第1卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 1, No. 1
1977年11月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS November, 1977

复合场场论和层子模型(II)

何祚庥 黄涛
(中国科学院高能物理研究所)

摘要

本文在以前工作的基础上[1-5],讨论了有颜色层子构成的重子复合场论,给出了几种等价的 S 矩阵元的表示式和层子模型理论中有关重子跃迁矩阵元的公式[6].最后讨论了一种自旋为 $\frac{1}{2}$ 重子的场流关系式及其应用.

一、引言

我们在前几篇文章中发展了一种用复合场场论体系描述强子的结构图像.强子是层子构成的复合粒子,层子是"基本"场即层子场的量子激发,强子是由"基本"场构成的复合场的量子激发[1-5].这一体系可以描写多能级的束缚态,从而能由少数几个"基本"场统一描述各种强子的产生和消灭.这一场论能给出多种形式不同但实质上相等价的 S 矩阵元的表示式,从而便于讨论各种不同类型的问题,应用不同的近似方法.其中有两种 S 矩阵形式特别值得注意:1)得到一种推广的 B-S 型的 S 矩阵形式,其特殊情况即始末态只包含一个复合粒子时,即是 S. Mandelstam 所给出的跃迁公式[7],亦即层子模型理论所用到的算式[6],由此还能导出包含束缚态在内的微扰展开式的普遍费曼规则[8]. 2)得到了一种定域场论形式的 S 矩阵,亦即是 L-S-Z 定域场论的形式,但这里应理解为对复合粒子质心运动的描述,其情形和牛顿力学既能描写质点运动又能描述复合体系质心运动的情况十分类似.由这一 S 矩阵形式还能导出"弱形式"下的 $PCAC$,场流关系等[9],从而能对目前一些行之有效的理论,如色散关系、流代数、光锥代数等统一地从结构的观点给予了新的解释. 此外还从某些较强的假定导出"强形式"的 $PCAC$, VMD,场流关系等[10].

所有上述结果都是以介子为例来给出的,本文进一步将上述结果推广到重子情况.乍一看来,似乎这种推广是显而易见的,实际上这里仍存在两方面问题:一、B-S 波函数的质心部分只能满足 Klein-Gorden 方程而不能满足 Dirac 方程,因而重子场算子的渐近条件就不能像通常一样用 Dirac 方程的形式来写出;二、重子波函数具有复杂的结构,不易找出它的正交波函数从而得到定域形式的 S-矩阵,场流关系等.本文将着重讨论这方面困难的解决并给出所得出的计算结果.

本文将分五节来叙述:第一节是引言,第二节讨论重子的正交归一条件,第三节给出

本文1977年4月6日收到.

各种形式的 S 矩阵，第四节讨论定域性质并给出场流关系，第五节给出场流关系的应用的一个例子.

二、重子的 B-S 波函数以及正交归一条件

对于由三个带颜色的层子构成的重子束缚态，其 B-S 波函数定义为

$$(\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_1x_2x_3))^{abc}_{\alpha\beta\gamma} = \langle 0|(\psi^a_\alpha(x_1)\psi^b_\beta(x_2)\psi^c_\gamma(x_3))|\mathbf{P}, B, \lambda\rangle \tag{2.1}$$

其中 $|\mathbf{P}, B, \lambda\rangle$ 是重子束缚态，$\mathbf{P}$ 是质心动量，λ 是束缚态 B 的自旋指标，$\psi^a_\alpha(x)$ 是层子的海森堡场量，α, β, γ 是旋量指标，a, b, c 是 $SU(3)$ 指标. 此外还应有层子的颜色指标，但这里未标出. 以下为简便起见，有时还将 $SU(3)$ 指标也一并略去. (2.1) 式满足的 B-S 方程是

$$\begin{aligned}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{1\mu}}+M\right)_{\alpha\alpha'}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{2\mu}}+M\right)_{\beta\beta'}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{3\mu}}+M\right)_{\gamma\gamma'}(\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_1x_2x_3))_{\alpha'\beta'\gamma'}\\ = i\int dy_1dy_2dy_3\, I(x_1x_2x_3;\ y_3y_2y_1)_{\alpha\beta\gamma;\gamma'\beta'\alpha'}(\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_1x_2x_3))_{\alpha'\beta'\gamma'}\end{aligned} \tag{2.2}$$

或者简记为

$$(\vec{O}-\vec{I})\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_1x_2x_3)=0 \tag{2.3}$$

其中 $\vec{O}$ 是微分算符 $O_{\alpha\beta\gamma;\gamma'\beta'\alpha'}$ 的缩写

$$O_{\alpha\beta\gamma;\gamma'\beta'\alpha'} = -i\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{1\mu}}+M\right)_{\alpha\alpha'}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{2\mu}}+M\right)_{\beta\beta'}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{3\mu}}+M\right)_{\gamma\gamma'} \tag{2.4}$$

$\vec{I}$ 是微分-积分算符 $I_{\alpha\beta\gamma;\gamma'\beta'\alpha'}$ 的缩写

$$I_{\alpha\beta\gamma;\gamma'\beta'\alpha'}\cdots=\int I(x_1x_2x_3;\ y_3y_2y_1)_{\alpha\beta\gamma;\gamma'\beta'\alpha'}\cdots \tag{2.5}$$

B-S 波函数的共轭波函数是

$$(\bar{\psi}^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_3x_2x))_{\gamma\beta\alpha}=\langle\lambda, B, \mathbf{P}|T(\bar{\psi}_\gamma(x_3)\bar{\psi}_\beta(x_2)\bar{\psi}_\alpha(x_1))|0\rangle \tag{2.6}$$

所满足的方程式是

$$\begin{aligned}(\bar{\psi}^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_3x_2x_1))_{\gamma'\beta'\alpha'}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{1\mu}}+M\right)_{\alpha'\alpha}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{2\mu}}+M\right)_{\beta'\beta}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{3\mu}}+M\right)_{\gamma'\gamma}\\ = i\int dy_1dy_2dy_3(\bar{\psi}^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(y_3y_2y_1))_{\gamma'\beta'\alpha'}I(y_1y_2y_3;x_3x_2x_1)_{\alpha'\beta'\gamma';\gamma\beta\alpha}\end{aligned} \tag{2.7}$$

或者简记为

$$\bar{\psi}^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_3x_2x_1)(\overleftarrow{O}-\overleftarrow{I})=0 \tag{2.8}$$

引入三粒子格林函数

$$\begin{aligned}&K(x_1, x_2, x_3;\ y_3, y_2, y_1)_{\alpha\beta\gamma;\gamma'\beta'\alpha'}\\ &\quad=\langle 0|T(\psi_\alpha(x_1)\psi_\beta(x_2)\psi_\gamma(x_3)\bar{\psi}_{\gamma'}(y_3)\bar{\psi}_{\beta'}(y_2)\bar{\psi}_{\alpha'}(y_1)|0\rangle\end{aligned} \tag{2.9}$$

易知此格林函数满足下列方程

$$\begin{aligned}&i\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{1\mu}}+M\right)_{\alpha\alpha''}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{2\mu}}+M\right)_{\beta\beta''}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_{3\mu}}+M\right)_{\gamma\gamma''}K(x_1x_2x_3;\ y_3y_2y_1)_{\alpha''\beta''\gamma'';\gamma'\beta'\alpha'}\\ &\quad+\int dy'_1dy'_2dy'_3 I(x_1, x_2, x_3;\ y'_3, y'_2, y'_1)_{\alpha\beta\gamma;\gamma''\beta''\alpha''}K(y'_1, y'_2, y'_3;\ y_3, y_2, y_1)_{\alpha''\beta''\alpha'',\gamma'\beta'\alpha'}\\ &=-\delta(x_1-y_1)\delta(x_2-y_2)\delta(x_3-y_3)\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'}\delta_{\gamma\gamma'}\end{aligned} \tag{2.10}$$

（如果三个粒子是全同粒子，式(2.10)的右边应是 δ 函数的 3! 项，这时波函数的定义(2.1)也将附加一个因子 $\frac{1}{\sqrt{3!}}$，对这里的结果没有任何影响.）或简记为

$$(\vec{O}-\vec{I})K(x_1, x_2, x_3; y_3, y_2, y_1)=\delta(x_1-y_1)\delta(x_2-y_2)\delta(x_3-y_3) \tag{2.11}$$

此外也有下列格林函数方程

$$K(x_1, x_2, x_3; y_3, y_2, y_1)(\overleftarrow{O}-\overleftarrow{I})=\delta(x_1-y_1)\delta(x_2-y_2)\delta(x_3-y_3) \tag{2.12}$$

采用 Jacobi 坐标，并将以上一系列算式变换到动量表象，就有

$$\int dqdq'[\mathscr{O}(P; pp'; qq')-\mathscr{I}(P; pp'; qq')]_{P^2=-m_B^2}\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(q, q')=0 \tag{2.13}$$

$$\int dqdq'\bar{\psi}^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(p, p')[\mathscr{O}(P; p, p'; q, q')-\mathscr{I}(P, p, p'; q, q')]_{P^2=-m_B^2}=0 \tag{2.14}$$

$$\int dldl'[\mathscr{O}(P; p, p'; l, l')-\mathscr{I}(P; p, p'; ll')]K(P; l, l'; qq')$$
$$=\delta(p-q)\delta(p'-q') \tag{2.15}$$

$$\int dldl'K(P; pp'; ll')[\mathscr{O}(P; ll'; qq')-\mathscr{I}(P; ll'; qq')]$$
$$=\delta(p-q)\delta(p'-q') \tag{2.16}$$

其中

$$\mathscr{O}(P; pp'; qq')=-i\left(\frac{i}{3}\hat{P}+i\hat{p}+\frac{i}{2}\hat{p}'+M\right)\left(\frac{i}{3}\hat{P}-i\hat{p}+\frac{i}{2}\hat{p}'+M\right)$$
$$\left(\frac{i}{3}\hat{P}-i\hat{p}'+M\right)\delta(p-q)\delta(p'-q') \tag{2.17}$$

$$I(x_1x_2x_3; y_3y_2y_1)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int dPI(P; xx'; yy')e^{iP(X-Y)} \tag{2.18}$$

$$I(P; xx'; yy')=\frac{1}{(2\pi)^8}\int dpdp'dqdq'\mathscr{I}(P; pp'; qq')e^{i(px+p'x'-qy-p'y')} \tag{2.19}$$

$$\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_1x_2x_3)=e^{iPX}\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x, x') \tag{2.20}$$

$$\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x, x')=\frac{1}{(2\pi)^8}\int dpdp'\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(p, p')e^{i(px+p'x')} \tag{2.21}$$

$$K(x_1x_2x_3; y_3y_2y_1)=\frac{1}{(2\pi)^4}\int dPK(P; xx'; yy')e^{iP(X-Y)} \tag{2.22}$$

$$K(P; xx'; yy')=\frac{1}{(2\pi)^8}\int dpdp'dqdq'K(P; pp'; qq')e^{i(px+p'x'-qy-q'y')} \tag{2.23}$$

采用类似 [2, 3] 附录中对介子波函数求出正交归一条件所用过的推导方法，经过较复杂的计算，最后可得

$$i\int dpdp'dqdq'\bar{\psi}^{\lambda'}_{\mathbf{P}'B'}(p, p')Q(PP'; pp'; qq')\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(q, q')\Big|_{\mathbf{P}=\mathbf{P}'}=\delta_{\lambda\lambda'}\delta_{BB'} \tag{2.24}$$

其中

$$Q(PP'; pp'; qq')=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial P_0}\mathscr{O}(P; pp'; qq')+\frac{\partial}{\partial P_0'}\mathscr{O}(P'; pp'; qq')\right)$$
$$-\frac{1}{P_0-P_0'}(\mathscr{I}(P; pp'; qq')-\mathscr{I}(P'; pp'; qq')) \tag{2.25}$$

变换到坐标表象并把质心部分加进去,就有

$$(2\pi)^4 i\int d\mathbf{X}dxdx'\bar{\Phi}_{\mathbf{P}'B'}^{\lambda'}(X;xx')\hat{Q}\frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial X_0}\psi_{\mathbf{P}B}^{\lambda}(X;xx')=2E_B\delta_{\lambda\lambda'}\delta_{BB'}\delta_{\mathbf{PP}'} \quad (2.26)$$

在今后将多次用到式(2.26),其中值得注意的是(2.26)中的 $\frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial X_0}$,这决定了今后将用 Klein-Gorden 形式的渐近条件.

三、关于重子体系的 S-矩阵的表示式

采用和论文[1-3]相类似的办法,可以令三粒子的复合场算符是

$$B(x_1x_2x_3)=T(\psi(x_1)\psi(x_2)\psi(x_3)) \quad (3.1)$$

复合粒子的渐近条件可写为

$$\lim_{T\to\pm\infty}a_{B,\lambda}(\mathbf{P},T)=a_{B,\lambda}^{\substack{\text{out}\\\text{in}}}(\mathbf{P}),\quad \lim_{T\to\pm\infty}b_{B,\lambda}^{*}(\mathbf{P},T)=b_{B\lambda}^{*\substack{\text{out}\\\text{in}}}(\mathbf{P}) \quad (3.2)$$

其中

$$a_{B\lambda}(\mathbf{P},T)=i\int d\mathbf{X}dxdx'\bar{\Phi}_{\mathbf{P}B}^{\lambda}(X,xx')\frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial X_0}\hat{Q}'B(X,x,x')$$

$$b_{B\lambda}^{*}(\mathbf{P},T)=i\int d\mathbf{X}dxdx'B(X,x,x')\frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial X_0}\hat{Q}'\psi_{\mathbf{P}B}^{\lambda}(X,x,x')$$

而 $\hat{Q}'=\frac{(2\pi)^4}{2E_B}\hat{Q}$. 对于基本场 $\psi(x)$ 所满足的相对论不变性,定域对易关系等均和以前的假定一样. 用类似[1-3]中的方法,可证 $a_{B\lambda}^{\text{in}}(\mathbf{P}),b_{B\lambda}^{\text{in}}(\mathbf{P})\cdots$ 等有反对易关系

$$\begin{aligned}&\{a_{B\lambda}^{\text{in}}(\mathbf{P}),a_{B'\lambda'}^{*\text{in}}(\mathbf{P}')\}=\{a_{B\lambda}^{\text{out}}(\mathbf{P}),a_{B'\lambda'}^{*\text{out}}(\mathbf{P})\}=\delta_{\mathbf{PP}'}\delta_{BB'}\delta_{\lambda\lambda'}\\&\{b_{B\lambda}^{\text{in}}(\mathbf{P}),b_{B\lambda}^{*\text{in}}(\mathbf{P})\}=\{b_{B\lambda}^{\text{out}}(\mathbf{P}),b_{B'\lambda'}^{*\text{ut}}(\mathbf{P}')\}=\delta_{\mathbf{PP}'}\delta_{BB'}\delta_{\lambda\lambda'}\end{aligned} \quad (3.3)$$

再利用类似的化简技巧就可以得到 S-矩阵的普遍表示式. 为叙述简便起见,这里仅以跃迁矩阵元为例对各种 S-矩阵式进行讨论. 从(3.2)(3.3),并利用化简技巧,很容易得到

$$\begin{aligned}&\langle\mathbf{P},B',\lambda'|J_\mu(z)|\mathbf{P},B,\lambda\rangle\\&=-\int dXdxdx'dYdydy'\bar{\Phi}_{\mathbf{P}'B'}^{\lambda'}(X,x,x')\hat{Q}'(m_{B'}^2-\Box_X)(m_B^2-\Box_Y)\\&\left\langle 0\middle|T\left(\psi\left(X+\frac{x}{2}+\frac{x'}{3}\right)\psi\left(X-\frac{x}{2}+\frac{x'}{3}\right)\psi\left(X-\frac{2}{3}x'\right)J_\mu(z)\bar{\psi}\left(Y-\frac{2}{3}y'\right)\right.\right.\\&\quad\left.\left.\times\bar{\psi}\left(Y-\frac{y}{2}+\frac{y'}{3}\right)\bar{\psi}\left(Y+\frac{y}{2}+\frac{y'}{2}\right)\right)\middle|0\right\rangle\hat{Q}'\psi_{\mathbf{P}B}^{\lambda}(Y,y,y')\end{aligned} \quad (3.4)$$

这就将束缚态跃迁矩阵元通过层子场量的编时乘积和束缚态波函数来表示. 值得注意的是,这里出现的是 Klein-Gorden 算子.

如果定义 $G_\mu(x_1x_2x_3;z;y_3y_2y_1)$ 满足下列格林函数关系式,即有

$$\begin{aligned}&\langle 0|T(\psi(x_1)\psi(x_2)\psi(x_3)J_\mu(z)\bar{\psi}(y_3)\bar{\psi}(y_2)\bar{\psi}(y_1))|0\rangle\\&=\int dx_1'dx_2'dx_3'dy_1'dy_2'dy_3'K(x_1x_2x_3;x_3'x_2'x_1')G_\mu(x_1'x_2'x_3';z;y_3'y_2'y_1')\\&\quad K(y_1'y_2'y_3';y_3y_2y_1)\end{aligned} \quad (3.5)$$

并将 (3.5) 代入 (3.4) 内，注意到

$$\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_1x_2x_3) = \langle 0|T(\psi(x_1)\psi(x_2)\psi(x_3))|\mathbf{P}, B, \lambda\rangle$$

$$= i\int dY dy dy'(m_B^2 - \Box_Y)\langle 0|T(\psi(x_1)\psi(x_2)\psi(x_3)\bar{\psi}(y_3)\bar{\psi}(y_2)\bar{\psi}(y_1))|0\rangle$$

$$\hat{Q}'\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(y_1y_2y_3)$$

$$= i\int dY dy dy'(m_B^2 - \Box_Y)K(x_1x_2x_3;\ y_3y_2y_1)\hat{Q}'\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(y_1y_2y_3) \tag{3.6}$$

$$\bar{\psi}^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(x_3x_2x_1) = i\int dY dy dy'\bar{\psi}^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(y_3y_2y_1)\hat{Q}'(m_B^2 - \Box_Y)K(y_1y_2y_3;\ x_3x_2x_1) \tag{3.7}$$

就可得跃迁矩阵元的另一形式，

$$\langle \mathbf{P}'B',\ \lambda'|J_\mu(z)|\mathbf{P}B\lambda\rangle$$

$$= \int dx_1dx_2dx_3dy_1dy_2py_3\bar{\psi}^{\lambda'}_{\mathbf{P}'B'}(x_3x_2x_1)G_\mu(x_1x_2x_3;\ z;\ y_3y_2y_1)\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(y_1y_2y_3) \tag{3.8}$$

这就是 Mandelstam 所给出的跃迁矩阵元表达式[7]． 将算子 $(\vec{O} - \vec{I})$ 和 $(\overleftarrow{O} - \overleftarrow{I})$ 分别作用在 (3.5) 式的两边，就有

$$G_\mu(x_1x_2x_3;\ z;\ y_3y_2y_3)$$

$$= (\vec{O} - \vec{I})\langle 0|T(\psi(x_1)\psi(x_2)\psi(x_3)J_\mu(z)\bar{\psi}(y_3)\bar{\psi}(y_2)\bar{\psi}(y_1))|0\rangle(\overleftarrow{O} - \overleftarrow{I}) \tag{3.9}$$

将 (3.9) 代入 (3.8)，就又给 S-矩阵的另一形式，

$$\langle \mathbf{P}',\ B',\ \lambda'|J_\mu(z)|\mathbf{P},\ B,\ \lambda\rangle$$

$$= \int dx_1dx_2dx_3dy_1dy_2dy_3\bar{\psi}^{\lambda}_{\mathbf{P}'B'}(x_3x_2x_1)(\vec{O} - \vec{I})\langle 0|T(\psi(x_1)\psi(x_2)\psi(x_3)$$

$$J_\mu(z)\bar{\psi}(y_3)\bar{\psi}(y_2)\bar{\psi}(y_1))|0\rangle(\overleftarrow{O} - \overleftarrow{I})\psi^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(y_1y_2y_3) \tag{3.10}$$

和介子情况一样，由式 (3.10) 将便于得到包含重子束缚态在内的微扰展开式[8]．

采用类似资料 [3] 中的做法，从 (3.5) 和 (3.8) 式可以得到(见文 [3] 中的 (6.8) 式)

$$-4P_0P_0'\psi^{\lambda'}_{\mathbf{P}'B'}(x,\ x')\langle \mathbf{P}',\ B',\ \lambda'|J_\mu(z)|\mathbf{P},\ B,\ \lambda\rangle\bar{\psi}^{\lambda}_{\mathbf{P}B}(y,\ y')$$

$$= \int dXdY e^{i(PY-P'X)}(m_{B'}^2 - \Box_X)(m_B^2 - \Box_Y)$$

$$\langle 0|T(\psi(x_1)\psi(x_2)\psi(x_3)J_\mu(z)\bar{\psi}(y_3)\bar{\psi}(y_2)\bar{\psi}(y_1))|0\rangle \tag{3.11}$$

如果在 (3.11) 的两边再乘上一个能使波函数归一化的任意的函数，就又可得 S-矩阵的另一形式．例如，如果利用式 (2.25)，就可得这一类 S-矩阵的一个特例，即式 (3.4)． 这样，就导出了所有可能的 S 矩阵形式．式 (3.11) 也表明，如果一开始不用正交归一条件来定义渐近条件，而是用一衰减的函数(乘上它可以使波函数归一)来定义渐近条件同样可以获得所有等价的 S-矩阵元，这在资料 [5] 中已有了详尽的讨论．剩余的一个问题是：能否如介子情况一样，也能导出通常的 L-S-Z 定域场论的化简形式？特别是这里在流算符中作用在场算子上的不是 Dirac 算子！

四、定域性质和场流关系

为了从复合粒子的跃迁矩阵元导出 L-S-Z 定域场论的约化形式，就还需要讨论一下重子波函数的一般结构．如所周知，通常重子波函数在颜色 $SU(3)$ 空间是反对称的，在座

标和 $SU(3)$ 空间是全对称的.如果略去颜色指标,这一对称性质通常通过 Lorentz 指标和 $SU(3)$ 指标的轮换来表示. 例如,在满足 $SU(6)$ 对称的层子模型中,重子波函数常写成[6]

$$(\psi_{\mathbf{P}k}^{\lambda j}(x,x'))_{\alpha\beta\gamma}^{abc}=\frac{i}{6\sqrt{2}}\sqrt{\frac{m_B}{E}}\,\phi_{\mathbf{P}}(x,x')\left\{\epsilon^{abj}\delta_k^c\left[\left(1-\frac{i\hat{P}}{m_B}\right)\gamma_5C\right]_{\beta\gamma}U_\alpha^\lambda(\mathbf{P})\right.$$
$$\left.+\begin{pmatrix}abc\\ \alpha\beta\gamma\end{pmatrix}\right\} \tag{4.1}$$

其中 $E\equiv P_0$, a,b,c 是 $SU(3)$ 指标, α,β,γ 是 Dirac 矩阵指标, $C=i\gamma_2\gamma_4$, j,k 是重子 8 维表示的指标,其矩阵形式是

$$\begin{pmatrix}\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}}+\frac{\Lambda^0}{\sqrt{6}} & -\Sigma^+ & P\\ \Sigma^- & -\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}}+\frac{\Lambda^0}{\sqrt{6}} & n\\ \Xi^- & -\Xi^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\Lambda^0\end{pmatrix} \tag{4.2}$$

但如果要求出波函数 (4.1) 的逆形式,从而能将 (3.11) 式左边的波函数搬到右边,就可能具有复杂的结构. 为了能够找出 (4.1) 的逆形式,最好先将轮换后的各项中的指标重新排列一下,即设法使 β,γ 的指标一直和 (4.1) 中的 Dirac 矩阵相联系, α 的指标一直和 Dirac 旋量相联系. 一般地讲,由三个 $\frac{1}{2}$ 自旋层子的波函数的结构可以记为

$$(\Gamma)_{\beta\gamma}(\Gamma')_{\alpha\alpha'}(\psi_\pm)_{\alpha'} \tag{4.3}$$

其中 Γ,Γ' 是 γ 矩阵以及 P_μ, x_μ, x'_μ 等变量的组合, $\psi_\pm$ 是静止系中旋量波函数. 这样,轮换 (α,β) 指标就相当于 Fiertz 变换. 关于找出用 Fiertz 变换以及获得重子波函数的方法曾在文 [11] 中进行详尽的讨论,这里沿用这一资料所给出的方法来写出重子波函数并换成通常所熟悉的形式.

对于自旋为 $\frac{1}{2}$ 的重子波函数的一般形式可记为

$$[\psi_{\mathbf{P}k}^{\lambda j}(x,x')]_{\alpha\beta\gamma}^{abc}=\frac{1}{\sqrt{2}}[(\phi_k^j)^{abc}(\chi^\lambda)_{\alpha\beta\gamma}+(\varphi_k^j)^{abc}(\xi^\lambda)_{\alpha\beta\gamma}] \tag{4.4}$$

其中 ϕ_k^j 和 φ_k^j 是 $SU(3)$ 空间中由 O_1 和 O_2 对称群算符所定义的基,即有

$$(\phi_k^j)^{abc}=-\frac{1}{\sqrt{6}}[\varepsilon^{dba}(\lambda_k^j)_d^c+\varepsilon^{dca}(\lambda_k^j)_d^b] \tag{4.5}$$

$$(\varphi_k^j)^{abc}=\frac{1}{\sqrt{2}}\varepsilon^{dbc}(\lambda_k^j)_d^a \tag{4.6}$$

而 χ^λ 和 ξ^λ 是自旋空间的波函数,并分别是混合对称算符 O_1 和 O_2 的基. 根据重子波函数所应满足 Lorentz 变换性质的分析,可知自旋波函数一般地将有如下形式的结构,亦即是

$$\sqrt{\frac{m_B}{E}}\left\{\left[\left(a_1+a_2\frac{i\hat{P}}{m_B}\right)\gamma_5C\right]_{\beta\gamma}U_\alpha^\lambda(\mathbf{P})+\left[\left(a_3+a_4\frac{i\hat{P}}{m_B}\right)C\right]_{\beta\gamma}(\gamma_5U_\lambda(\mathbf{P}))_\alpha\right.$$
$$+\left[\left(a_5+a_6\frac{i\hat{P}}{m_B}\right)\gamma_\mu\gamma_5C\right]_{\beta\gamma}(\gamma_\mu U^\lambda(\mathbf{P}))_\alpha+\left[\left(a_7+a_8\frac{i\hat{P}}{m_B}\right)\gamma_\mu C\right]_{\beta\gamma}(\gamma_\mu\gamma_5U^\lambda(\mathbf{P}))_\alpha$$
$$\left.+\text{其它明显含有 } x_\mu,\ x'_\mu \text{ 的项}\right\} \tag{4.7}$$

其中 $a_1 \cdots a_8$ 是由 P, x, x' 组成的标量函数．由于 (4.7) 还将满足一定的轮换对称，在 (4.7) 中的 $a_1 \cdots a_8$ 将不是独立的，对称群的 O_1 和 O_2 对称的基的要求将导致仅有三个独立的函数，因而有

$$(\chi^\lambda)_{\alpha\beta\gamma} = \sqrt{\frac{m_B}{E}}\Big\{(h-f)(\gamma_5 C)_{\beta\gamma} U^\lambda_\alpha(\mathbf{P}) + \left[\left(h - f\frac{i\hat{P}}{m_B}\right)C\right]_{\beta\gamma}(\gamma_5 U^\lambda(\mathbf{P}))_\alpha$$
$$+ (h-f)\left(\frac{i\hat{P}}{m_B}\gamma_\mu\gamma_5 C\right)_{\beta\gamma}(\gamma_\mu U^\lambda(\mathbf{P}))_\alpha + \left[\left(g + f - h\frac{i\hat{P}}{m_B}\right)\gamma_\mu C\right]_{\beta\gamma}(\gamma_\mu\gamma_5 U^\lambda(\mathbf{P}))_\alpha$$
$$+ \cdots \text{其它明显含有 } x_\mu,\ x'_\mu \text{ 的项}\Big\} \tag{4.8}$$

$$(\xi^\lambda)_{\alpha\beta\gamma} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{m_B}{E}}\Big\{\left[\left(-2g - 3h + 3f\frac{i\hat{P}}{m_B}\right)\gamma_5 C\right]_{\beta\gamma} U^\lambda_\alpha(\mathbf{P})$$
$$+ (2g - 3h + 3f)(C)_{\beta\gamma}(\gamma_5 U^\lambda(\mathbf{P}))_\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} g(\gamma_\mu\gamma_5 C)_{\beta\gamma}(\gamma_\mu U^\lambda(\mathbf{P}))_\alpha$$
$$+ \cdots \text{其它明显含有 } x_\mu,\ x'_\mu \text{ 的项}\Big\} \tag{4.9}$$

其中 f, g, h 是 P, x, x' 的标量函数．将 (4.5),(4.6),(4.8),(4.9) 代入 (4.4)，再在(3.11) 的左右两侧乘上相应的 $SU(3)$ 波函数，乘以 Dirac 矩阵，Dirac 旋量等，把 $SU(3)$ 指标，α, β, γ 指标都收缩掉，再乘以 $\delta(x)$，$\delta(x')$ 再对 $dx\, dx'$ 积分，就可以导出 L-S-Z 定域场论的简化形式．例如，如对波函数 $\psi^{\lambda'}_{\mathbf{P}'B'}(x, x')$，$\bar{\Phi}^\lambda_{\mathbf{P}B}(y, y')$ 分别乘上下列“逆形式”的波函数并进行积分，就有

$$\frac{i}{2E'}\int dx dx' \delta(x)\delta(x')\sqrt{\frac{E'}{m_{B'}}}\bar{U}^{\lambda'}_\alpha(\mathbf{P}')\varepsilon_{dbc}(\lambda^l_m)^d_a(C\gamma_5)_{\gamma\beta}(\psi^{\lambda' j}_{\mathbf{P}k}(x, x')^{abc}_{\alpha\beta\gamma}$$
$$= \frac{16}{\sqrt{3}}\left(g(0) + \frac{3}{2}h(0)\right) = (B(0))^{-1} \tag{4.10}$$

$$\frac{i}{2E}\int dy dy' \delta(y)\delta(y')\sqrt{\frac{E}{m_B}}\varepsilon_{dbc}(\lambda^l_m)^d_a(\bar{\Phi}^{\lambda i}_{\mathbf{P}k}(y, y'))^{abc}_{\alpha\beta\gamma}(C\gamma_5)_{\gamma\beta}U^\lambda_\alpha(\mathbf{P})$$
$$= \frac{16}{\sqrt{3}}\left(\bar{g}(0) + \frac{3}{2}\bar{h}(0)\right) = (\bar{B}(0))^{-1} \tag{4.11}$$

式 (4.10), (4.11) 中 λ^l_m 是所要选取的粒子的特定的 Gell-Mann 矩阵．当我们在 (3.11) 的两侧乘上这些“逆函数”并进行积分以后，再注意到由时间反演，可证 $g(0) = \bar{g}(0)$，$h(0) = \bar{h}(0)$，就可得出

$$\langle \mathbf{P}', B', \lambda' | J_\mu(z) | \mathbf{P}, B, \lambda\rangle$$
$$= -\frac{|B(0)|^2}{4}\frac{1}{\sqrt{EE'm_B m_{B'}}}\int dX dY e^{i(PY - P'X)}\varepsilon_{dbc}(\lambda^l_m)^d_a$$
$$\varepsilon_{d'b'c'}(\lambda^{l'}_{m'})^{d'}_{a'}\bar{U}^{\lambda'}_{\alpha'}(\mathbf{P})(C\gamma_5)_{\gamma'\beta'}(m^2_{B'} - \Box_X)(m^2_B - \Box_Y) \tag{4.12}$$
$$\langle 0 | T(\psi^{a'}_{\alpha'}(X)\psi^{b'}_{\beta'}(X)\psi^{c'}_{\gamma'}(X)J_\mu(z)\bar{\Phi}^a_\alpha(Y)\bar{\Phi}^b_\beta(Y)\bar{\Phi}^c_\gamma(Y))|0\rangle(C\gamma_5)_{\gamma\beta}U^\lambda_\alpha(\mathbf{P})$$

再注意到

$$(m^2_B - \Box_X) = (m_B - i\hat{P})(m_B + i\hat{P}) \tag{4.13}$$
$$(m_B - i\hat{P})U^\lambda(\mathbf{P}) = 2m_B U^\lambda(\mathbf{P}) \tag{4.14}$$

并引进一个仅在 S 矩阵等价意义下的重子场算符

$$(\Psi_B(X))_{\alpha'} = B(0)\varepsilon_{d'b'c'}(\lambda^{l'}_{m'})^{d'}_{\alpha'} \lim_{\substack{x\to 0\\ x'\to 0}} \{(C\gamma_5)_{\gamma'\beta'} T(\psi^{a'}_{\alpha'}(x_1)\psi^{b'}_{\beta'}(x_2)\psi^{c'}_{\gamma'}(x_3))\} \quad (4.15)$$

$$(\overline{\Psi}_B(Y))_{\alpha} = B(0)\varepsilon_{dbc}(\lambda^{l}_{m})^{d}_{a} \lim_{\substack{y\to 0\\ y'\to 0}} \{T(\overline{\psi}^{a}_{\alpha}(y_3)\overline{\psi}^{b}_{\beta}(y_2)\overline{\psi}^{c}_{\gamma}(y_1)(C\gamma_5)_{\gamma\beta}\} \quad (4.16)$$

就能得到

$$\langle \mathbf{P}', B', \lambda' | J_\mu(z) | \mathbf{P}, B, \lambda\rangle$$
$$= -\int dXdY e^{-i(P'X-PY)}\sqrt{\frac{m_B m_{B'}}{EE'}}\,\overline{U}(\mathbf{P}')(m_{B'}+i\hat{p}')(m_B+i\hat{p})$$
$$\langle 0|T(\overline{\Psi}_{B'}(X)J_\mu(z)\Psi_B(Y))|0\rangle U(\mathbf{P})$$

这就是通常熟知的 L-S-Z 定域场论的 S 矩阵形式. 这表明重子是复合粒子的情况下,对重子的质心运动也可以等价地用定域场量来描述, 正如牛顿力学的算式既能描写质点的力学运动,也同样能描写复合体系的质心运动. 此外,式(4.15),(4.16)也就定义了重子和层子流之间的“弱形式”的场流关系. 由上面的推导可以看出,对同一重子将可以有许多不同的“弱形式”的场流关系,对不同重子也将有许多不同形式的重子场流恒等式. 如果和流代数的技巧相结合起来,将有许多实际的应用,这将另行讨论.

五、重子场流关系的应用的一例

这里仅讨论一个例子, 应用重子场流恒等式来计算核子和 π^0 介子形成的顶角函数. 由顶角函数的 Lorentz 不变性质的分析,可知

$$\langle \mathbf{P}'|\mathbf{P}k\rangle$$
$$= i\sqrt{2}\, g(P^2, P'^2, k^2)\sqrt{\frac{m^2}{2\omega EE'}}(2\pi)^4\delta(P'-P-k)\overline{U}(\mathbf{P}')\gamma_5 T_3 U(\mathbf{P}) \quad (5.1)$$

另一方面由 $PCAC$, 有

$$\phi_{\pi^0}(z) = c\partial_\rho A_\rho(z)$$
$$= c\partial_\rho\overline{\psi}(z)\gamma_\rho\gamma_5 T_3\psi(z) \quad (5.2)$$

可有

$$\langle \mathbf{P}'|\mathbf{P}k\rangle$$
$$= -ic\int dxdydz e^{i(kz+Py-P'x)}\sqrt{\frac{m^2}{2\omega EE'}}\,\overline{U}(\mathbf{P}')(m+i\hat{p}')(\mu^2-\Box_z)$$
$$\{\langle 0|\partial_\rho T(\Psi(x)\overline{\Psi}(y)A_\rho(z))|0\rangle + \delta(y_0-z_0)\langle 0|T(\Psi(x)[A_4(z),\overline{\Psi}(y)]|0\rangle$$
$$-\delta(x_0-z_0)\langle 0|T([A_4(z),\Psi(x)]\overline{\Psi}(y))|0\}(m+i\hat{p})U(\mathbf{P}) \quad (5.3)$$

进一步取 π 介子的低能近似, 即令 ∂_ρ 项 $\to 0$, 再将上述矩阵元延拓到 $P^2 = P'^2 = 0$ 的区域, 将(4.15)(4.16)的场流恒等式中的 $\lambda^l_m = \lambda^1_2$ 或 λ^1_3, 并代入(5.3)式, 再利用正则对易关系

$$\{\psi^a_\alpha(y), \psi^{i*}_\rho(x)\}_{x_0=y_0} = \delta_{ai}\delta_{\alpha\rho}\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y}) \quad (5.4)$$

便可求出

$$\langle P'|Pk\rangle \simeq -2i\frac{c\mu^2 m^2}{\sqrt{2\omega EE'}}(2\pi)^4\delta(P'-P-k)\overline{U}(\mathbf{P}')\gamma_5 T_3 U(\mathbf{P}) \quad (5.5)$$

将 (5.5) 和 (5.1) 进行比较，可知

$$g(0,0,0)=-\sqrt{2}\,c\mu^2 m \tag{5.6}$$

由于 $c=\dfrac{i\sqrt{2}}{4\mu f_2^\pi(0)}$，由 $\pi\to\mu\nu$ 的实验，可知 $f_2^\pi(0)=0.24\mu^2$，由此可算

$$\frac{G^2}{4\pi}=15.4 \tag{5.7}$$

这和 π 介子和核子的相互作用常数的实验值十分接近[12].

对于其它重子场流关系的应用，我们将另行讨论.

作者感谢李小源同志在重子波函数的问题上进行有益的讨论.

参 考 资 料

[1] 何祚庥，黄涛，«科学通报», **19** (1974), 1.
[2] 何祚庥，黄涛，«物理学报», **23** (1974), 1.
[3] 何祚庥，黄涛，«物理学报», **23** (1974), 264.
[4] 何祚庥，黄涛，«中国科学», **18** (1975), 502.
[5] 何祚庥，黄涛，«科学通报», **20** (1975), 419.
[6] 北京基本粒子理论组，«1966 年北京暑期物理讨论会论文».
[7] S. Mandelstam, *Proc. Soc.*, **A223** (1955), 248.
[8] 何祚庥，张肇西，黄涛，«物理学报», **25** (1976), 215.
[9] 何祚庥，黄涛，«科学通报», **21** (1976), 35.
[10] 何祚庥，黄涛，«物理学报», **23** (1974), 408.
[11] A. B. Hemigues et. al., *Ann. Phys.*, **93** (1975), 125.
[12] M. M. Nagels et. al., *Nucl. Phys.*, **B109** (1967) 1—90.

COMPOSITE FIELD THEORY AND THE STRATON MODEL (II)

HO TSO-HSIU HUANG TAO

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

On the basis of previous papers, this work discusses the theory of composite fields composed of colored stratons. Varicus equivalent representations of the S-matrix elements are given. The formulae for the transition matrix elements between states involving baryons in the theory of Straton Model are derived. Finally, the field-current relations are extended to spin ½ baryons and their applications are discussed.