伍经元 谢诒成 (中国科学院高能物理研究所)

摘 要

我们试用一个简单的火球模型来解释在质子-原子核碰撞中 $R_A = \langle N_A \rangle / \langle N_N \rangle$ 对原子核"厚度" 5 缓慢的增长,其中 $N_A 与 N_N 分别为质子-原子核和质子-核子碰撞的带电多重数。 赝快度分布 <math>dN_A/d\eta$ 也作了讨论。在这个模型中, *介子是由碰撞中产生的火球衰变出来的。 当入射能量 $E_{lab} \gtrsim 50 \text{GeV}/c^2$ 时,这些火球膨胀至熱力学平衡的时间很长,使得衰变时,火球已完全离开了原子核。 因此多重数大大减低。

这个模型在没有自由参数下,很满意地拟合了实验的质子-质子碰撞带电多 重数与 E_{lab} 的关系, R_A 与 i 的关系及 R_{ABK} 与 E_{lab} 的关系. 假如引进一个角动 量平衡参数,则可得出 dN_A/dη,除大η区外,与实验值拟合很好.



近年来,强子与原子核的高能碰撞引起了人们的兴趣^(1,1),因为借此我们可以研究强子与强子之间相互作用的时空发展.这种过程有两点奇特的现象:(i)强子-原子核碰撞的 平均带电多重数 $\langle N_A \rangle$ 与强子-核子碰撞的平均带电多重数 $\langle N_N \rangle$ 之比 $R_A \equiv \langle N_A \rangle / \langle N_N \rangle$ 对原子核数 A 增长缓慢 (大大低于 $A^{\frac{1}{2}}$)而且与人射强子的能量关系不大;(ii)对于赝快度 η 的分布,随着 A 的增长较多,但在 η 大的地方几乎没有改变.这两个实验结果说明强子与原子核碰撞时并没有产生大量的级联散射,而强子之间的相互作用是需要时间来发展的.

本文尝试采取一简单模型来解释上述实验结果. 假定人射粒子是一质子,当它和原 子核内一核子碰撞时,在它们的质心系中产生了多个静止的火球及一个朝前和一个朝后 核子. 这些相对论压缩的火球膨胀到一定体积达到了热力学平衡后便衰变成 π 介子. 在 π 介子产生之前假定火球不与核物质相互作用. 这样,即使火球以光速膨胀到一个核子 大小的话,在实验室系,火球已走动了 $\sqrt{E_{1ab}/2m_N}$ 个核子距离(我们所考虑的情况是实 验室系的人射质子的能量 $E_{1ab} > 50 \text{GeV}/c^2$),即走出了原子核. 换句话说产生的 π 介子 都不会再与原子核碰撞. 朝前的核子将会再与原子核内的核子碰撞,再产生火球及朝前 和反冲核子,直到朝前核子离开原子核为止.反冲核子的能量很低,约1.25 GeV/c² 左右,

本文 1979年8月27日收到.

因此不可能再产生火球,但会产生多次碰撞,多产生点低能 # 介子,在我们这个简单的模 型中,就不考虑这些低能 # 介子的贡献.

这个模型只有一个参数——热力学角动量平衡参数。 我们输入一些别的实验数据, 推导出 R_A 与 A 的关系与实验值符合得很好。我们亦计算了人射能量为 E_{iab} = 200GeV/ c^2 的 dN_A/dn 分布. n 中心区与低n 区都很好. n 大时并不理想,在这个区里我们的结 果并非与A无关、当A增大时, dN_A/dn 有所下降。 在最后一节将对这点作些补救说 明.

二、热力学模型与 PP 散射带电多重数

我们采用的是一个修改过的带角动量的费米统计模型^[3-5]。考虑两个质子碰撞,在质 心系中,它们的能量都是 E*. 因为相对论效应,在质心系看,它们都是个压缩的圆饼,直 径为厚度的 γ 倍, $\gamma = E^*/m_N$ 。 碰撞后, 它们分别带走比例为 5 的平行动量, 剩下来的是 一团样子如上述圆饼,能量约为2(1-5)E*的东西。这团东西会向外膨胀,膨胀时它一 方面分裂为 n 个火球,另一方面各个火球保持为直径是厚度的 r 倍的圆饼形状,直到所有 火球的总体积等于 4.7 死, 死 大约是一个核子的大小,与散射能量 E* 无关。因此每个 圆饼状的火球的平均半径R为

$$\frac{n}{\gamma} \cdot \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} \mathscr{R}^3.$$
(2.1)

我们要求 SR 与 E* 无关是因为要使多重数正比于 S^{3/8},横动量正比于 S^{1/8} 与实验数据符 合^[3]、这里、S=4E*2。要求每个火球保持为压缩圆饼形状是 为了保证火球衰变出来的π介子有一角动量分布使横向粒子 数目减少.这种形状不变的膨胀对无表面张力的液体或气体 是合理的.要求膨胀中分裂为多个火球的原因是:假如膨胀 中保持为一体的话,圆饼的直径为29% r¹³,比核子大好几倍, 不甚合理,况且这样大的直径会导致火球衰变时趋于各向同 性. 让原来的两个质子在 = 一 y 平面碰撞,因而产生了朝 =

轴方向的角动量。让膨胀到热力学平衡的火球的对称轴在火 方向,圆饼在x-z平面(图1)。将要从P点飞出来带能量 ω , 动量 p, 角动量 $J_x = x p \cos \theta$ 的 π 介子密度为

$$[\exp(\beta\omega - \lambda J_s) - 1]^{-1}.$$
(2.2)

其中 β-1 代表火球的最终平衡温度、λ 为达到角动量平衡的热力学参数。 可以把 λ 改写 为

$$\lambda = \frac{\beta}{R} \cdot \rho. \tag{2.3}$$

忽略 # 介子的质量后,分布 (2.2) 变为

$$[\exp\beta p(1-\rho z x/R)-1]^{-1},$$
 (2.4)



其中 $z = \cos\theta$. 因此每种 π 介子的数目为

$$dN_{\pi} = \left[\exp\beta p (1 - \rho z x/R) - 1\right]^{-1} \frac{n}{\gamma} \pi (R^2 - x^2) dx \cdot \frac{2\pi p^2 dp}{(2\pi)^3} dz.$$
(2.5)

$$2E^{*}(1-\xi) = 3 \int \rho dN_{\pi} = \frac{b}{2\pi\beta^{4}} \left(\frac{n}{\gamma} R^{3}\right) f_{2}(\rho), \qquad (2.6)$$

其中

$$f_2(\rho) = \frac{1}{\rho} \ln \frac{1+\rho}{1-\rho} + \frac{2}{1-\rho^2},$$
(2.7)

$$b = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3!}{n^4} = \frac{\pi^4}{15}.$$
 (2.8)

#介子的总角动量为 $J_x = 2E^*(1 - \xi)\langle r \rangle$, $2\langle r \rangle$ 为两个质子的平均碰撞参数. (2.6) 式积分号前的因子表示共有三种 # 介子. 利用 (2.5) 得到

$$2E^*(1-\xi)\langle r\rangle = 3\int x\rho z dN_{\pi} = \frac{3b}{4\pi\beta^4} \left(\frac{n}{\gamma}R^4\right) f_1(\rho) \quad . \tag{2.9}$$

其中

$$f_1(\rho) = \frac{2}{\rho^3} + \frac{4}{3} \frac{1}{\rho(1-\rho^2)} - \frac{1+\frac{1}{3}\rho^2}{\rho^4} \ln \frac{1+\rho}{1-\rho}.$$
 (2.10)

比较(2.6)与(2.7)得到

$$\frac{\langle r \rangle}{R} = \frac{3f_1(\rho)}{2f_2(\rho)}.$$
(2.11)

假定 $R = \mathcal{R} = 人射核子的大小 = m_{\pi^{-1}}(费米所选的参量), (2.11) 的左边为 <math>\frac{\langle r \rangle}{R} = \frac{2}{3},$ 即能定出 $\rho = 0.96$, 代人 (2.6) 便能定出火球温度 β , 因此可算出带电 π 介子的总数为

$$(N_{\pi})_{\rm ch} = 2 \int dN_{\pi} = \frac{a}{2\pi\beta^3} \left(\frac{n}{\gamma} R^3\right) f_0(\rho) \qquad (2.12)$$

$$= \frac{a(1-\xi)^{3/4}}{(2\pi)^{1/4}b^{3/4}} \mathscr{R}^{3/4} S^{3/8} \frac{f_0(\rho)}{[f_2(\rho)]^{3/4}}.$$
 (2.13)

其中

$$f_0(\rho) = \frac{1+\rho^2}{\rho^3} \ln \frac{1+\rho}{1-\rho} - \frac{2}{\rho^2},$$
 (2.14)

$$a = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^3} = 2.413.$$
 (2.15)

加上朝前、朝后的末态质子便得到 pp 散射的带电多重数

$$N_{\rm ch} = (N_{\pi})_{\rm ch} + 2.$$
 (2.16)

实验告诉我们,在 pp 散射的质心系中带头核子带走的动量的分布是平坦的^[6],即

$$\frac{dN_N}{d\xi} \sim 1, \qquad (2.17)$$

因此

$$\langle \xi \rangle = \int \xi \, \frac{dN_N}{d\xi} \, d\xi = \frac{1}{2}, \qquad (2.18)$$

$$\langle (1-\xi)^{3/4} \rangle = \int (1-\xi)^{3/4} \frac{dN_N}{d\xi} d\xi = \frac{4}{7},$$
 (2.19)

代人(2.16)后得到的 pp 散射带电多重数 与实验值拟合得很好(图 2 虚线).

可是上述的一组参数 $R = \Re = 1.4$ fm 意味着火球数目 $n = \gamma$,太多了,因为 对 $E^* \sim 30 \text{GeV}/c^2$ 来说, $\gamma \sim 30$,而带 电多重数才是 $13 \sim 14$,火球数目比次级粒 子还要多.再说 $\rho = 0.96$ 会导数 $d(N_*)_{cb}/d\eta$ 的分布过于平坦(参考第四节).为了 给出较为恰当的 $d(N_*)_{cb}/d\eta$,需要取 $\rho =$ 0.86,这是我们的模型的唯一参数.为着 使 (2.16)给出正确的 pp 散射带电多重数,

需要取

$$\mathscr{R} = \left(\frac{n}{\gamma}\right)^{1/3} R \sim 1.2 \text{fm}$$
 (2.20)

(见图 2 实线). 这样的 \Re 是合理的,因为这时 (2.11) 给出 $3f_1(\rho)/2f_2(\rho) = 0.45$, $\langle r \rangle = \frac{2}{3} \times 1.4 \text{fm}$,因而火球数目 $n = 0.20\gamma$ 不致太大.

三、质子-原子核碰撞的带电多重数

对于人射质子与原子核的某一核子作第一次碰撞时,第一堆火球给出的带电 # 介子 数为

$$(N_{\star})_{\rm ch} = \Lambda \langle (1 - \xi_1)^{3/4} \rangle S^{3/8},$$
 (3.1)

$$\Lambda = a \left(\frac{\mathscr{R}^3}{2\pi b^3}\right)^{1/4} \frac{f_0(\rho)}{[f_2(\rho)]^{3/4}},$$
(3.2)

$$S = 2m_N(E_{\rm lab} + m_N).$$

带头的次级核子的实验室系能量约 ξ₁E_{1ab},当它和原子核另一个核子碰撞时,下一级带头 核子带走比例为 ξ₂ 的能量,产生的第二组火球衰变出的带电 # 介子数为

$$(N_{\pi})_{ch} = \Lambda \langle (1 - \xi_2)^{3/4} \rangle \langle \xi_1^{3/8} \rangle S^{3/8}.$$
 (3.3)

这样级联下去,经过 I 次碰撞给出的带电 # 介子总数为

$$(N_{\pi})_{ch}(I) = \Lambda \langle (1-\xi)^{3/4} \rangle S^{3/8} \sum_{i=1}^{l} \langle \xi^{3/8} \rangle^{l-1}, \qquad (3.4)$$

由于每次碰撞时次级核子带走能量的分布(2.17)都是一样的,因此在上式中去掉了5的



2.5

下标。(2.17)给我们

$$\langle \xi^{3/8} \rangle = \frac{8}{11}, \quad \langle (1-\xi)^{3/4} \rangle = \frac{4}{7}, \quad (3.5)$$

因为原子核中的核子约有一半为中子一半 为质子,因此经过 *I* 次碰撞后带电核子数 为

$$N_{\pi} = 1 + \left(\frac{1}{2}\right) I, \qquad (3.6)$$

因此总带电多重数为

$$N_{\rm ch}(I) = \Lambda \frac{4}{7} S^{3/8} \sum_{i=1}^{I} \left(\frac{8}{11}\right)^{i-1} + \frac{2+I}{2}.$$
(3.7)

对应每一个原子核,入射质子在里面散射 次数 I 约等于核的"厚度" ^j

$$\bar{\nu} = \frac{A\sigma_{\rm pN}}{\sigma_{\rm pA}}.$$
 (3.8)

其中 σ_{pN}, σ_{pA} 分别代表 p-核子和 p-原子 核的非弹截面.于是我们得到带电多重数 的比例

$$R_{A} = \frac{N_{ch}(l)}{N_{ch}(l-1)}.$$
 (3.9)

图 3 中给出不同能量的 R_{A} . 目前的 实验是在 E_{1ab} = 50 至 200GeV/ c^2 之间,因 此我们的推导与实验符合得很好.对于核



图 3 🛆 50GeV 🔳 100GeV 🗌 200GeV



1.0

乳胶, *l~v̄~2.5*, 宇宙线数据达到 E_{lab}~8000 GeV/c², 我们的推导也与实验符合(图 4).
 这里需要指出,在(3.1) 式中,(N_x)_{ch} 只与 f₀(ρ)[*𝔅*/f₁(ρ)]^{3/4} 有关,与某一个特别选定的ρ值无关。因此,就是用第一组参数 ρ = 0.96, 𝔅 = 1.4fm,结果也是一样。换句话说,我们的简单模型同时拟合了 pp 散射的带电多重数、*R_A* 跟 ν̄ 的关系和 *R_{ARE}* 跟 E_{lab}的关系,其中并没有什么参数。只是下面讨论到出射粒子的赝快度 η 的分布时才需要选择 ρ~0.86.

四、π介子的赝快度分布

利用 (2.5) 式,容易得到出射 # 介子的角分布



其中

$$f_4(\alpha) = \frac{2}{\alpha^2(1-\alpha^2)} - \frac{1}{\alpha^3} \ln \frac{1+\alpha}{1-\alpha}.$$
 (4.2)

在质心系,能量为 E^* ,与人射核子方向平行的动量为 p_1^* 的 π 介子的快度 y^* 定义为

$$y^* = \frac{1}{2} \ln \frac{E^* + p_{\parallel}^*}{E^* - p_{\parallel}^*},$$
(4.3)

因此,可得到 # 介子的快度分布为

$$\frac{d(N_{x})_{ch}}{dy^{*}} = \frac{d(N_{x})_{ch}}{dz} \frac{dz}{dy^{*}}$$
$$= \frac{d\langle (1-\xi)^{3/4} \rangle}{(2\pi)^{1/4} b^{3/4}} (1-\tanh^{2}y^{*}) (S\mathscr{R}^{2})^{3/8} \frac{f_{4}(\rho \tanh y^{*})}{[f_{2}(\rho)]^{3/4}}.$$
(4.4)

这样就可把质心系的分布变为实验室系快度 y 的分布,再利用赝快度 η 与 y 的关系

$$\eta = \sin h^{-1} \frac{m_{\perp}}{p_{\perp}} \sin hy, \qquad (4.5)$$

 $(m_{\perp} = \sqrt{p_{\perp}^{2} + m_{\pi}^{2}},$ 横动量 $p_{\perp} \sim 0.35 \text{GeV}/c$)容易求出带电 # 介子的赝快度分布.对于产生第 *i* 次碰撞的带电 # 介子分布,只需要把(4.4)式中的〈(1 - ξ)^{3/4}〉S^{3/8} 换为 〈(1 - ξ)^{3/4}〉S^{3/8}〈 ξ ^{3/8}〉^{*i*-1},

便可以了.

图 5 描出了 $d(N_*)_{ch}/d\eta$ 对不同"厚度" ν 的原子核的分布。它们代表 η 的中心区分 布。 η 大和 η 小区应由朝前和反冲核子作出贡献。

五、朝前和反冲核子

经过;次碰撞后,朝前或反冲的核子在实验室系具有平行动量

$$p_{II} = \frac{\sqrt{s_i}}{2m_T} \sqrt{\frac{s_i}{4} - m_T^2} \left(\sqrt{\frac{\xi_i^2 + \frac{4m_T^2}{s_i}}{s_i}} \left(1 - \frac{\xi_i^2}{s_i}\right) + \xi_i \right),$$
(5.1)
$$s_i \approx \sqrt{\xi_1 \cdots \xi_{i-1}} s,$$

其中

为这次碰撞的质心能量平方。式中 ξi≥0 表示核子朝前 (反冲)。利用赝快度 η 的定义

$$\eta = \ln(F + \sqrt{F^2 + 1}), \tag{5.2}$$

$$F = p_{\parallel}/p_{\rm T}, \tag{5.3}$$

便得到核子的赝快度分布为

$$\frac{dN_N^i}{d\eta} = \frac{dN_N}{d\xi} \sqrt{F^2 + 1} \left(\frac{dF}{d\xi}\right)^{-1}.$$
(5.4)

因为各次出射核子所带的能动量比例较大,有必要考虑横动量 p_{\perp} 与 ξ 的关系. 比如说, 当 $|\xi|$ 较小时, p_T 不太依赖 ξ , 但当 $|\xi| \rightarrow 1$ 时,能动量守恒要求 $p_{\perp} \rightarrow 0$. 我们引入下 面的具体参数化

$$p_T = a[1 - e^{b(|\xi| - 1)}], \qquad (5.5)$$

并令
$$b = 5$$
, $a = 0.5 \text{GeV}/c^2$. 为着使理论曲线平滑,同时我们把 ξ 的分布 (2.17) 修改为
$$\frac{dN_N}{d\xi} = \alpha [1 - e^{\beta(1\xi - \frac{1}{2})}], \qquad (5.6)$$

并令β=50,α是归一因子。

假定每次碰撞都没有电荷交换,即火球是中性的,带头核子是质子,反冲核子有 50% 几率是质子,因此经过;次碰撞后,朝前核子分布是

$$\frac{d(N_{\pi})_{\rm ch}^{\rm m}}{d\eta} = \frac{dN_N^i}{d\eta},\tag{5.7}$$

反冲核子分布是

$$\frac{d(N_{\pi})_{\rm ch}^{\rm g}}{d\eta} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i} \frac{dN_N^j}{d\eta}.$$
(5.8)



把这些分布和上一节推导的 $\frac{d(N_{\pi})_{ch}}{d\eta}$ 一起加起来便得到 最终的 带电粒子 赝 快度 分 布 (图 6).

六、讨 论

1. 从图 6 可以看到,对 η 小区和 η 中部区,理论曲线与实验数据符合得很好,但 η 大时并不理想,因为当 \imath 增大时, $\frac{dN}{d\eta}$ 有所下降。这样的结果是不难理解的。这是因为碰撞 次数越多,带头核子的平行动量越小,而横动量却不会减小,因此向前角度 θ_{tab} 越来越大, 但

$$\eta \rightarrow \ln \cot O_{lab}/2$$

所以朝前核子的 η 随着 ͽ 增大要往小 η 方向挪动。

要改良大7区的理论分布就要把模型变得复杂点.例如考虑每次碰撞后,朝前和反 冲的不只是两个核子,而是一个朝前和一个反冲的带单位重子数的火球.这两个火球将 各自衰变为一个核子加一个或两个 ** 介子.这两个火球因为带走很大比例的能量,速度 与入射粒子的相差不会太远,因此,虽然它们需要膨胀时间来达到平衡,但这段时间要比 中心区火球所需的膨胀时间来得小,因此它们的衰变物能够作多次散射,但次数要比原来 的简单模型少.结果是最后的出射核子动量会比较大,它的7值就不会因原子核的大小 改变太多了.同时,对整个原子核来说,"弹性因子" ξ₄ 就不会比单个核子的 ξ 小太多.实 验目前是支持这样的结果的.

要落实上述的修正,将要引进较多的参数和假设,因此意义不大,我们将不再作讨论.

2. 在我们的推导中,做了散射次数等于核"厚度" ͽ 的假设.这个假设其实是不必要 的.对各个核引人实验的碰撞可能率可以直接计算 dN₄/dη,然后再利用(3.8)式内插或 **外**推 dN₄/dη 与 ͽ 的关系^[7].这一点对上一节的修改尤其重要.

3. 有些模型,如 Gottfried^[8] 的能量流模型推出的 R₄ 与 v 关系

$$R_{A} = 1 + \frac{1}{3}(\bar{\nu} - 1),$$

虽然看来与实验数据符合,但他们在推导中都采用了 $E_{lab} \rightarrow \infty$ 的极限.如果是用 $E_{lab} = 50$ 或 200GeV/ c^2 的话,他们的 R_A 将会离开实验数据很远.

参考文献

- [1] W. Busza, in High Energy Physics and Nuclear Structure, 1975, Proc. of the 6th Inter. Conf., Santa Fe and Los Alamos, edited by D. E. Nagle et al., (AIP, New York, 1975).
- [2] W. Busza et al., In Proc. of the XVIII Inter. Conf. on High Energy Physics, Tbilisi, 1976, edited by N. N. Bogaliubov et al (JINR, Dubna, U. S. S. R., 1977).
- [3] E. Fermi, Prog. Theor. Phys., 5(1950), 570.
- [4] E. Fermi. Phys. Rev., 81(1951), \$83.
- [5] T. C. Mang, Phys. Rev., D9(1974), 3062.
- [6] M. E. Law et al., Lawrence Berkeley Laboratory Report, No. LBL-80, 1972 (unpublished).
- [7] G. Bialkowski, C. B. Chiw and D. M. Tow, Phys. Rev., D17(1978), 862.
- [8] K. Gottfried, Phys. Rev. Lett., 32(1974), 957.

PROTON-NUCLEUS SCATTERING IN A THERMODYNAMICAL FIREBALL MODEL

MU JING-YUAN XIE YI-CHENG

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

We attempt use a simple fireball model to explain the slow rise of the ratio $R_A \equiv \langle N_A \rangle / \langle N_N \rangle$ of the charged multiplicity for proton-nucleus scattering to that for proton-proton scattering verses the apparent nuclear thickness $\bar{\nu}$. The pseudo-rapidity distribution $dN_A/d\eta$ is also discussed. In this model, the pi mesons are emitted by fireballs created during nucleon-nucleon scattering. When the incident energy $E_{1ab} Z 50$ GeV/ c^3 , these fire-balls take so long a time to expend to thermal equilibrium that the fireballs have passed through the nucleus completely before pions are emitted. As a result, the charged multiplicity is greatly reduced.

This model gives excellent fittings to pp charged multiplicity, R_A verses $\bar{\nu}$ as well as R_{emulsion} verses E_{inb} without any free theoretical parameter. By choosing only one parameter for the equilibrium of angular momentum, $dN_A / d\eta$ can be fitted satisfactorily except for the large pseudo-rapidity region.