

π -核弹性和非弹性散射

马维兴 李扬国

(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文用 Glauber 理论计算和分析了能量为 260 和 280 MeV 的 π - ^{12}C 弹性和非弹性散射微分截面。与实验结果符合较好。

多年来, π -核散射引起了人们的广泛兴趣。如入射能在 300 MeV 以下的 π 介子与轻核的散射, 有了相当数量的弹性散射的微分截面和总截面的实验资料^[1]。也有少量的非弹性散射的实验数据^[2]。实验上弹性散射的角分布呈现着明显的朝前峰, 理论上被认为是多次散射的依据。总截面随能量的变化在相应于 $\pi\text{N}(3.3)$ 共振能量附近, 有一个很宽的峰。在共振能量附近, πN 的截面很大, π 与核子可能形成 $\Delta(1236)$ 重子。因此, 理论上在分析这些实验数据时, 从各种不同的侧面来探讨可能出现的物理现象也很活跃^[3]。但不少工作仍认为多次散射是主要的特点。我们注意到非弹性散射的实验数据虽然不多, 但仍未有认真的理论分析。因此, 本文基于多次散射的 Glauber 理论来分析此能区的弹性和非弹性 π -核散射。

由于原子核是复杂的多粒子系统, 为了在散射振幅中较好地反映核结构的性质, 也为了正确地处理非弹性散射过程中核初末态结构的作用, 在处理 Glauber 多重绕射理论振幅时, 我们曾提出了分离变数方法^[4]。它使得我们能够处理并计算, 持有各种不同激发方式的核结构波函数的弹性和非弹性的散射振幅。以前我们用它计算了 1 GeV 质子与 ^{12}C 的弹性和非弹性散射^[5]。本文便是用与上文同样的方法来处理此能区的 π 核弹性和非弹性散射的角分布。在计算方法上, 我们推广到考虑核内满壳核子对散射振幅的贡献。这一点, 以前由于考虑到轻核内层核子的贡献可能不太重要而被忽略了。在下节, 我们将简要的给出不同壳层的核子参与多次散射时的数学处理方法, 并将估计轻核内层核子对散射的贡献。

一、散射振幅的近似处理

我们曾经指出, 在 Glauber 多重绕射理论近似下, 假若入射强子与核子的二体散射振幅取为:

$$f(\mathbf{q}) = \frac{ik\sigma}{4\pi} (1 - i\rho) e^{-\beta^2 q^2/2} \quad (1)$$

的形式时,那么强子与原子核的多次散射振幅是^[5]:

$$F_{fi}(\mathbf{q}) = \sum_{n=1}^A F_{fi}^{(n)}(\mathbf{q}), \quad (2.1)$$

其中

$$F_{fi}^{(n)}(\mathbf{q}) = (-1)^{n+1} \binom{A}{n} \cdot \frac{i k \sigma^n (1 - i\rho)^n}{n(4\pi)^n \beta^{2(n-1)}} \cdot e^{-\beta^2 q^2 / 2 \cdot n} \cdot S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q}), \quad (2.2)$$

$$S_{fi}^{(1)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_i} \Psi_i d\tau, \quad (2.3)$$

$$S_{fi}^{(2)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{S_1^2}{4\beta^2}} \Psi_i d\tau, \quad (2.4)$$

$$S_{fi}^{(3)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{S_1^2}{4\beta^2} - \frac{S_2^2}{3\beta^2}} \Psi_i d\tau, \quad (2.5)$$

.....

式中 $S_1' \cdots S_{n-1}'$ 是 n 个核子内部相对坐标 $\mathbf{r}_1' \cdots \mathbf{r}_{n-1}'$ 在垂直于入射方向上的分量, \mathbf{R} 是这 n 个核子的质心坐标, Ψ_i 、 Ψ_f 是原子核初末态波函数. (1) 式的二体散射振幅是对同位旋和核子自旋平均的结果, 对高能 π 核散射过程, 用 (1) 式来描述 πN 散射振幅是很好的近似. 但对 300 MeV 以下的 π 介子, 实验的 πN 振幅应从相移分析中给出. 然而做为近似, 人们往往采用 (1) 式的形式, 使它的分波展开与实验的低分波相移所得的结果一致^[6]. 自然这样选取的 πN 振幅要偏离实际情况, 但是它可以使我们较为方便地处理 π -核散射的高次散射项. 因此, 在研究这个能区的 π 核散射时, 我们仍采用 (1) 式的近似形式.

从 (2) 式可以看出, 散射振幅的处理主要是由核的初末态波函数来计算各次形状因子 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$, 我们曾经指出^[5], 当 $n \geq 2$ 时, $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 是一个高重积分, 而这个高重积分可以用变数分离的办法把它转化为低重或一重单积分的乘积之和. 在 [5] 中, 我们给出了被碰撞的 a 个核子处于同一能壳时 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 的表达式 [即参考 (5) 中的公式 (8)、(11)]. 即只讨论了 (nl) 壳中有 a 个核子, 初末态为 $\Psi_{L_i S_i T_i}(l^a, \alpha_i)$ 、 $\Psi_{L_f S_f T_f}(l^a, \alpha_f)$ 时, $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 的贡献. 然而实际上, 原子核中的核子不是只填充在一个壳层上, 而且对于轻核, 如 ^{16}O 以下的核, 虽然外层核子的贡献可能是主要的, 但高能强子与原子核的散射不是只与最外壳层上的核子发生散射. 因此, 在计算 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 时, 应该考虑内壳核子的散射, 即这时原子核波函数应写为:

$$\Psi_i = N_i \mathcal{A} \{ \Psi_{L_i S_i T_i}(l^a, \alpha_i) \Psi_0(l_1 \cdots l_n) \}, \quad (3.1)$$

$$\Psi_f = N_f \mathcal{A} \{ \Psi_{L_f S_f T_f}(l^a, \alpha_f) \Psi_0(l_1 \cdots l_n) \}, \quad (3.2)$$

式中的 \mathcal{A} 是反对称化的算符, $\Psi_0(l_1 \cdots l_n)$ 表示有 n 个内壳层被核子填满时的满壳波函数. N_i 、 N_f 是归一化常数. 把 (3.1)、(3.2) 的波函数代到 (2) 式, 计算 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$, 那么除了前文已经给出的 n 个核子处在同一壳层的矩阵元之外, 还存在着这 n 个核子处在不同壳层的项, 它们为:

1. 二次碰撞项

l 壳中一个核子, 满壳 l_i 中一个核子被碰撞时的 $S_{fi}^{(2)c}(\mathbf{q})$ 为:

$$S_{fi}^{(2)c}(\mathbf{q}) = \frac{a}{2} \sum \langle l^{a-1}(\alpha_1 T_2 S_2 L_2) l_i; T_i S_i L_i | | l^a[\alpha_i] T_i S_i L_i \rangle$$

$$\langle l^a[\alpha_f]T_fS_fL_f\{ |l^{a-1}(\alpha_1T_2S_2L_2)l; T_1S_1L_1 \rangle \\ I_2 \cdot \delta_{T_iT_f} \cdot \delta_{S_iS_f} \cdot \delta_{M_{T_i}M_{T_f}} \cdot \delta_{M_{S_i}M_{S_f}}, \quad (4.1)$$

其中

$$I_2 = \sum_{m_i m_f m_{l_i} m_{l_f}} C_{L_2 M_{L_2} l m_i}^{L_i M_i} C_{L_2 M_{L_2} l m_f}^{L_f M_f} \cdot Q \cdot \langle \mathcal{A} \{ \psi_{l_i m_i}^{(1)} \psi_{l_f m_f}^{(2)} \} | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{r_i^2}{6\beta^2}} \\ | \mathcal{A} \{ \psi_{l_i m_i}^{(1)} \psi_{l_f m_f}^{(2)} \} \rangle, \quad (4.2)$$

$$Q = \begin{cases} 4 & \text{对 } I_2 \text{ 中的直接项,} \\ -1 & \text{对 } I_2 \text{ 中的交换项.} \end{cases}$$

I_2 是处于不同壳层的两个被碰撞核子态的二体矩阵元。由于我们考虑了波函数反对称化, 故 I_2 分为直接项和交换项两部分。 Q 因子是由于交换项必须在同样的自旋分量、同位旋分量的核子态才允许, 因此比直接项少 1/4 因子。 I_2 的矩阵元仍然可以用变数分离的方法把波函数变换到它的质心坐标 \mathbf{R} 和相对坐标 \mathbf{r} 中去, 从而把 I_2 简化为低重积分的乘积之和。这里就不给出冗长的表达式了。

ii. 三次碰撞项

l 壳中两个核子, 满壳 l_i 中一个核子被碰撞时的 $S_{fi}^{(3)\epsilon_1}(\mathbf{q})$ 为:

$$S_{fi}^{(3)\epsilon_1}(\mathbf{q}) = \frac{a(a-1)}{6} \sum \langle l^{a-2}(\alpha_2T_2S_2L_2)l^2(T_1S_1L_1); T_iS_iL_i | l^a[\alpha_i]T_iS_iL_i \rangle \\ \langle l^a[\alpha_f]T_fS_fL_f\{ |l^{a-2}(\alpha_2T_2S_2L_2)l^2(T_1S_1L_1); T_fS_fL_f \rangle \\ I_{31} \cdot \delta_{T_iT_f} \cdot \delta_{S_iS_f} \cdot \delta_{M_{T_i}M_{T_f}} \cdot \delta_{M_{S_i}M_{S_f}}, \quad (4.3)$$

其中

$$I_{31} = \sum_{M_{L_2}M_{L_1}'M_{L_1}m_i} C_{L_2 M_{L_2} l m_i}^{L_f M_f} C_{L_2 M_{L_2} l m_i}^{L_i M_i} \cdot Q \\ \cdot \langle \mathcal{A} \{ \psi_{L_1 M_{L_1}}(l^2) \psi_{l_i m_i} \} | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{r_1^2}{6\beta^2} - \frac{2}{9} \frac{r_2^2}{\beta^2}} | \mathcal{A} \{ \psi_{L_1 M_{L_1}}(l^2) \psi_{l_i m_i} \} \rangle, \quad (4.4)$$

$$Q = \begin{cases} 4 & \text{对 } I_{31} \text{ 中的直接项,} \\ -1 & \text{对 } I_{31} \text{ 中的交换项.} \end{cases}$$

iii. 三次碰撞项

l 壳中一个核子, 满壳 l_i 中两个核子被碰撞时的 $S_{fi}^{(3)\epsilon_2}(\mathbf{q})$ 为:

$$S_{fi}^{(3)\epsilon_2}(\mathbf{q}) = \frac{a \cdot [8l_i + 4] \cdot [8l_i + 3]}{12} \sum \langle l^{a-1}(\alpha_1T_1S_1L_1)l; T_iS_iL_i | l^a[\alpha_i]T_iS_iL_i \rangle \\ \langle l^a[\alpha_f]T_fS_fL_f\{ |l^{a-1}(\alpha_1T_1S_1L_1)l; T_fS_fL_f \rangle I_{32} \cdot \delta_{T_iT_f} \cdot \delta_{S_iS_f} \cdot \delta_{M_{T_i}M_{T_f}} \cdot \delta_{M_{S_i}M_{S_f}}, \quad (4.5)$$

其中

$$I_{32} = \sum_{L_3 M_{L_3} m_i m_{l_3}} C_{L_3 M_{L_3} l m_i}^{L_f M_f} C_{L_3 M_{L_3} l m_i}^{L_i M_i} \cdot \frac{1}{2L_3 + 1} \cdot Q \\ \cdot \langle \mathcal{A} \{ \psi_{l m_i} \psi_{L_3 M_{L_3}}(l_i^2) \} | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{r_1^2}{6\beta^2} - \frac{2}{9} \frac{r_2^2}{\beta^2}} | \mathcal{A} \{ \psi_{l m_i} \psi_{L_3 M_{L_3}}(l_i^2) \} \rangle, \quad (4.6)$$

$$Q = \begin{cases} 4 & \text{对 } I_{32} \text{ 中的直接项,} \\ -1 & \text{对 } I_{32} \text{ 中的交换项.} \end{cases}$$

I_{31} 和 I_{32} 是处于不同壳层的三个粒子的三体矩阵元。同样由于波函数反对称化的缘故,除了直接项外,还有交换项。它们相应于因子 Q 。 I_{31} 、 I_{32} 的矩阵元同样可以变换到质心坐标 \mathbf{R} 和相对坐标 \mathbf{r}_1 、 \mathbf{r}_2 中去,从而把它简化。这些冗长的表达式,我们也同样从略。

式中的 $\langle l^{a-2}(\alpha_2 T_2 S_2 L_2) l^2(T_1 S_1 L_1); T_i S_i L_i | l^a[\alpha_i] T_i S_i L_i \rangle$ 是熟知的 $f \cdot P$ 系数。对于更高次项的 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ ($n \geq 4$), 原则上可以用同样的方法化简。这样,对包含了核内壳结构的 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 的数学处理,原则上并没有什么困难,只是要多做一些具体计算而已。

$S_{fi}^{(1)}(\mathbf{q})$ 是熟知的冲量近似的结果。

有了 $S_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$ 之后,就得到了包含核内壳核子贡献的多次散射振幅 $F_{fi}^{(n)}(\mathbf{q})$, 并由

$$\frac{d\sigma_{fi}}{d\Omega} = \left| \sum_{n=1}^A F_{fi}^{(n)}(\mathbf{q}) \right|^2 \quad (5)$$

获得散射截面。下面,我们将用这一节的结果来计算 π^- - ^{12}C 的弹性和非弹性散射。 ^{12}C 的结构是有 4 个核子处在 $1s$ 壳, 8 个核子处在 $1p$ 壳。这时 $a = 8$, $l = 1$, $i = 0$ 。

二、计算结果和讨论

利用上述方法和符合 CERN πN 实验结果^[7] 的参数 σ , ρ , β^2 , 我们计算了 260、280 MeV 的 π^- 在 ^{12}C 上的弹性、以及到 2^+ 态 (4.4 MeV) 的非弹性散射的微分截面。我们着重分析这两个能量是因为它已离开 $\pi\text{N}(3.3)$ 共振能量较远, 多次散射理论受共振的影响已显得不重要了。 ^{12}C 的初末态波函数取 $SU(3)$ 的结果, 即取 $\psi_{L00}[(1p)^8[44](L=0, 2)]^{[9]}$ 。用这样的波函数来描述 ^{12}C 的低激发态可能比纯 jj 耦合的壳模型波函数要正确些。单粒子的基是取谐振子的波函数, 参数 $\alpha^2 = 0.401(\text{fm})^{-2}$ 。在计算 π 核多次散射振幅 $F_{fi}(\mathbf{q})$ 时, 算到 $n = 3$ 的项。也考虑了质心关联的修正, 这相当于在 $F_{fi}(\mathbf{q})$ 中乘上 $e^{\alpha^2/4A\alpha^2}$ 因子。

由于 Glauber 多重绕射理论只是在前半球的范围才是适用的, 所以在计算中, 我们只算到 $Q_{\text{cm}} \leq 90^\circ$ 。计算结果画在图 1、2、3、4 中, 并与实验结果比较。

首先, 图 1、图 2 表明, 对于 0^+-0^+ 态的弹性散射, 在 $Q_{\text{cm}} \leq 40^\circ$ 处, 理论结果与实验符合得还好, 如 $T_{\text{lab}} = 260 \text{ MeV}$ 的情况, 两条曲线几乎重合在一起了。在 $Q_{\text{cm}} > 40^\circ$ 以后, 理论曲线与实验的偏离较大, 但基本上仍能给出实验上峰的位置。从我们的理论计算中看到, 如果计及更高次的碰撞项, 在较大角度处会与实验符合得更好。同时, πN 振幅所取的近似结果也会影响在较大角度处的计算结果。因此, 如果进一步考虑了这些修正, 相信结果与实验将会更加吻合。

前边提到, 我们更感兴趣的是在这一能区的非弹性散射的理论分析。为此, 我们计算了这两个能量下的非弹性散射的微分截面。到 2^+ 态 (4.4 MeV) 的理论曲线画在图 3 和图 4 中, 这些曲线与实验基本上是符合的。实验在 30° 附近有一个峰, 理论上也正好在 30° 附近出现了峰值。而且除了在峰处的绝对值略低些外, 微分截面的数值也符合得比较好。

从我们的计算中也看到, 对于非弹性散射的振幅, 计算到三次项, 在峰值附近已大体够了。也就是说, 非弹性道的多重绕射级数要比弹性道收敛得快。我们初步认为, 在此能区, 多重绕射理论用于处理非弹性散射时, 能得出更可信的结果。即 Glauber 的多重绕射

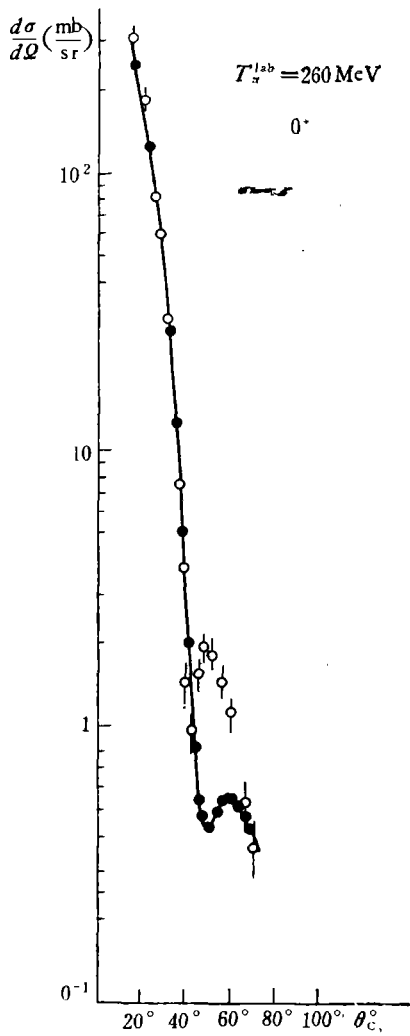


图 1 260MeV 的 π^- - ^{12}C 弹性散射的微分截面

带“●”的实线是本文的计算结果,
“○”表示实验值^[2]

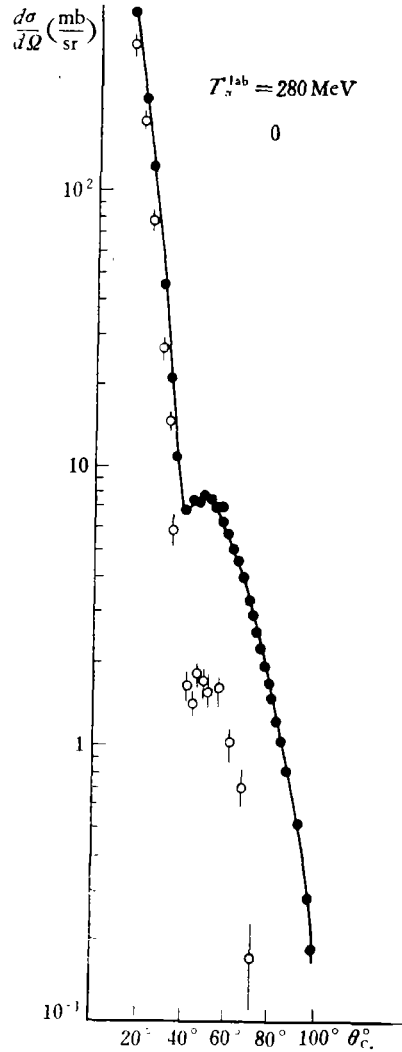


图 2 280MeV 的 π^- - ^{12}C 弹性散射的微分截面

(说明同图 1)

近似可能更加可靠。

我们上面所得出的计算结果是包含核内满壳层核子的贡献。即对 π^- - ^{12}C 散射, 包含了 1s 壳 4 个核子的贡献。我们的计算结果表明, 内壳核子对微分截面的贡献大约占 10—20%, 即相对于外壳核子, 它的贡献相对的小些, 因之它不太可能改变单由计算外壳核子的贡献所得的定性结果。但是, 它也不是一个可以忽略不计的量。

最后, 讨论在 π 介子能量 ≈ 180 MeV 时的 π 核散射问题。由于这时 πN 截面大得多, 我们计算到 $n = 3$ 的项还与实验结果差别很大。K. Bjørnneak^[9] 等人用相似的方法计算它的弹性散射角分布, 指出至少要考虑到 $n = 6$ 的项才能大体上解释实验的结果。我们

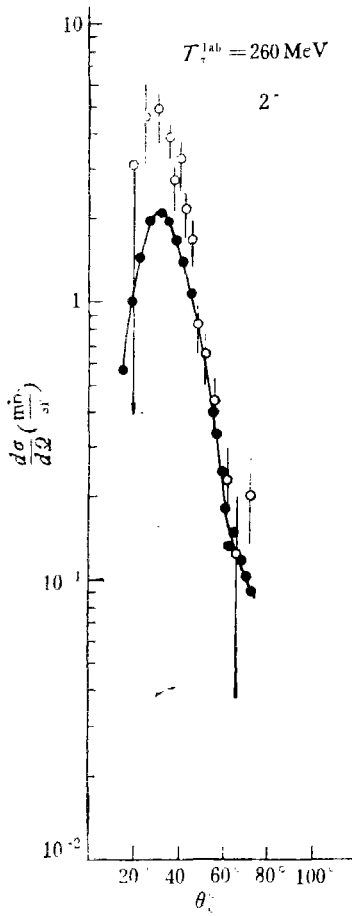


图3 260 MeV的 π^- - ^{12}C 非弹性散射(2^+ 态)的微分截面
(说明同图1)

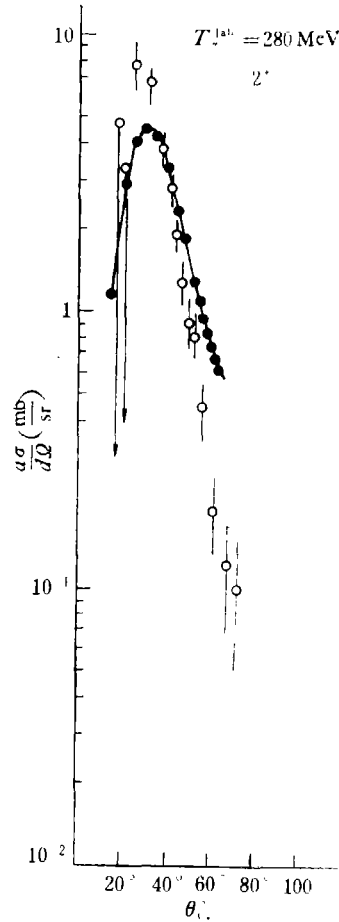


图4 280 MeV的 π^- - ^{12}C 非弹性散射(2^+ 态)的微分截面
(说明同图1)

相信这一点。但同时也表明在共振区，可能有更复杂的因素存在。这方面已引起了人们的猜测^[10]。

总之，我们运用 Glauber 的多次散射理论，分析了 250—300 MeV 能区的 π^- - ^{12}C 非弹性和弹性散射实验数据，理论与实验的符合是比较好的。特别是对非弹性过程，虽然实验上已经出现多年，但是仍未见到定量的理论分析，我们用多次散射的理论基本上能够得到较为满意的解释。

参 考 文 献

- [1] F. Binon et al., *Nucl. Phys.*, **B33** (1971), 42; A. S. Clough et al., *Phys. Lett.*, **B43** (1973), 476.
- [2] F. Binon et al., *Nucl. Phys.*, **B17** (1970), 168.
- [3] J. Hüfner, *Phys. Reports*, **21C** (1975), 1.
- [4] 李扬国、刘宪辉、马维兴, *Scientia Sinica*, **18** (1975), 38.
- [5] 张禹顺、李扬国, *物理学报*, **26**(1977), 450.
- [6] M. A. Locei et al., *Nuovo Cimento*, **A57** (1968), 803.

- [7] A. Donnachie et al., *Phys. Lett.*, **B26** (1968), 161.
[8] H. A. Jahn, *Proc. Roy. Soc.*, **A209** (1951), 502.
[9] K. Bjønenak et al., *Nucl. Phys.*, **B22** (1970), 179.
[10] G. E. Brown et al., *Phys. Reports*, **22C** (1975), 281.

ELASTIC AND INELASTIC π -NUCLEAR SCATTERING

MA WEI-XING LI YANG-GUO

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

Using Glauber theory, the π - ^{12}C elastic and inelastic scattering differential cross-sections at the energies 260 and 280 MeV are calculated and analyzed. Comparing with the experimental data, better fits are obtained.