g(I) - \lambda_g(I-2) = A'_g(4I_g - 2) - 4B(2I_g - 1)(I_g^2 - I_g + 1), \quad (5)$$

对于超带有

$$\lambda_s(I) = \frac{1}{2\mathcal{J}_s} (I - J_s)^2 + \lambda, \quad \Delta\lambda_s(I) = E_r = A_s(4I - 4J_s - 2), \quad (6a)$$

$$\omega_s = \frac{\partial \lambda_s(I)}{\partial I} = \frac{E_r}{2}. \quad (6b)$$

这里 $\mathcal{J}_s(A_s)$ 和 J_s 是超带的转动惯量和排列角动量。于是由 (5) 式和 (6) 式有

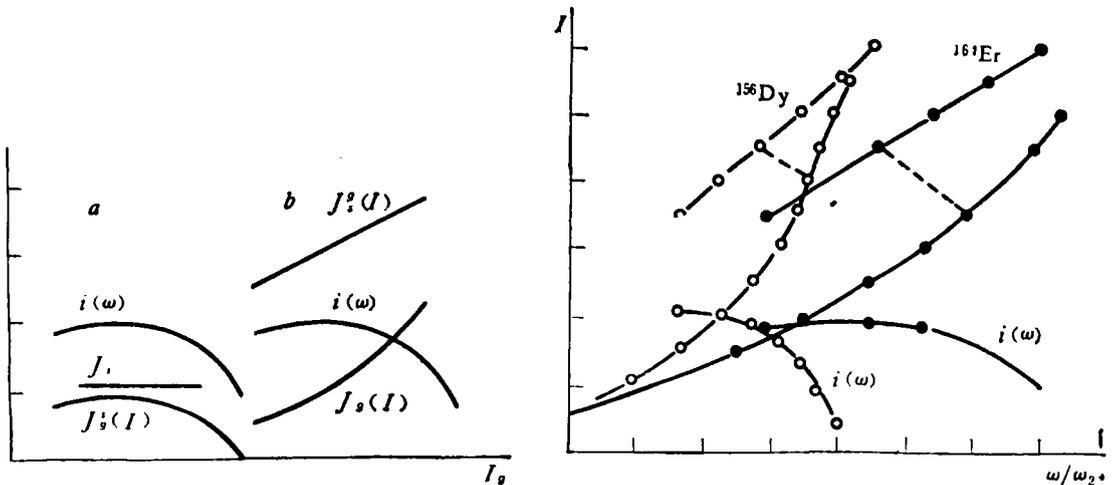


图 1 示意图

图 2 实验的 ^{156}Dy ^{164}Er 的 $i(\omega)$

$$\begin{aligned} i(\omega) &= I_s - I_g = J_s + \left(\frac{A'_g}{A_s} - 1 \right) \left(I_g - \frac{1}{2} \right) - \frac{B}{A_s} (2I_g - 1)(I_g^2 - I_g + 1) \\ &= J_s - J'_g(I). \end{aligned} \quad (7)$$

如

$$\Delta\lambda_s(I) = A'_s(4I - 4J'_s(I) - 2), \quad (6c)$$

则 $J_g^s(I)$ 一般与 I 有关, 由 (5) 式和 (6c) 式有

$$i(\omega) = J_g^s(I) - \frac{B}{A_g'} (2I_g - 1)(I_g^2 - I_g + 1) = J_g^s(I) - J_g(I). \quad (8)$$

(7) 式和 (8) 式示意如图 1 (a), (b), 图 1 (a), (b) 中的 $i(\omega)$ 相同, 但 J_g 和 J_s 的表示式不同. 图 2 是 ^{156}Dy , ^{164}Er 的实验的 $i(\omega)$ 值^[5].

三、讨 论

1. 众所周知, 超带(转动排列带)与基态带、 β 带(可能还有 γ 带)的混杂较小, 一般可由交叉点处能量差 ($E_s(I_c) - E_g(I_c)$) 估计约为几十 KcV. 而根据 (1) 式(对 ^{154}Gd) 的估计^[4]

$$\begin{aligned} \eta_{g\beta} &= -8.64\text{KcV}, & K_{g\beta} &= 2.33\text{MeV}, & \eta_{g\gamma} &= -4.22\text{KcV}, \\ K_{g\tau} &= 1.14\text{MeV}, & \eta_{\beta\tau} &= 3.38\text{KcV}, & K_{\beta\tau} &= 0.92\text{MeV}. \end{aligned} \quad (9)$$

如果 $K_{s\beta}(I_c)$ 中的 $I_c \approx 16$, 则 $K_{g\beta}$, $K_{g\tau}$, $K_{\beta\tau}$ 比 $K_{s\beta}$, $K_{s\gamma}$ (可能 $K_{s\tau}$) 大一个量级以上. 如考虑四带交叉混杂, 则超带在混杂前后的变化很小^[6], 主要是交叉点处变化大些, 所以可分别考虑它和混杂后的基态带, β 带和 γ 带的交叉混杂.

2. 对于基态带 $I = R$, 而对于超带 $I = R + J_s$. 在低自旋处 J_s (在转动方向的投影) 是缓慢上升还是突然增大到最大值的, 至今还不太清楚, 但在转动排列完成后, 其 J_s 值应(或近似地)不随 ω 而变. (6a) 式就是这种情况. 从 ^{164}Er 的实验能谱^[5]看, 的确是这种情况. 它的能量的二级差分 $\Delta^2 E(I) = A_s' \times 8 = 75\text{KcV}$, 得到 $J_s = 4.0$, A_s , J_s 都是常数值. 但是如果变换成 (6c) 式, 则 J_s 变成为

$$J_s^s(I) = \left[\left(\frac{A_g'}{A_s} - 1 \right) \left(I_s - \frac{1}{2} \right) + J_s \right] \cdot \frac{A_s}{A_g'}, \quad (10)$$

而 (7) 式中的 $J_g^s(I)$, 是基态带的带效排列角动量. J_s 和 J_g^s 的意义是不同的, 前者是准粒子的转动排列对 $i(\omega)$ 的贡献, 而后者是其它项的贡献.

3. $J_g^s(I)$ 项的影响. 从 (7) 式可见, 第一项 J_s 是常数值. 对不同形变区 $J_g^s(I)$ 对 $i(\omega)$ 的影响是不同的.

大形变核: $A_s \lesssim A_g'$, $\left(\frac{A_g'}{A_s} - 1 \right)$ 很小; 由于 ϵ 小 (E_τ, E_β 大), $\frac{B}{A_s}$ 也小. 第二项和第三项都很小, $i(\omega)$ 基本上就是常数值; 中等形变核: 如图 1 (a), (b) 所示; 小形变核: A_s 一般比 A_g' 小几倍, ϵ 值也大, 所以第二项和第三项都大, $i(\omega)$ 值上升很快, 直至最大值后又很快下降; 小形变核, 但超带为形状相变的带. 例如 ^{164}Hg 等. 由于基态带近似为振动谱, 又加上基带, β 带等与超带的混杂很大, 情况比较复杂. (6a) 式不适用, (6a) 式中 J_s , A_s 也不可能是常量. 总之, 对三种形变核, 能说明 $i(\omega)$ 在一定的 ω 值之后的下降趋势.

4. $I_{g\max}$, 我们求 $J_g^s(I)$ (也即 $i(\omega)$) 的极值, 因为 I 不是连续量, 仍用差分,

$$\begin{aligned} \Delta i(\omega) &= i(\omega, I_g) + i(\omega, I_g - 2) = 0, \\ I_{g\max} &= \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{B} (A_g' - A_s)}. \end{aligned} \quad (11)$$

用 (4) 式和 (11) 式, 对 ^{156}Er , ^{164}Er ; 计算 $I_{g\max}^s \approx 4$ 和 8, 而实验值 $I_{g\max}^s \approx 6$ 和 10. 如果

不是微扰解, 而是严格解 (2a) 式或 (2b) 式, 则 $I_{g\max}^T$ 预期将和 $I_{g\max}^E$ 相近. 类似地可求 $i(\omega) = J_s$ 的 I_g 值, 即 $J_g'(I) = 0$ 的 I_g 值. 对于不同核, 它随 ω_c/ω_2+ 增加而增加. 将 $I_{g\max}$ 代入 (7) 式, 便可得到 $i_{\max}(\omega)$.

总结 2, 3, 4 各点, 可以看到, 对轻稀土区 $Z = 66, 68, 70$ 等同位素核, 随着中子对的添加, 形变增大, $I_{g\max}$ 增大, $J_g'(I)$ 曲线变得平缓. 由于 $i'(\omega)$ 下降和 J_s 的下降, ($N = 96$ 的核例外) 使 $J_{g\max}'(I)$ 也下降.

综上所述, 我们分析了三带混杂对基带的影响. 如果将混杂后的基带称为基态带, 即实验测到的带, 则 $i(\omega)$ 的表示式为 (7) 式. $i(\omega)$ 由两部分所组成, 一部分是准粒子转动排列的贡献 (J_s 近似为常量), 另一部分是其它项的贡献. 同时, 解释了 $i(\omega)$ 在某个 ω 值之后的下降行为, 而且认为软核比硬核要下降的更快些. ^{156}Dy ($\frac{E(4^+)}{E(2^+)} = 2.93$) 比 ^{164}Er ($\frac{E(4^+)}{E(2^+)} = 3.28$) 软些, 实验的 $i(\omega)$ 值是下降的快些 (图 2). 在三带混杂中, 对 (2) 式求近似解, 是为了得到 $i(\omega)$ 的解析表达式, 便于分析讨论, 要作定量计算这是不够的. 这里得到的 $A_s(\frac{1}{2J_s})$ 也是比较合理的, 例如 $^{156}\text{Er}(2J_s \approx 100 \text{ MeV}^{-1})$ $^{162}\text{Er}(2J_s \approx 110 \text{ MeV}^{-1})$ 与负宇称转动排列带的 $2J_s$ 相近. 如果这种图象或解释是合理的, 则预期这种现象—— $i(\omega)$ 在某个 ω 值后下降, 而且软核比硬核下降得要快些——在实验 $i(\omega)$ 中可能将是普遍的. 目前只有 ^{156}Dy , ^{164}Er 核实验数据较多. 希望不久以后能有更多核的实验数据, 以便对一些问题深入讨论.

作者感谢兰州大学徐躬耦先生的宝贵意见和有益讨论.

参 考 文 献

- [1] A. Bohr, B. R. Mottelson, Proc. Int. Conf. on Nuclear Structure (Tokyo) 1977; *Phys. Today*, **32**(1979), No. 5, 27.
- [2] R. M. Lieder, H. Ryde, *Advances in Nucl. Phys.*, **10**(1978), 1.
- [3] J. M. Eisenberg, W. Greiner, *Nuclear Model*, (1970), 152; Y. EL. Masrt et al., *Nucl. Phys.*, **A271**(1976), 133.
- [4] D. Ward et al., *Nucl. Phys.*, **A332**(1979), 433; N. R. Johnson et al., *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 151.
- [5] 顾金南、王正大, 高能物理与核物理, **4**(1980), 652.

THE MULTIBAND MIXING AND THE $i(\omega)$

GU JIN-NAN

(Institute of Modern Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The effect for the mixing of the three-band, the g , γ and β bands, on the $i(\omega)$ is discussed. The decreasing behavior for $i(\omega)$ after some value is interpreted, and it is shown that near the crossing point (ω_c) of the s and g bands, rotation-aligned angular momentum of the quasiparticle is only a part of the total $i(\omega)$.