

多准粒子激发带的转动惯量与堵塞效应

曾 谨 言

(北京 大学)

摘 要

在不计及堵塞效应情况下,多准粒子激发带的转动惯量之间存在简单的关系。二、三、四准粒子激发带的实验分析结果,与之有明显不符。

近年来,在实验上,不仅对变形核的高自旋态进行了广泛研究;而且对二准粒子激发带(偶偶核)及三准粒子激发带(奇A核)进行了不少工作,并已开始研究四粒子、六粒子激发带^[1]。实验表明,它们当中许多转动带,虽然激发能已较高(2.5—5 MeV),仍保持较好的轴对称性。对于这些转动带的转动惯量关系的研究,有助于进一步了解堵塞效应的严重影响^[2]。

设准粒子真空态 $|0\rangle$ 的转动惯量为 \mathcal{I}_0 ,一准粒子态 $\alpha_1^\dagger|0\rangle$ 的转动惯量为 $\mathcal{I}(1)$ 二准粒子态 $\alpha_1^\dagger\alpha_2^\dagger|0\rangle$ 的转动惯量为 $\mathcal{I}(1,2)$, $\alpha_1^\dagger\alpha_1^\dagger|0\rangle$ 的转动惯量为 $\mathcal{I}(1,\bar{1})$ 可以证明^[1](附录)

$$\frac{\mathcal{I}(1) + \mathcal{I}(2) - 2\mathcal{I}_0}{\mathcal{I}(1,2) - \mathcal{I}_0} = 1, \quad (1)$$

$$\frac{2\mathcal{I}(1) - 2\mathcal{I}_0}{\mathcal{I}(1,\bar{1}) - \mathcal{I}_0} = 1, \quad (2)$$

在不计及堵塞效应时,在BCS理论中上述关系式普遍成立,与对力强度、单粒子能级及波函数的选取等都无关。与此类似,设三粒子态 $\alpha_1^\dagger\alpha_2^\dagger\alpha_3^\dagger|0\rangle$ 与四粒子态 $\alpha_1^\dagger\alpha_2^\dagger\alpha_3^\dagger\alpha_4^\dagger|0\rangle$ 的转动惯量分别为 $\mathcal{I}(1,2,3)$ 与 $\mathcal{I}(1,2,3,4)$,则

$$\frac{\mathcal{I}(1) + \mathcal{I}(2) + \mathcal{I}(3) - 3\mathcal{I}_0}{\mathcal{I}(1,2,3) - \mathcal{I}_0} = 1, \quad (3)$$

$$\frac{\mathcal{I}(1) + \mathcal{I}(2) + \mathcal{I}(3) + \mathcal{I}(4) - 4\mathcal{I}_0}{\mathcal{I}(1,2,3,4) - \mathcal{I}_0} = 1, \quad (4)$$

在表1中给出了近年来实验测得的二准粒子激发带的转动惯量关系的分析。为了避免长程力(四极、八极力)的影响^[3],表中所列均系高 $K(\geq 4)$ 带。可以看出,(1)式左边比值系统大于1。其中很重要的原因之一是堵塞效应未予很好考虑。堵塞效应不仅表现在奇A核转动惯量系统大于相邻偶偶核基带的转动惯量^[3],而且表现在准粒子激发带转动惯

本文在1978年2月22日收到。

1) 公式(1)、(2)已在原文[2]中给出,但未证明。

表 1 原子核准粒子激发带转动惯量 ($R = (\mathcal{I}(1) + \mathcal{I}(2) - 2\mathcal{I}_0) / (\mathcal{I}(1, 2) - \mathcal{I}_0)$)

原子核	基带		二准粒子激发带			紧奇 A 核的有关转动带			R	实验资料出处		
	$2\mathcal{I}_0/\hbar^2$ (MeV ⁻¹)	带首 (KeV)	K*	$2\mathcal{I}/\hbar^2$ (MeV ⁻¹)	准粒子态	奇 A 核准粒子态	$2\mathcal{I}/\hbar^2$ (MeV ⁻¹) 平均					
²⁵⁰ Cf ₁₅₂	140	1255.49	4-	180	nn(734↑ - 620↑)	249Cf ₁₅₁ (g. b.) 734↑ 251Cf ₁₅₃ (g. b.) 620↑	176 154	1.25	Y76, A75, A76 NDS 18(1976), No. 3. 17(1976), No. 3.			
²⁵¹ U ₁₄₂	138	1396.18	5-	194	pp(633↑ + 521↑)	249Bk ₁₃₂ (g. b.) 633↑ 521↑	213 162	1.76	T74			
¹⁸⁴ W ₁₁₀	54.1	1421	6-	186	nn(633↓ + 743↑)	231Th ₁₄₁ (g. b.) 633↓ 235U ₁₄₃ (g. b.) 743↑	167 195	1.8	M74, G69, NDS 12(1974), No. 4. 16(1975), No. 2.			
¹⁷⁸ W ₁₀₄	56.6	1284	5-	74	nn(615↑ - 510↑)	183W ₁₀₉ (g. b.) 510↑ 185W ₁₁₁ 510↑ (g. b.) 615↑ 183W ₁₀₉ 615↑	77.2 } 50 } 69.6 } 73.4 }	1.35	C76, NDS 13(1974), No. 4. 16(1975), No. 1.			
¹⁷⁸ Hf ₁₀₆	64.4	1666	5-	72.6	nn(624↑ + 521↓)	177W ₁₀₃ (g. b.) 521↓ 177Yb ₁₀₇ (g. b.) 624↑ 179Hf ₁₀₇ (g. b.) 624↑	68.5 } 89.5 } 89.3 }	2.8	H68, G75 NDS 13(1974), No. 4. 16(1975), No. 1.			
¹⁷⁸ Hf ₁₀₆	64.4	1147.44	8-	83.7	pp(514↑ + 411↓)	173Re ₁₀₄ 514↑ 173Ta ₁₀₄ 514↑ 411↓	66.7 } 71 } 75.3 }	1.3	H68, G75 NDS 13(1974), No. 4. 16(1975), No. 1.			
¹⁷⁸ Hf ₁₀₆	64.4	1147.44	8-	83.7	pp(404↓ + 514↑)	171Lu (g. b.) 404↓ 514↑	74.4 } 79.7 }	1.33	H68, G75 NDS 13(1974), No. 4. 16(1975), No. 1.			
¹⁷⁸ Hf ₁₀₆	64.4	1147.44	8-	83.7	nn(624↑ + 514↓)	177Hf ₁₀₅ (g. b.) 514↓ 179Hf ₁₀₇ (g. b.) 624↑	80.2 } 89.2 }	2.1	K75, W74, G75 NDS 16(1975), No. 1. 18(1976), No. 3.			
¹⁷⁸ Hf ₁₀₆	67.9	1333.1	6+	81.7	pp(404↓ + 402↑)	173Lu 402↑ 171Lu 402↑ 171Lu (g. b.) 404↓ 171Lu (g. b.) 404↓	78.7 } 74.7 } 79.4 } 74.4 }	1.31	K75, W74, G75 NDS 16(1975), No. 1. 18(1976), No. 3.			

续表 1

$^{170}\text{Yb}_{104}$	1559.3	8-	80.4	$pp(404\downarrow + 514\uparrow)$	^{171}Lu ^{172}Lu	(g. b.) 404 \downarrow 514 \uparrow 514 \uparrow	83.0 79.7 } 81.4	76.9	1.86	K α 75 NDS 14(1975), No. 3. 18(1976), No. 3.
	1761.5	6+	85.3	$nn(514\downarrow + 512\uparrow)$	$^{177}\text{Hf}_{105}$ $^{177}\text{Hf}_{105}$ (g. b.)	512 \uparrow 514 \downarrow	72.7 80.2	≈ 1.0		
$^{170}\text{Yb}_{102}$	1860.1	8-	114	$nn(624\uparrow + 514\downarrow)$	同上	514 \downarrow 624 \uparrow	80.2 103	80.2	1.03	O72 NDS 15(1975), No. 4.
	1884.59	5-	88.3	$nn(624\uparrow + 521\downarrow)$	$^{173}\text{Yb}_{103}$ $^{173}\text{Yb}_{103}$	521 \downarrow 521 \downarrow 624 \uparrow	82.3 73.7 } 78 95	78	1.63	
$^{168}\text{Yb}_{98}$	1551	6-	120	$nn(633\uparrow + 512\uparrow)$	$^{171}\text{Yb}_{101}$ $^{173}\text{Yb}_{103}$ (g. b.)	512 \uparrow 512 \uparrow	82.0 89.2 } 85.6	85.6	1.52	C72 NDS 17 (1976), No. 1.
	1998.7	5-	106.8	$pp(523\uparrow + 411\uparrow)$	$^{167}\text{Tm}_{98}$ $^{167}\text{Ho}_{98}$	633 \uparrow 633 \uparrow	145 122 } 133.5	97.8 86.3	1.23	
$^{168}\text{Er}_{100}$	1094	4-	101	$nn(633\uparrow + 521\downarrow)$	$^{169}\text{Er}_{101}$ $^{167}\text{Er}_{99}$ (g. b.)	633 \uparrow 633 \uparrow 521 \downarrow 521 \downarrow	117 113 91 85.4 } 88.2	115	2.0	M70, B75 NDS 10 (1973), No. 4. 11 (1974), No. 3.
	75.2	4-	101	$nn(633\uparrow + 521\downarrow)$	$^{169}\text{Er}_{101}$ (g. b.)	521 \downarrow 521 \downarrow	85.4	88.2		

稀土区单粒子能级	质子	Z	63	65	67	69	71	73	75	77
			413 \downarrow	411 \uparrow	523 \uparrow	411 \downarrow	404 \downarrow	402 \uparrow	541 \downarrow	514 \uparrow
	中子	N	93	95	97	99	101	103	105	107
			521 \uparrow	642 \uparrow	523 \downarrow	633 \uparrow	521 \downarrow	512 \uparrow	514 \downarrow	624 \uparrow
	质子	Z	91	93	95	97	99	101		
			530 \uparrow	642 \uparrow	523 \downarrow	633 \uparrow	521 \uparrow	514 \downarrow		
	中子	N	141	143	145	147	149	151	153	155
			633 \downarrow	631 \downarrow	743 \uparrow	622 \uparrow	624 \downarrow	734 \uparrow	620 \uparrow	613 \uparrow

量的关系上,即

$$\mathcal{F}(1, 2) - \mathcal{F}_0 < (\mathcal{F}(1) - \mathcal{F}_0) + (\mathcal{F}(2) - \mathcal{F}_0), \quad (5)$$

这反映出,在奇 A 核情况下每一个单粒子能级(1 或 2)的堵塞效应得以充分发挥,而在偶核的二准粒子激发态中,能级 1、2 的堵塞效应彼此有干涉,未能各自充分发挥出来.实验测得的三、四准粒子带的转动惯量也有类似关系

$$\mathcal{F}(1, 2, 3) - \mathcal{F}_0 < \sum_{k=1}^3 (\mathcal{F}(k) - \mathcal{F}_0), \quad (6)$$

$$\mathcal{F}(1, 2, 3, 4) - \mathcal{F}_0 < \sum_{k=1}^4 (\mathcal{F}(k) - \mathcal{F}_0), \quad (7)$$

以下以 ${}^{170}\text{Hf}_{104}$ 的四准粒子激发带为例^[1]

(1) 2866 KeV $K^\pi = 14^-$ 带, $2\mathcal{F}/\hbar^2 = 103 \text{ MeV}^{-1}$, 准粒子态为 $pp(404\downarrow + 514\uparrow)$, $nn(514\downarrow + 512\uparrow)$, 利用 ${}^{171}\text{Lu}$ 与 ${}^{170}\text{Lu}$ 的质子态 404 \downarrow 、514 \uparrow 及 ${}^{170}\text{Hf}$ 与 ${}^{172}\text{Hf}$ 的中子态 514 \downarrow 、512 \uparrow 的转动惯量,可求出

$$\frac{\mathcal{F}(1) + \mathcal{F}(2) + \mathcal{F}(3) + \mathcal{F}(4) - 4\mathcal{F}_0}{\mathcal{F}(1, 2, 3, 4) - \mathcal{F}_0} \approx 1.3.$$

(2) 3266 KeV $K^\pi = 16^+$ 带, $2\mathcal{F}/\hbar^2 = 122 \text{ MeV}^{-1}$ (接近于刚体值), 准粒子态为 $pp(404\downarrow + 514\uparrow)$, $nn(514\downarrow + 624\uparrow)$, 与 $K^\pi = 14^-$ 带差别在于中子态 512 $\uparrow \rightarrow 624\uparrow$, 用 ${}^{172}\text{Hf}_{105}$ 的 624 \uparrow 带代入,可求出

$$\frac{\mathcal{F}(1) + \mathcal{F}(2) + \mathcal{F}(3) + \mathcal{F}(4) - 4\mathcal{F}_0}{\mathcal{F}(1, 2, 3, 4) - \mathcal{F}_0} \approx 1.2,$$

当然,还可以找到四准粒子态与二准粒子态的转动惯量关系

$$\frac{\mathcal{F}(1, 2) + \mathcal{F}(3, 4) - 2\mathcal{F}_0}{\mathcal{F}(1, 2, 3, 4) - \mathcal{F}_0} = 1, \quad (8)$$

用实验测得的二准粒子带转动惯量(表 1)代入(8)式,比值应更接近于 1. 事实上,可求出此比值,对于 $K^\pi = 14^-$, 16^+ 两带,都 ≈ 1.0 .

三准粒子带以 ${}^{170}\text{Hf}_{105}$ 为例. 基带 $K^\pi = 7/2^-(514\downarrow)$, $2\mathcal{F}/\hbar^2 = 80.2 \text{ MeV}^{-1}$. 1315.4 KeV $K^\pi = 23/2^+$ 带, $2\mathcal{F}/\hbar^2 = 90.5 \text{ MeV}^{-1}$, 准粒子态为 $n514\downarrow + pp(404\downarrow + 514\uparrow)$. 利用 ${}^{171}\text{Lu}$, ${}^{170}\text{Lu}$ 的 $p404\downarrow$ 及 $p514\uparrow$ 带转动惯量代入(3)式,可求得

$$\frac{\mathcal{F}(1) + \mathcal{F}(2) + \mathcal{F}(3) - 3\mathcal{F}_0}{\mathcal{F}(1, 2, 3) - \mathcal{F}_0} \approx 1.5,$$

若用 ${}^{170}\text{Hf}$ 的 1559 KeV $K^\pi = 8^-$ 带 ($pp404\downarrow + 514\uparrow$) 转动惯量代入下式

$$\frac{\mathcal{F}(1) + \mathcal{F}(2, 3) - 2\mathcal{F}_0}{\mathcal{F}(1, 2, 3) - \mathcal{F}_0} \approx 1.1,$$

与四准粒子情况相似.

严格计及堵塞效应后,理论计算会有较大改进. 此时,使用准粒子概念很不方便. 但可以使用处理对力的粒子数守恒方法^[2].

若激发带并非较纯的多准粒子态,例如各种类型振动带 (β^- , γ^- , 八极振动)^[5], 虽然转动惯量一般都比基带大,但与基带的关系比较复杂.

附录

众所周知^{[3][4]},

$$\mathcal{F}_0/2\hbar^2 = \sum_{r,s} \frac{(u_r v_s - u_s v_r)^2}{E_r + E_s} [|(j_x)_{rs}|^2 + |(j_x)_{r\bar{s}}|^2 \delta_{Q_r, 1/2} \delta_{Q_s, 1/2}], \quad (9)$$

其中第二项只对 $Q_r = Q_s = 1/2$ 情况才不为 0, 以下公式中, 为简洁起见, 都把这一项略去未写. 一准粒子态的转动惯量为:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(1)/2\hbar^2 &= \sum_{r \neq 1, s} \frac{(u_r v_s - u_s v_r)^2}{E_r + E_s} |(j_x)_{rs}|^2 + \sum_{r \neq 1} \frac{(u_r u_1 + v_r v_1)^2}{E_r - E_1} |(j_x)_{r1}|^2 \\ &= \sum_{r, s} \frac{(u_r v_s - u_s v_r)^2}{E_r + E_s} |(j_x)_{rs}|^2 - \sum_r' \frac{(u_r v_1 - u_1 v_r)^2}{E_r + E_1} |(j_x)_{r1}|^2 \\ &+ \sum_r' \frac{(u_r u_1 + v_r v_1)^2}{E_r - E_1} |(j_x)_{r1}|^2, \end{aligned} \quad (10)$$

\sum' 指求和时, 把能级“1”除外. 令

$$A_1 = \sum_r' \frac{(u_r u_1 + v_r v_1)^2}{E_r - E_1} |(j_x)_{r1}|^2, \quad (11)$$

$$B_1 = \sum_r' \frac{(u_r v_1 - u_1 v_r)^2}{E_r + E_1} |(j_x)_{r1}|^2, \quad (12)$$

则

$$\mathcal{F}(1)/2\hbar^2 = \mathcal{F}_0/2\hbar^2 + A_1 - B_1, \quad (13)$$

二准粒子态 $\alpha_1^\dagger \alpha_2^\dagger |0\rangle$ 的转动惯量不难求出为:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(1, 2)/2\hbar^2 &= \sum_{r, s} \frac{(u_r v_s - u_s v_r)^2}{E_r + E_s} |(j_x)_{rs}|^2 + \sum_{i=1, 2} \left\{ \sum_r' \frac{(u_r v_i - u_i v_r)^2}{E_r + E_i} \right. \\ &\quad \left. \times |(j_x)_{ri}|^2 \right\} + \sum_{i=1, 2} \left\{ \sum_r' \frac{(u_r u_i + v_r v_i)^2}{E_r - E_i} |(j_x)_{ri}|^2 \right\} \\ &= \mathcal{F}_0/2\hbar^2 + (A_1 + A_2) - (B_1 + B_2), \end{aligned} \quad (14)$$

这里 \sum' 指求和时把能级(1, 2)除外. 这样, 公式(1)得证. 三、四准粒子态的转动惯量公

式与(14)式相似, 但 \sum' 理解为把能级(1, 2, 3)或(1, 2, 3, 4)除外, $\sum_{i=1, 2}$ 分别换为 $\sum_{i=1}^3$ 或 $\sum_{i=1}^4$. 这样公式(3)、(4)的证明就很明显了.

参 考 文 献

- [1] T. L. Khoo, F. M. Bernthal, R. G. Robertson, E. A. Warner, *Phys. Rev. Lett.*, **37** (1976), 523.
35 (1975), 1256.
[2] 程檀生、曾谨言, *物理学报*, **26** (1977), 247.
[3] A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. 2 (1975).
[4] O. Prior, F. Boehm, S. G. Nilsson, *Nucl. Phys.*, **A110** (1968), 257.
[5] 程檀生、曾谨言, *物理*, **2** (1973), 53.
A75 J. Ahmad, J. M. Milsted, *Nucl. Phys.*, **A239** (1975), 1.
A76 J. Ahmad et al., *Phys. Rev.*, **C14** (1976), 226.
B75 A. Bohr, B. R., Mottelson, *Nuclear Structure*, (1975), Vol. 2.
C72 A. Charvet et al., *Nucl. Phys.*, **A197** (1972), 490.
C76 M. J. Canty et al., *Nucl. Phys.*, **A265** (1976), 1.

- G69 J. Glatz et al., *Zeit. Physik*, **227** (1969), 83.
G75 D. Geinoz et al., *Nucl. Phys.*, **A251** (1975), 305.
H68 R. G. Helmer, C. W. Reich, *Nucl. Phys.*, **A114** (1968), 649.
K75 T. L. Khoo et al., *Phys. Rev. Lett.*, **35** (1975), 1256.
Ka75 N. Kaffrell et al., *Nucl. Phys.*, **A235** (1975), 339.
M70 W. Michaelis et al., *Nucl. Phys.*, **A150** (1970), 161.
M74 D. J. McMillan et al., *Nucl. Phys.*, **A223** (1974), 29.
O72 R. A. O'Neill, D. G. Burke *Nucl. Phys.*, **A182** (1972), 342.
T74 W. Teoh et al., *Nucl. Phys.*, **A228** (1974), 432.
W74 G. Winter et al., *Nucl. Phys.*, **A223** (1974), 320.
Y76 S. W. Yates et al., *Phys. Rev. Lett.*, **36** (1976), 1125.

THE MOMENTS OF INERTIA OF MULTI-QUASI-PARTICLE EXCITATION BANDS AND THE BLOCKING EFFECT

ZENG JIN-YAN

(TSENG CHIM-YAN)

(*Beijing University*)

ABSTRACT

It is shown that there exist some simple relations among the moments of inertia of multi-quasi-particle excitation bands, provided the blocking effect is neglected. Systematical discrepancy exists between the experimental result and the quasi-particle prediction.