

双重子系统的 SU_6 么正对称性

张禹顺 王滩滩 李扬国

(中国科学院高能物理研究所)

陈晓天 阮图南

(中国科学技术大学)

摘 要

本文提出在双重子系统中,自旋为 $\frac{1}{2}$ 的质子、中子和 Λ 超子组成 SU_6 群的基础粒子。因此,双重子系统必须按 SU_6 群分类。 SU_6 群把自旋为 0 的奇异相似态和自旋为 1 的奇异相似态联系起来。由于 Λ 超子和核子之间存在着“原始”质量差,破坏了 SU_6 么正对称性。因此 SU_3 给了自旋相同奇异相似态间的质量关系,而 SU_6 给出了自旋为 0 和 1 的奇异相似态间的质量关系。

一、引 言

在 SU_3 群中,具有不同自旋的粒子属于不同的表示,它们彼此独立。例如自旋为 0 的奇异核与自旋为 1 的奇异核彼此独立;自旋为 $\frac{1}{2}$ 的奇异核与自旋为 $\frac{3}{2}$ 的奇异核彼此独立等等。但实验表明它们之间是有一定联系的。

本文就是在文献[1]的基础上,考虑不同自旋的奇异核之间的联系。为了建立这种联系,我们把 SU_3 群扩充到 SU_6 群。

众所周知,如果略去 Λ 超子与核子之间的质量差,那末,自旋为 $\frac{1}{2}$ 的质子、中子和 Λ 超子组成 SU_6 对称空间的基础粒子,它们的波函数为

$$\phi_A = \chi_r \phi_\alpha \quad (A = 1, 2, \dots, 6; \quad r = 1, 2; \quad \alpha = 1, 2, 3) \quad (1.1)$$

其中 χ_r 为自旋波函数

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

ϕ_α 为 SU_3 波函数。力学量电荷 \hat{Q} , 奇异量子数 \hat{S} , 同位旋三分量 \hat{T}_1, \hat{T}_2 , 和 \hat{T}_3 , 重子数 \hat{B} 和超荷 \hat{Y} 的定义和文献[1]同。

显然盖尔曼-西岛规则成立:

$$\hat{Q} = \hat{T}_3 + \frac{1}{2} \hat{Y} \quad (1.2)$$

我们在这个基础上讨论奇异核的分类。为此,我们作如下的假设:(i)在中、低能的情况下,束缚层子的超强作用达到饱和,不显露,以致重子仅仅通过强作用组成奇异核。(ii)强作用是 SU_6 不变的。因此,在奇异核中,强作用给出的能级是 SU_6 退化的。这种能级对应于奇异相似态的能级。(iii) Λ 超子等奇异粒子与核子间存在的“原始”质量差,导致么正对称的 T_3^2 破坏。利用 T_3^2 破坏的质量公式,可计算奇异核的能谱。

根据以上假设,我们将在下一节论述双重子系统;在第三节中对双重子系统的理论结果作进一步分析和与实验作比较。

二、双重子系统

双重子系统是由两个自旋为 $\frac{1}{2}$ 的重子组成的系统。显然,这个系统的 SU_6 波函数可以分解为下列两个不可约表示:

$$\psi_{AB} = \psi_A \psi_B = \psi_{[AB]} + \psi_{(AB)}. \quad (2.1)$$

其中 $\psi_{[AB]}$ 是反对称波函数, $\psi_{(AB)}$ 是对称波函数

$$\psi_{(AB)} = \frac{\psi_A \psi_B + \psi_B \psi_A}{2}, \quad (2.2)$$

$$\psi_{[AB]} = \frac{\psi_A \psi_B - \psi_B \psi_A}{2}. \quad (A, B = 1, 2, \dots, 6) \quad (2.3)$$

显然,双重子系统的自旋波函数可分为对称和反对称两部分,反对称的是自旋单态;对称的是自旋三重态。同样,双重子的么旋波函数亦可分为对称和反对称两部分。即

$$\psi_{(AB)} = \chi_{(rs)} \phi_{(\alpha\beta)} + \chi_{[rs]} \phi_{[\alpha\beta]}, \quad (2.4)$$

$$\psi_{[AB]} = \chi_{[rs]} \phi_{(\alpha\beta)} + \chi_{(rs)} \phi_{[\alpha\beta]}. \quad (2.5)$$

其中自旋三重态为

$$\chi_{(rs)} = \frac{\chi_r \chi_s + \chi_s \chi_r}{2}, \quad (2.6)$$

或记为 $\chi_{1\mu}$

$$\chi_{11} = \chi_{(11)}, \quad \chi_{1-1} = \chi_{(22)}, \quad \chi_{10} = \sqrt{2} \chi_{(12)}.$$

自旋单态为

$$\chi_{[rs]} = \frac{\epsilon_{rs} (\chi_1 \chi_2 - \chi_2 \chi_1)}{2} = \frac{\epsilon_{rs}}{\sqrt{2}} \chi_{00}. \quad (2.7)$$

而 SU_3 对称波函数为

$$\phi_{(\alpha\beta)} = \frac{\phi_\alpha \phi_\beta + \phi_\beta \phi_\alpha}{2} \quad (2.8)$$

即:

$$\begin{aligned} \phi_{(11)} &= pp, & \phi_{(22)} &= nn, & \phi_{(33)} &= \Lambda\Lambda, \\ \phi_{(12)} &= \frac{pn + np}{2}, & \phi_{(13)} &= \frac{p\Lambda + \Lambda p}{2}, & \phi_{(23)} &= \frac{n\Lambda + \Lambda n}{2}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

SU_3 反对称波函数为

$$\phi_{[\alpha\beta]} = \frac{\phi_\alpha\phi_\beta - \phi_\beta\phi_\alpha}{2} \quad (2.10)$$

即

$$\phi_{[12]} = \frac{pn - np}{2}, \quad \phi_{[13]} = \frac{p\Lambda - \Lambda p}{2}, \quad \phi_{[23]} = \frac{n\Lambda - \Lambda n}{2}, \quad (2.11)$$

因此, SU_6 反对称波函数是 $6 \oplus 9 = 15$ 重态; 其中自旋为零的六重态是

$$\chi_{00} \cdot pp, \quad \chi_{00} \cdot nn, \quad \chi_{00} \cdot \Lambda\Lambda, \quad (2.12)$$

$$\chi_{00} \cdot \frac{pn + np}{\sqrt{2}}, \quad \chi_{00} \cdot \frac{p\Lambda + \Lambda p}{\sqrt{2}}, \quad \chi_{00} \cdot \frac{n\Lambda + \Lambda n}{\sqrt{2}},$$

自旋为 1 的 9 重态是:

$$\chi_{1\mu} \cdot \frac{pn - np}{\sqrt{2}}, \quad \chi_{1\mu} \cdot \frac{p\Lambda - \Lambda p}{\sqrt{2}}, \quad \chi_{1\mu} \cdot \frac{n\Lambda - \Lambda p}{\sqrt{2}}, \quad (2.13)$$

$$(\mu = 0, \pm 1)$$

(2.12)、(2.13) 是双重子系统的反对称 15 重态. SU_6 对称波函数是 $3 \oplus 18 = 21$ 重态. 其中自旋为零的三重态是:

$$\chi_{00} \cdot \frac{pn - np}{\sqrt{2}}, \quad \chi_{00} \cdot \frac{p\Lambda - \Lambda p}{\sqrt{2}}, \quad \chi_{00} \cdot \frac{n\Lambda - \Lambda n}{\sqrt{2}}, \quad (2.14)$$

自旋为 1 的 18 重态是:

$$\chi_{1\mu} \cdot pp, \quad \chi_{1\mu} \cdot nn, \quad \chi_{1\mu} \cdot \Lambda\Lambda, \quad (2.15)$$

$$\chi_{1\mu} \cdot \frac{pn + np}{\sqrt{2}}, \quad \chi_{1\mu} \cdot \frac{p\Lambda + \Lambda p}{\sqrt{2}}, \quad \chi_{1\mu} \cdot \frac{n\Lambda + \Lambda n}{\sqrt{2}},$$

(2.14)、(2.15) 是双重子系统的对称 21 重态.

如果重子波函数的正交归一化条件为:

$$\phi_A^\dagger \phi_B = \delta_{AB}, \quad (2.16)$$

则双重子系统的波函数满足如下正交归一化条件:

$$\text{Tr } \phi_{AB}^\dagger \phi_{A'B'} = \delta_{A'A} \delta_{B'B}. \quad (2.17)$$

由于在无穷小变换下

$$\phi_{A'}' = \phi_A + i\theta_{aj}\sigma_a\lambda_j\phi_A \quad (2.18)$$

其中 $\sigma_0 = 1$; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 为泡里矩阵; $\lambda_0; \lambda_1, \dots, \lambda_8$ 是盖尔曼矩阵; 所以

$$\phi_{AB}' = \phi_{AB}' = \phi_{AB} + i\theta_{aj}X_{aj}\phi_{AB}. \quad (2.19)$$

其中

$$X_{aj} = \sigma_a(1)\lambda_j(1) + \sigma_a(2)\lambda_j(2),$$

$$(a = 0, 1, 2, 3; j = 0, 1, \dots, 8) \quad (\theta_{00} = 0)$$

是 SU_6 群的生成元.

由此给出双重子系统的量子数

$$\left. \begin{aligned} \text{电 荷 } \hat{Q} &= \hat{Q}(1) + \hat{Q}(2); \quad \text{奇异量子数 } \hat{S} = \hat{S}(1) + \hat{S}(2); \\ \text{重 子 数 } \hat{B} &= \hat{B}(1) + \hat{B}(2); \quad \text{超 荷 } \hat{Y} = \hat{Y}(1) + \hat{Y}(2); \\ \text{同 位 旋 } \hat{T}_1 &= \hat{T}_1(1) + \hat{T}_1(2), \quad \hat{T}_2 = \hat{T}_2(1) + \hat{T}_2(2), \\ &\hat{T}_3 = \hat{T}_3(1) + \hat{T}_3(2); \\ \text{自 旋 } \mathbf{S} &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}(1) + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}(2) \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

显然, 盖尔曼-西岛规则成立:

$$\hat{Q} = \hat{T}_3 + \frac{1}{2} Y. \tag{2.21}$$

为了便于分析,我们把相同的 J (总角动量) 和 L (轨道角动量) 的 21 重全对称态量子数列于表 1. 15 重反对称态量子数列于表 2.

表 1

	1L_J			3L_J					
	[pn]	[pA]	[nA]	{pp}*	{pn}*	{nn}*	{pA}*	{nA}*	{AA}*
Q	1	1	0	2	1	0	1	0	0
T_3	0	1/2	$-\frac{1}{2}$	1	0	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
T	0	1/2	1/2	1	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Y	2	1	1	2	2	2	1	1	0
S	0	0	0	1	1	1	1	1	1

表中有*者代表自旋三重态;不带*者,代表自旋单态.

表 2

	1L_J						3L_J		
	{pp}	{pn}	{nn}	{pA}	{nA}	{AA}	[pn]*	[pA]*	[nA]*
Q	2	1	0	1	0	0	1	1	0
T_3	1	0	-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
T	1	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
Y	2	2	2	1	1	0	2	1	1
S	0	0	0	0	0	0	1	1	1

表中有*者代表自旋三重态;不带*者,代表自旋单态.

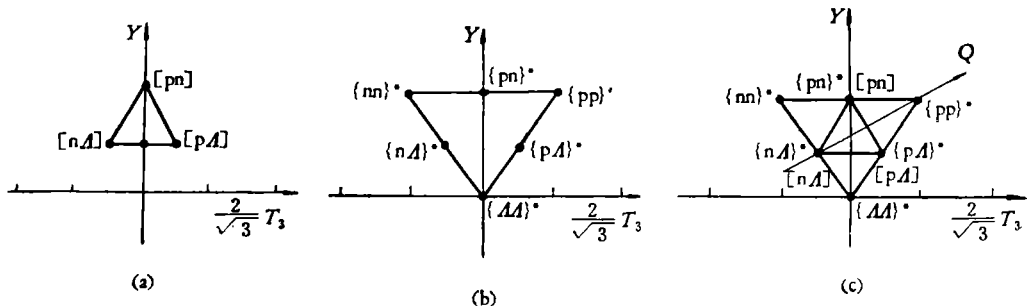


图 1 21 重态分类图

(a) 自旋单态分类图 (b) 自旋三重态分类图 (c) 21 重态分类图

上述 36 重态可以画成相应的分类图, 见图 1, 2.

以 T_3^2 为微扰就可以导出 SU_6 质量公式. 同一个 SU_6 不可约表示的质量公式为

$$M(TYS) = M_0 + a_1 Y + a_2 \left[T(T+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right] + a_3 S(S+1). \quad (2.22)$$

式中 T 是同位旋, Y 是超荷, S 是自旋. 利用 (2.22) 式可以给出奇异相似态的质量关系.

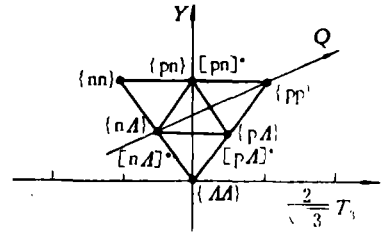


图 2 15 重态分类图

对于 SU_6 15 重态, $\psi_{[AB]}$ 的质量公式如下

$$S = 0 \begin{cases} M_{\{pp\}} = M_0 + 2a_1 + a_2, \\ M_{\{pA\}} = M_0 + a_1 + \frac{1}{2} a_2, \\ M_{\{AA\}} = M_0, \end{cases} \quad (2.23)$$

$$S = 1 \begin{cases} M_{[pn]^*} = M_0 + 2a_1 - a_2 + 2a_3, \\ M_{[pA]^*} = M_0 + a_1 + \frac{1}{2} a_2 + 2a_3, \end{cases}$$

解得

$$M_0 = M_{\{AA\}}, \quad a_1 = \frac{M_{[pn]^*} - M_{[pA]^*}}{4} + 3 \frac{M_{\{pp\}} - M_{\{AA\}}}{8}, \quad (2.24)$$

$$a_2 = \frac{M_{[pA]^*} - M_{[pn]^*}}{2} + \frac{M_{\{pp\}} - M_{\{AA\}}}{4}, \quad a_3 = \frac{M_{[pA]^*} - M_{\{pA\}}}{2}.$$

并给出 15 重态的质量关系

$$M_{\{pp\}} + M_{\{AA\}} = 2M_{\{pA\}}, \quad M_{\{pp\}} = M_{\{nn\}} = M_{\{pn\}}, \quad (2.25)$$

$$M_{\{pA\}} = M_{\{nA\}}, \quad M_{[pA]^*} = M_{[nA]^*}.$$

对于 SU_6 21 重态 $\psi_{[AB]}$ 的质量公式如下:

$$S = 1 \begin{cases} M_{\{pp\}^*} = M_0 + 2a_1 + a_2 + 2a_3, \\ M_{\{pA\}^*} = M_0 + a_1 + \frac{1}{2} a_2 + 2a_3, \\ M_{\{AA\}^*} = M_0 + 2a_3, \end{cases} \quad (2.26)$$

$$S = 0 \begin{cases} M_{[pn]} = M_0 + 2a_1 - a_2, \\ M_{[pA]} = M_0 + a_1 + \frac{1}{2} a_2, \end{cases}$$

解得:

$$M_0 = -M_{\{pA\}^*} + M_{\{AA\}^*} + M_{[pA]}, \quad (2.27)$$

$$4a_1 = M_{\{pp\}^*} + M_{\{pA\}^*} - 2M_{\{AA\}^*} + M_{[pn]} - M_{[pA]},$$

$$2a_2 = M_{\{pp\}^*} - M_{\{pA\}^*} - M_{[pn]} + M_{[pA]},$$

$$2a_3 = M_{\{pA\}^*} - M_{[pA]},$$

并给出 21 重态的质量公式

$$M_{\{pp\}^*} + M_{\{AA\}^*} = 2M_{\{pA\}^*}, \quad M_{\{pp\}^*} = M_{\{nn\}^*} = M_{\{pn\}^*}, \quad (2.28)$$

$$M_{\{pA\}^*} = M_{\{nA\}^*}, \quad M_{[pA]} = M_{[nA]}.$$

三、结果与讨论

从双重子系统的 SU_6 么正对称性理论, 我们可以得到如下的结论:

1. p , n 和 Λ 可以有六种双重子:

$$pp, nn, pn, p\Lambda, n\Lambda \text{ 和 } \Lambda\Lambda.$$

按 SU_6 分类, 从图 1 和 2 可以看出, 它们有十类能谱:

- | | |
|-----------------------------------|--|
| (i) $\{pp\}, \{pn\}, \{nn\}$ | (vi) $\{pp\}^*, \{pn\}^*, \{nn\}^*$ |
| (ii) $\{p\Lambda\}, \{n\Lambda\}$ | (vii) $\{p\Lambda\}^*, \{n\Lambda\}^*$ |
| (iii) $\{\Lambda\Lambda\}$ | (viii) $\{\Lambda\Lambda\}^*$ |
| (iv) $[p\Lambda]^*, [n\Lambda]^*$ | (ix) $[p\Lambda], [n\Lambda]$ |
| (v) $[pn]^*$ | (x) $[pn]$ |

2. 同一类能谱的 T , Y 和 S 相同. 所以它们的质量相等 (当然, 轨道角动量也应相同). 文献 [2] 中的实验数据, 在 2% 范围内, 支持了这一点 (见表 3).

表 3 (单位 GeV)

	pp 态		pn 态		表 示	平均质量
	同 位 旋	质 量	质 量	同 位 旋		
1D_2	1	2.14	2.10	1	SU_6 15 重态	2.12
3F_3	1	2.22	2.26	1	SU_6 21 重态	2.24
1G_4	1	2.50	2.50	1	SU_6 15 重态	2.50

3. 实验上^[3]测量了 $p\Lambda$, $\Lambda\Lambda$ 共振态的质量为

$$M_{(p\Lambda)^*} = 2.256 \text{ GeV},$$

$$M_{(\Lambda\Lambda)^*} = 2.336 \text{ GeV}.$$

实验上没有测出它们的自旋、宇称, 因此我们作如下分析:

(i) 若假定 $p\Lambda$ 共振态 2.256 GeV 的自旋为 0, 则 15 重态由质量关系 (2.25) 式给出

$$M_{(\Lambda\Lambda)^*} = 2 \times 2.256 - 2.12 = 2.392 \text{ GeV}.$$

(ii) 若假定 $p\Lambda$ 共振态 2.256 GeV 的自旋为 1, 则由 21 重态质量关系 (2.28) 式给出

$$M_{(\Lambda\Lambda)^*} = 2 \times 2.256 - 2.24 = 2.272 \text{ GeV}.$$

(iii) 若假定 $\Lambda\Lambda$ 共振态 2.336 GeV 的自旋为 0, 则由 15 重态质量关系 (2.25) 式给出

$$M_{(p\Lambda)^*} = \frac{2.12 + 2.336}{2} = 2.228 \text{ GeV}$$

(iv) 若假定 $\Lambda\Lambda$ 共振态 2.336 GeV 的自旋为 1, 则由 21 重态质量关系 (2.28) 式给出

$$M_{(p\Lambda)^*} = \frac{2.24 + 2.336}{2} = 2.288 \text{ GeV}.$$

(v) 若假定 pA 共振态 2.256 GeV 的自旋为 0, 又假定 $\Lambda\Lambda$ 共振态 2.336 GeV 的自旋为 0, 则由 15 重态质量关系 (2.25) 式给出

$$\frac{M_{(pp)实} + M_{(\Lambda\Lambda)实}}{2} = \frac{2.12 + 2.336}{2} = 2.228 \text{ GeV} = M'_{(pA)实}$$

而

$$M_{(pA)实} = 2.256 \text{ GeV.}$$

所以, 15 重态质量关系 (2.25) 式成立的相对误差

$$\frac{2.256 - 2.228}{2.256} = 1.2\%$$

(vi) 同理可得 21 重态质量关系 (2.28) 式成立的相对误差:

$$\frac{2.288 - 2.256}{2.288} = 1.4\%,$$

这几种可能列于表 4 中.

表 4 (单位 GeV)

	pp 和 pn 的平均质量	pA	$\Lambda\Lambda$	注
1D_2	2.12	2.256 (实)	2.392 (理)	1.2%
		2.228 (理)	2.336 (实)	
		2.256 (实)	2.336 (实)	
3F_3	2.24	2.256 (实)	2.272 (理)	1.4%
		2.288 (理)	2.336 (实)	
		2.256 (实)	2.336 (实)	

从表 4 可以看出, 虽然从理论上不能预测 2.256 GeV 或 2.336 GeV 属于 1D_2 还是 3F_3 . 但是它们决不会填到 G 波上去. 因为在同一个奇异相似态中 pA 的质量总是要比 pp 的质量大. 而 pp 的 G 波已达到 2.5 GeV (见表 3). 所以, 如果实验上测到 2.256 GeV 或 2.336 GeV 的轨道量数, 它们不会是 G 波, 而是在表 4 中.

4. SU_3 给出了奇异相似态间的质量关系; 而 SU_6 把自旋为 0 的奇异相似态和自旋为 1 的奇异相似态统一为一个表示. 并且给出了它们的质量关系.

5. 目前, 在实验上只发现 pA 和 $\Lambda\Lambda$ 的共振态, 没有发现束缚态. 因此, 我们可以假定它们没有束缚态, 结合能为 0. 而 pA 和 $\Lambda\Lambda$ 的基态就是自由态. 它们和氘核 pn 基态组成同一个奇异相似态. 因此, 它们必须满足质量关系

$$M_{pA} = \frac{M_D + M_{\Lambda\Lambda}}{2}.$$

其中

$$M_{pA} = M_p + M_A = 2.0539 \text{ GeV}, \quad (A)$$

$$M_{\Lambda\Lambda} = 2M_A = 2.2312 \text{ GeV}.$$

又从 D 核基态能量 1.8756 GeV 而给出

$$M_{pA} = \frac{M_D + 2M_A}{2} = \frac{1.8756 + 2.2312}{2}$$

$$= 2.0534 \text{ GeV}. \quad (B)$$

可见 (A) 和 (B) 二者在 0.024% 精确度内符合. 因此, pA 和 $\Lambda\Lambda$ 的结合能可能为 0. 也可

能结合能很小,组成一个松散的束缚态. 例如: 若 $p\Lambda$ 和 $\Lambda\Lambda$ 存在束缚态,它们的质量为

$$M_D = M_p + M_n - B_D = 1.8756 \text{ GeV},$$

$$M_{p\Lambda(\text{重})} = M_p + M_\Lambda - B_{p\Lambda},$$

$$M_{\Lambda\Lambda(\text{重})} = 2M_\Lambda - B_{\Lambda\Lambda}.$$

其中 B_D , $B_{p\Lambda}$ 和 $B_{\Lambda\Lambda}$ 分别为氘核、 $p\Lambda$ 和 $\Lambda\Lambda$ 的结合能. 代入质量关系

$$M_{p\Lambda(\text{重})} = \frac{M_D + M_{\Lambda\Lambda(\text{重})}}{2}$$

则得 $2B_{p\Lambda} - B_{\Lambda\Lambda} = B_D = 2.2526 \text{ MeV}$, 亦即,它们的结合能必须满足上述关系.

6. 从理论上、能级 $[p\Lambda]$ 与 $\{p\Lambda\}^*$ (或 $[p\Lambda]^*$ 与 $\{p\Lambda\}$) 只相差自旋质量差 (见表 1 或表 2). 因此若实验上测定了能级 $[p\Lambda]$, 就可以从理论上确定 a_3 , 从而给出 $[pn]$ 能级 (或 $[pn]^*$).

我们对双重子系统作了初步的探讨,目前实验数据尚少,期望有更多的实验结果来检验这个理论.

参 考 文 献

- [1] 陈晓天、张禹顺、李扬国、阮图南, 高能物理与核物理, 4(1980), 445.
- [2] Y. Nambu, "XIX Int. Conf. on High Energy Physics", Tokyo, 1978.
- [3] A. Yokosawa, "XIX Int. Conf. on High Energy Physics," Tokyo, 1978.

SU_c UNITARY SYMMETRY IN DIBARYON SYSTEMS

ZHANG YU-SHUN WANG WEI-WEI LI YANG-GUO

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

CHEN XIAO-TIAN RUAN TU-NAN

(*University of Science and Technology of China*)

ABSTRACT

A picture of the dibaryon system is proposed. If the fundamental particles of SU_c group are three baryons p , n and Λ which have spin $1/2$, then the dibaryon system must be classified according to SU_c group. SU_c group connect the strange analogy state of spin 0 with strange analogy state of spin 1. The "original" mass difference between Λ hyperon and nucleon leads to the SU_c symmetry breaking. Then, SU_c gives the mass relations between strange analogy states of same spin, and SU_c gives mass relations between the different strange analogy states of spin 0 and 1.