

# 关于 $\text{Li}^6$ 内 $\alpha$ 集团与 $d$ 集团的 相对运动波函数的讨论

陈宝秋 李祝霞 金星南  
(中国科学院原子能研究所)

## 摘 要

本文分析了  $E_p = 156 \text{ MeV}$  的准自由散射  ${}^6\text{Li}(p, pd)\alpha$  的实验结果, 运用了 PWIA 和 DWIA 两种方法. 采用 DWIA 方法和 Sakamoto 等提出的相对运动波函数, 计算结果与实验符合较好.

## 一、引 言

早在 1961 年, Tang 等人<sup>[1]</sup>根据 Wildermuth 等<sup>[2]</sup>提出的集团模型研究了  $\text{Li}^6$  的低激发态. 他们认为  $\text{Li}^6$  是由一个  $\alpha$  集团与一个  $d$  集团组合的, 他们对  $\text{Li}^6$  取如下形式的波函数:

$$\Psi = \mathcal{A} \{ \phi_\alpha(1, 2, 3, 4) \phi_d(5, 6) \phi_{rel}(\mathbf{R}) \xi(1, 2, 3, 4; 5, 6) \} \quad (1)$$

其中  $\mathcal{A}$  为反对称算符,  $\phi_\alpha(1, 2, 3, 4)$  为  $\alpha$  集团的波函数, 1, 2, 3, 4 为  $\alpha$  集团由四个核子的坐标,  $\phi_d(5, 6)$  为  $d$  集团的波函数, 5, 6 为  $d$  集团的二个核子的坐标,  $\xi(1, 2, 3, 4; 5, 6)$  为六个核子的自旋-同位旋部分.  $\phi_{rel}(\mathbf{R})$  为两个集团的相对运动波函数.  $\phi_\alpha(1, 2, 3, 4)$ ,  $\phi_d(5, 6)$ ,  $\phi_{rel}(\mathbf{R})$  的具体表示式为:

$$\left. \begin{aligned} \phi_\alpha(1, 2, 3, 4) &= \exp\left(-\frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^4 \rho_i^2\right), \\ \phi_d(5, 6) &= \exp\left(-\frac{\bar{\alpha}}{2} \sum_{j=5}^6 \rho_j^2\right), \\ \phi_{rel}(\mathbf{R}) &= R^n \exp\left(-\frac{2}{3} \beta R^2\right) Y_{LM}(\hat{\mathbf{R}}), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中  $\alpha, \bar{\alpha}, \beta$  均为可调参数,

$$\left. \begin{aligned} \rho_i &= \mathbf{r}_i - \mathbf{R}_\alpha, & \rho_j &= \mathbf{r}_j - \mathbf{R}_d, \\ \mathbf{R}_\alpha &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \mathbf{r}_i, & \mathbf{R}_d &= \frac{1}{2} \sum_{j=5}^6 \mathbf{r}_j, \\ \mathbf{R} &= \mathbf{R}_\alpha - \mathbf{R}_d, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$\mathbf{r}_i$  为第  $i$  个核子的坐标. 显然, 当  $\alpha = \bar{\alpha} = \beta$  时, 函数 (1) 化为壳模型波函数.

这个模型是比较成功的, 计算所得的结果与实验符合较好.

高能电子散射是研究原子核结构的一种较好的办法. 因为电子主要是通过电磁相互作用与原子核起作用, 而电磁相互作用是为人们所认识得比较清楚的.

高能电子与  $\text{Li}^6$  的弹性与非弹性散射已有较精确的实验结果<sup>[3]</sup>. Кудеяров 等<sup>[4][5]</sup> 用上述  $\text{Li}^6$  的波函数计算了弹性散射形状因子, 与  $1^+$  到  $3^+$  的  $E2$  跃迁的非弹性散射形状因子. 当  $\beta/\alpha$  取 0.3—0.4 时, 所得的结果与实验符合较好.

准自由散射也是研究核结构的一种较好的办法<sup>[6]</sup>. 近十年来, 有很多工作以  $p$ 、 $d$ 、 $\alpha$  为入射粒子, 研究对  $\text{Li}^6$  的准自由散射<sup>[7]</sup>; 这样也可以研究  $\text{Li}^6$  的结构.

我们在本工作中用  $\text{Li}^6$  的不同形式的相对运动波函数  $\phi_{rel}(\mathbf{R})$ , 分析 156 MeV 的质子对  $\text{Li}^6$  的准自由散射  $\text{Li}^6(p, pd)\alpha$ . 我们用平面波冲量近似与扭曲波冲量近似分析了这个实验. 我们认为在扭曲波冲量近似下, 取 Sakamoto 等人<sup>[8]</sup> 的波函数能得到与实验符合较好的结果. Sakamoto 等人的工作只限于研究平面波冲量近似的情况, 而没有研究扭曲波冲量近似的情况.

## 二、156 MeV 的质子对 $\text{Li}^6$ 准自由散射 $\text{Li}^6(p, pd)\alpha$ 的分析

准自由散射  $\text{Li}^6(p, pd)\alpha$  的微分截面可由下式表示<sup>[9]</sup>:

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_p d\Omega_d dE_p} = K.F. \times \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{p-d} |\phi|^2, \quad (4)$$

其中  $d\Omega_p$  与  $d\Omega_d$  为散射后  $p$  与  $d$  的立体角元素,  $K.F.$  是可以计算出来的运动学因子,  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{p-d}$  是在某定能量、某定角度下  $p$  对  $d$  的微分散射截面.

在平面波冲量近似下:

$$\phi = \int e^{-i\mathbf{K}_\alpha \cdot \mathbf{R}} \langle \phi_\alpha \phi_d | \psi_{\text{Li}^6} \rangle d\mathbf{R}, \quad (5)$$

其中  $\phi_\alpha$  为  $\alpha$  的波函数,  $\phi_d$  为  $d$  的波函数,  $\psi_{\text{Li}^6}$  为  $\text{Li}^6$  的波函数,  $\mathbf{K}_\alpha$  为准自由散射时  $\text{Li}^6$  内  $\alpha$  集团的反冲动量.

在扭曲波冲量近似下:

$$\phi = \int \chi_1^{(-)*}(\mathbf{r}) \chi_2^{(-)*}(\mathbf{r}) \chi_0^{(+)}(\mathbf{r}) \langle \phi_\alpha \phi_d | \psi_{\text{Li}^6} \rangle d\mathbf{r}, \quad (6)$$

其中  $\chi_0^{(+)}(\mathbf{r})$  为系统处于初态时, 入射质子对  $\text{Li}^6$  内  $\alpha$  集团的扭曲波,  $\chi_1^{(-)}(\mathbf{r})$  为系统处于终态时, 出射质子对  $\alpha$  核的扭曲波,  $\chi_2^{(-)}(\mathbf{r})$  为  $d$  核对  $\alpha$  核的扭曲波.

我们取各种不同形式的相对运动波函数  $\phi_{rel}(\mathbf{R}) = \phi_{rel}(R) Y_{LM}(\hat{\mathbf{R}})$ . 而我们这里只写出下列三种不同径向部分的形式:

(1) 取 Tang 等所提出的形式(见方程 (2)), 这里取  $n = 2$ :

$$\phi_{rel}(R) = AR^2 \exp\left(-\frac{2}{3}\beta R^2\right), \quad (7)$$

其中

$$\beta = 0.329 \text{ fm}^{-2},$$

$A$  可由归一化条件决定.

(2) 修改的 Tang 等的形式:

$$\phi_{rel}(R) = \begin{cases} AR^2 \exp\left(-\frac{2}{3}\beta R^2\right), & R \leq R_0, \\ Bh_0^{(1)}(i\gamma R), & R > R_0, \end{cases} \quad (8)$$

其中  $h_0^{(1)}(i\gamma R)$  为球汉格尔多函数, 我们这里对  $R_0, \beta, \gamma$  取两组不同的数值:

$$R_0 = 3.5 \text{ fm}, \quad \beta = 0.228 \text{ fm}^{-2}, \quad \gamma = 0.306 \text{ fm}^{-1}, \quad (8a)$$

以及

$$R_0 = 3 \text{ fm}, \quad \beta = 0.329 \text{ fm}^{-2}, \quad \gamma = 0.306 \text{ fm}^{-1}, \quad (8b)$$

其中  $A$  与  $B$  可由归一化条件, 与在  $R_0$  处的连续性条件决定.

(3) 取 Sakamoto 等<sup>[6]</sup>提出的波函数形式:

$$\phi_{rel}(R) = \begin{cases} Aj_0(\beta R), & R \leq R_0, \\ Bh_0^{(1)}(i\gamma R), & R > R_0, \end{cases} \quad (9)$$

其中  $j_0(\beta R)$  为球贝塞尔函数,

$$R_0 = 3.5, \quad \beta = 2.282 \text{ fm}^{-1}, \quad \gamma = 0.306 \text{ fm}^{-1}.$$

我们用平面波冲量近似分析 156 MeV 的质子对  $\text{Li}^6$  的准自由散射时, 我们发现用一种情况下的相对运动波函数 (7) 所得出的峰太宽, 与实验差别大 (见图 1 中曲线 1). 用第二种情况下的波函数 (8a) 与 (8b) (在图 1 中分别用 2 与 3 标明这两种波函数所算得

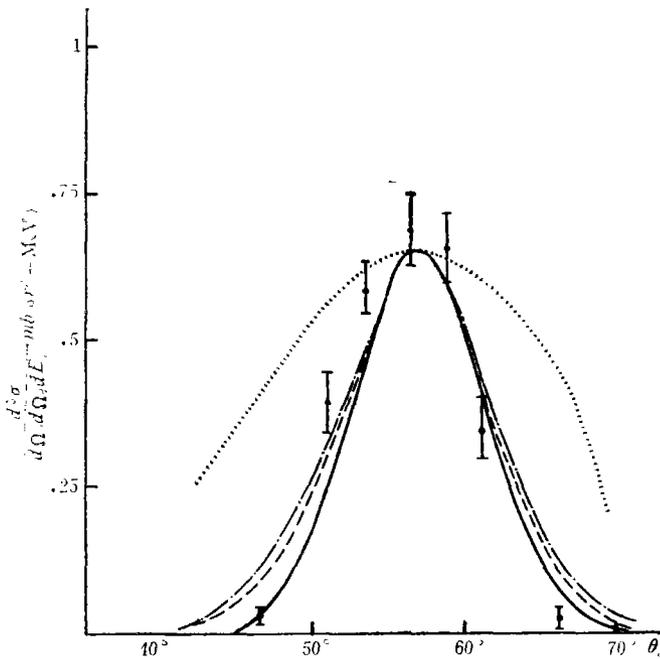


图 1 准自由散射  $\text{Li}^6(p, pd)\alpha$  微分截面与  $d$  的出射角的关系. 实验结果取自 [8]. 曲线 1、2、3、4 为平面波冲量近似的计算结果. 入射质子能量  $E_p = 156 \text{ MeV}$

..... 曲线 1    - - - - - 曲线 2    - · - · - · 曲线 3    ———— 曲线 4

的曲线)以及用第三种情况下的波函数(9)(图1中曲线4),均得到与实验差别不大的结果。

我们用扭曲波冲量近似分析了同一实验结果。我们用波函数(9)作为相对运动波函数。用波函数(8)作准自由散射的分析,已有 Jain 等人做过<sup>[10]</sup>。

在我们的计算中,我们取用 Jain 等人所用的光学势<sup>[10]</sup>。计算所得的结果如图2所示。在图2内,我们重新画了在平面波冲量近似下所得的结果(即图1中曲线4),以便于作比较。结果看出有两点主要修正:

(i) 实验点大部分落在扭曲波冲量近似所算得的曲线上;

(ii) 曲线的最高峰位置与平面波冲量近似的计算比较,有所移动。这些情况,均与实验结果更为符合。

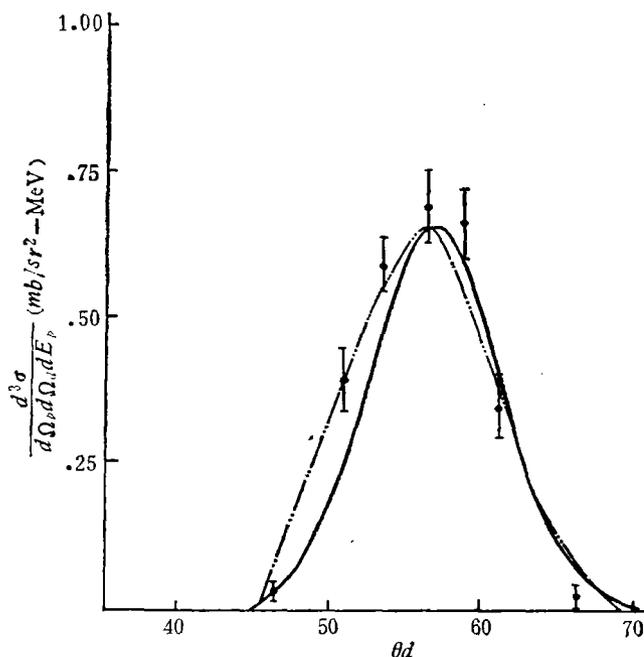


图2 准自由散射  $Li^6(p, pd)\alpha$  微分散射截面与  $d$  的出射角的关系。曲线4即为图1的曲线4。曲线5为扭曲波冲量近似的计算结果。入射质子的能量  $E_p = 156$  MeV  
——— 曲线4    -·-·-·- 曲线5

### 三、讨 论

从上面的分析,我们见到  $Li^6$  的 Tang 等形式的波函数虽在计算  $Li^6$  的能态以及分析高能电子对  $Li^6$  的弹性与非弹性散射实验能得到较好的结果。但在研究准自由散射时,就不能得到满意的结果。这是由于准自由散射主要的贡献是在原子核的表面以外所给的。当  $d$  与  $\alpha$  较远离时,波函数取得正确与否对结果有较大的影响。这时,相对运动波函数取球汉格尔函数较好,不适宜取谐振子波函数。

Chant 等<sup>[11]</sup>曾研究过准自由散射所涉及的积分(5)(6)的值,发现它的值主要是由核

表面以外的部分所贡献,核内部分对积分的贡献不大。我们在平面波冲量近似下研究积分(5)的值。我们用第三种情况的相对运动波函数(9),对 $d$ 的不同出射角 $\vartheta_d$ ,作了从0起的积分(5),以及从 $R_0$ 起的积分(5)。见到这两个积分值的差别很小。部分结果在下面表I内给出。

通过平面波冲量近似与扭曲波冲量近似的计算,可以看到,在100 MeV—200 MeV的准自由散射,扭曲效应是不可忽视的。

和音、庄斐<sup>[12]</sup>和赵小麟诸同志提供我们使用他们所编制的光学模型计算程序,特此表示感谢。

表I 在不同 $\vartheta_d$ 下积分(5)从0积起和从 $R_0$ 积起的积分值

$\vartheta_d$	45°	50°	56°	60°	66°
从0积起积分(5)之值	0.00876269	0.07659372	0.27335421	0.20517109	0.03134086
从 $R_0$ 积起积分(5)之值	0.00793508	0.07225908	0.26311658	0.19667900	0.02908483

### 参 考 文 献

- [1] Y. C. Tang, K. Wildermuth and L. D. Pearlstein, *Phys. Rev.*, **123** (1961), 548.
- [2] K. Wildermuth and Th. Kanellopoulos, *Nucl. Phys.*, **I** (1958), 150; **9** (1958/59), 449.
- [3] R. E. Rand, R. Frosch and M. R. Yearian, *Phys. Rev.*, **144** (1966), 859. M. Bernheim and G. R. Bishop, *Phys. Lett.*, **5** (1963), 270.
- [4] Ю. А. Кудряков, Ю. Ф. Смирнов и М. А. Чеботарев, *Я. Ф.*, **4** (1966), 1048.
- [5] V. G. Neudatchin and Yu. F. Smirnov, *Progress in Nuclear Physics Vol. 10*, Pergamon Press, Oxford, London, (1969), p. 275.
- [6] D. F. Jackson, *Advances in Nuclear Physics, Vol. 4*, Plenum Press, New York, (1971), p. 1.
- [7] 关于用准自由散射研究 ${}^6\text{Li}$ 结构的工作很多,这里只举一些著作,作为例子:  
K. Bahr, T. Becker, O. M. Bilaniuk and R. Jahr, *Phys. Rev.*, **178** (1969), 1706.  
P. Gaillard, M. Chevallier, J. Y. Grossiord, A. Guichard, M. Gusakow, J.-R. Pizzi and J.-P. Maillard, *Phys. Rev. Lett.*, **25** (1970), 593. M. Jain, P. G. Roos, H. G. Pugh and H. D. Holmgren, *Nucl. Phys.*, **A153** (1970), 49.  
J. C. Alder, W. Dollhopf, W. Kossler, C. F. Perdrisat, W. K. Roberts, P. Kitching, G. A. Moss and W. C. Olsen, *Phys. Rev.*, **C6** (1972), 18.  
R. Hagelberg, E. L. Hasse and Y. Sakamoto, *Nucl. Phys.*, **A207** (1973), 366. A. K. Jain and N. Sarma, *Nucl. Phys.*, **A233** (1974), 145.  
D. Miljanic, E. Andrade, J. Hudomalj-Gabitzsch, G. S. Mutchler and G. C. Phillips, *Nucl. Phys.*, **A290** (1977), 27.
- [8] Y. Sakamoto, P. Cüer and F. Takéuchi, *Phys. Rev.*, **C11** (1975), 668.
- [9] P. G. Roos and N. S. Chant, *Proc. 2nd. Int. Conf. on Clustering-Phenomena in Nuclei*, College Park, Maryland (1975), p. 242.
- [10] A. K. Jain, N. Sarma and B. Banerjee, *Nucl. Phys.*, **A142** (1970), 330.
- [11] N. S. Chant and P. G. Roos, *Proc. 2nd. Int. Conf. on Clustering Phenomena in Nuclei*, College Park, Maryland (1975), p. 265.
- [12] 和音、庄斐,核反应中弹性散射光学模型计算程序,(1976),中国科学院原子能研究所内部资料。

## ON THE RELATIVE WAVE FUNCTION OF $\alpha$ -AND $d$ -CLUSTERS IN ${}^6Li$

CHEN BAO-QIU LI ZHU-XIA JIN XING-NAN

(*Institute of Atomic Energy, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

In this paper, we have analyzed the experimental results of the quasifree scattering  ${}^6Li(p, pd)\alpha$  with  $E_p = 156$  MeV. Both PWIA and DWIA are performed. Using DWIA and the relative wave function proposed by Sakamoto et al., the results of our calculation agree better with the experiment.