

低能 $d(d, \gamma)\alpha$ 反应 S 因子的理论研究*

马引群^{1,2;1)} 马中玉¹ 田源¹

1 (中国原子能科学研究院 北京 102431)

2 (太原师范学院物理系 太原 030001)

摘要 在唯象模型的基础上, 考虑到碰撞氦核的 D 态分量对跃迁矩阵元的贡献和 ^4He 基态 D 态成分, 我们从理论上计算了低能 $d(d, \gamma)\alpha$ 反应的天体物理学 S 因子. 由理论计算再现 d - d 系统的结合能和以及由共振群方法计算的 d - d 弹性散射相移, 得到 Woods-Saxon 势参数. 并由此计算的 S 因子与实验数据在 $E_{c.m.} < 3\text{MeV}$ 范围符合得较好, 尤其在天体物理学感兴趣的几百 keV 以下能区, 理论计算结果很好地符合实验数据. 由理论计算结果外推, 计算了目前还没有实验数据的使恒星核合成反应过程能够进行的恒星能区(约1—20keV)的 S 因子.

关键词 Woods-Saxon 势 电四极跃迁 S 因子 束缚态 散射态

1 引言

$^2\text{H}(d, \gamma)^4\text{He}$, $^2\text{H}(\alpha, \gamma)^6\text{Li}$, $^3\text{H}(\alpha, \gamma)^7\text{Li}$, $^3\text{He}(\alpha, \gamma)^7\text{Li}$ 反应是天体物理学中的重要核反应, 是产生这些轻核的重要途径之一. 对它们在宇宙中存在的丰度测量是天体物理学和宇宙学的重大课题之一, 也是检验热大爆炸模型一致性的重要手段之一. 而要完成上述任务, 核物理学必须为天体物理学和宇宙学(在天体物理学重要能区大约几十keV几百keV)输入准确、可靠的轻核聚变反应的截面数据. 而用目前现有技术, 从实验室里获取使这些带电粒子在恒星核合成反应过程所能发生的恒星能区(约1—20keV)所需数据是很困难的^[1]. 这就需要从各种理论模型出发获取这些数据, 因而从理论上研究俘获辐射反应就显得尤为重要. 此外, 少体系统是检验我们对核-核相互作用了解程度的非常好的课题, 因为简单体系对相互作用的各个部分都十分敏感, 获得的信息就更为直截了当, 是我们获取原子核性质、运动规律的重要途径之一.

在简单的壳模型图象中, ^4He 是最简单的双幻核, 4个核子占据最底轨道, 质子和中子两两配对形成自旋单态. 现实的微观理论计算^[2-4] 提出 ^4He 基态中存在 D 态, 4个核子的自旋耦合形成 $S = 2$ 的自旋五重

态, 即 ^4He 基态中存在轨道角动量 $L = 2$ 的非球形组态 5D_0 态, 而各种理论模型对于 D 态成分的估算仍然存在很大的不确定性, 范围在2%—14%之间^[5,6]. 各种实验^[7-9] 已证明 D 态的存在, 理论计算也证明如果在低能区(入射氦的能量小于500keV时)不考虑 D 态的存在, 理论计算的反应截面几乎比实验数据低了3个数量级.

在 LS (即自旋轨道耦合)耦合情况下, d - d 系统可能的状态有 1S_0 , 5S_2 , $^3P_{0,1,2}$, 1D_2 , $^5D_{0,1,2}$, $^3F_{2,3,4}$, 5G_2 等, ^4He 的基态记为 α , 这里考虑四极以下的电磁辐射(更高阶的电磁辐射非常弱可忽略). 根据电磁辐射跃迁的角动量和宇称选择定则

$$J_i + J_f \geq \lambda \geq |J_i - J_f|;$$
$$\pi_i \pi_f = \begin{cases} (-1)^\lambda, & E\lambda\text{-transition} \\ (-1)^{\lambda+1}, & M\lambda\text{-transition} \end{cases}, \quad (1)$$

J_i , J_f , π_i , π_f 分别为 d - d 系统初、末态的角动量和宇称, λ 为多极跃迁过程中光子带走的角动量量子数. 可能的电磁跃迁矩阵元有:

$$\langle \alpha | E1 | ^3P_1 \rangle, \langle \alpha | M1 | ^5D_1 \rangle, \langle \alpha | E2 | ^5S_2 \rangle, \langle \alpha | E2 | ^1D_2 \rangle,$$

2005 - 09 - 23 收稿

* 国家自然科学基金(10275116, 10235020)和国家重点基础研究发展规划项目(G2000077400)资助

1) E-mail: myqfal@iris.ciae.ac.cn

$$\langle \alpha | E2 | ^5D_2 \rangle, \langle \alpha | E2 | ^5G_2 \rangle, \langle \alpha | M2 | ^3P_2 \rangle, \langle \alpha | M2 | ^3F_2 \rangle, \quad (2)$$

由于在自共轭核中同位旋守恒E1跃迁被抑制, 具有相同同位旋态核间M1跃迁被禁戒^[10-13], d-d辐射俘获反应主要是电四极跃迁的贡献.

光子自旋为1, 对于电磁辐射的自旋选择为 $\Delta s=0, \pm 1$, 所有自旋为2的连续态将被⁴He的D态俘获. 低能情况由于很强的离心势⁵D₂, ⁵G₂比⁵S₂态的跃迁小得多, 可以忽略. 因此低能d+d→⁴He+γ反应主要的电磁跃迁为

$$\langle \alpha | E2 | ^5S_2 \rangle, \quad \langle \alpha | E2 | ^1D_2 \rangle, \quad (3)$$

在氘入射的能量小于500keV的低能区, 由于离心势的作用 $\langle \alpha | E2 | ^1D_2 \rangle$ 跃迁较弱, $\langle \alpha | E2 | ^5S_2 \rangle$ 跃迁较强; 在氘入射的能量大于500keV的区域, $\langle \alpha | E2 | ^1D_2 \rangle$ 跃迁占主导地位.

2 理论模型

2.1 束缚态和散射态波函数的构造

基于以上讨论, 将我们的研究限于质心系氘的入射能量在3MeV以下, 从散射态⁵S₂, ¹D₂到⁴He的基态二分量¹S₀, ⁵D₀的E2跃迁, d-d系统散射态和束缚态波函数可以用氘的内部波函数和d-d相对运动波函数来构造

$$\Psi_{LS}^J = \frac{f_{LS}^J(R)}{R} [Y_L(\hat{R}); (\Phi_d^{s=1} \Phi_d^{s=1})_S]_J, \quad (4)$$

这里L是轨道角动量, S为道自旋, J为总角动量, **R**为d-d相对坐标, $f_{LS}^J(R)$ 为d-d系统的相对运动径向波函数, $Y_L(\hat{R})$ 为球谐函数, $\Phi_d^{s=1}$ 为氘的内部波函数. 我们将不讨论它的具体形式, 用实验的氘核电四极矩的值来讨论氘核的内部波函数对四极跃迁的贡献. 实验上发现氘具有非零的电四极矩, 证明了氘核中D态的存在. 前面(波函数要求归一化)提到⁴He的基态波函数存在D态成分, 可用它的S态和D态波函数的线性叠加来表示, 即:

$$\Psi_\alpha = \cos\omega \Psi_{L=S=0}^{J=0} + \sin\omega \Psi_{L=S=2}^{J=0}, \quad (5)$$

散射态波函数可写为

$$\Psi^{(2S+1)L_J} = i^L \left(\frac{4\pi(2L+1)}{\nu} \right)^{1/2} \frac{1}{\kappa} \Psi_{LS}^J, \quad (6)$$

其中 ν, κ 是碰撞氘核的相对运动速率和波数, 且 $\kappa = \sqrt{2\mu E/\hbar^2}$, μ, E 分别为d-d系统的折合质量和体系的相对运动能量, Ψ_{LS}^J 即为(4)式的波函数. 散射

态波函数被归一化到单位流强. (4)式中的径向波函数 $f_{LS}^J(R)$ 通过解径向薛定谔方程

$$\frac{d^2 f(R)}{dR^2} + \left[\frac{2\mu}{\hbar^2} (E + V(R)) - \frac{L(L+1)}{R^2} \right] f(R) = 0, \quad (7)$$

得到V(R)为d-d系统的势能, 其中包括库仑相互作用势和d-d相互作用的唯象Woods-Saxon势, 其形式如下:

$$V(R) = V_{ws}(R) + V_c(R),$$

$$V_{ws}(R) = \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{(R-R_0)}{a}\right)}, \quad (8)$$

$$V_c(R) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} & \text{for } R \geq R_c \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_c} \left(3 - \frac{R^2}{R_c^2}\right) & \text{for } R < R_c \end{cases},$$

“库仑半径”取为 $R_c = 1.83\text{fm}$ ^[11], 在相互作用势(8)式中, 因为对我们所讨论的问题, 自旋轨道耦合项 $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = 0$, 张量力的贡献很小可忽略^[12]. 所以没有考虑它们的贡献. Woods-Saxon势参数 V_0, R_0, a 由束缚态能量和散射态相移来确定.

2.2 d-d系统的电四极矩算符

d-d系统的E2跃迁算符在质心坐标系中可写为

$$Q_{2\mu}^E = e \sum_{i=1}^4 r_i^2 Y_{2\mu}(\hat{r}_i) \frac{1 - \tau_{zi}}{2}, \quad (9)$$

其中 r_i 是第i个粒子在质心坐标系中的坐标, τ_{zi} 为第i个粒子同位旋第3分量. 第i个粒子在质心坐标系中的坐标 \mathbf{r}_i 与氘的内部坐标 $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{r}_{34} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4$, 以及d-d相对运动坐标**R**之间的关系为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1 = \frac{1}{2}(\mathbf{R} + \mathbf{r}_{12}) \\ \mathbf{r}_2 = \frac{1}{2}(\mathbf{R} - \mathbf{r}_{12}) \\ \mathbf{r}_3 = \frac{1}{2}(-\mathbf{R} + \mathbf{r}_{34}) \\ \mathbf{r}_4 = \frac{1}{2}(-\mathbf{R} - \mathbf{r}_{34}) \end{cases}, \quad (10)$$

由于d-d系统的同位旋 $T=0$, 所以(9)式中只考虑电四极矩算符的同位旋标量(isoscalar)部分. (9)式可写为

$$Q_{2\mu}^E = \frac{e}{2} \sum_{i=1}^4 r_i^2 Y_{2\mu}(\hat{r}_i), \quad (11)$$

利用

$$(\mathbf{r} \times \mathbf{r})_{2\mu} = \frac{4\pi}{3} r^2 \sum_{\mu_1 \mu_2} C_{1\mu_1 1\mu_2}^{2\mu} Y_{1\mu_1}(\hat{r}) Y_{1\mu_2}(\hat{r}) = \frac{4\pi}{3} r^2 Y_{2\mu}(\hat{r}),$$

(11)式很容易化为

$$Q_{2\mu}^E = \frac{e}{2} [R^2 Y_{2\mu}(\hat{R}) + \frac{1}{2} r_{12}^2 Y_{2\mu}(\hat{r}_{12}) + \frac{1}{2} r_{34}^2 Y_{2\mu}(\hat{r}_{34})]. \quad (12)$$

考虑到氘的内部结构, 容易看出氘的 D 态在俘获过程中是有意义的. d - d 系统的电四极算符可用该系统的相对运动坐标 \mathbf{R} 和二个氘核的内部运动坐标 \mathbf{r}_{12} , \mathbf{r}_{34} 构成. 即:

$$\hat{Q} = (\mathbf{R} \times \mathbf{R})_{2\mu} + \{(\mathbf{r}_{12} \times \mathbf{r}_{12})_{2\mu} + (\mathbf{r}_{34} \times \mathbf{r}_{34})_{2\mu}\}, \quad (13)$$

其中第1项就是所谓“外部” $E2$ 算符, 这部分就是将氘视为点粒子情况下 d - d 系统的近似 $E2$ 算符, 第2项就是所谓“内部” $E2$ 算符. 显然, 电四极算符是依赖于 d - d 系统的相对运动和氘的内部运动. 在我们的唯象理论计算中将考虑氘的内部运动对辐射俘获反应截面的贡献^[13].

2.3 $d+d \rightarrow {}^4\text{He} + \gamma$ 反应截面的理论公式

由于在原子核的 γ 辐射中能量为 MeV 量级时, 相应的波长 λ 约为 200fm, 而原子核的线度 R 约为 3—7fm, $\lambda \gg R$, 显然, 可以用电磁辐射跃迁的长波近似, 所以原子核的电磁辐射跃迁几率可写为^[14]

$$W_{fi} = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\hbar\lambda[(2\lambda+1)!]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar C}\right)^{2\lambda+1} B(E\lambda), \quad (14)$$

其中 E_γ 为发射光子的能量, λ 为多极辐射的级数, $B(E\lambda) = \frac{1}{2J_i+1} |\langle \Psi_f || Q_\lambda || \Psi_i \rangle|^2$ 为约化跃迁矩阵元, J_i , Ψ_i , Ψ_f , Q_λ 分别为原子核体系初态的总角动量、初末态的波函数和电多极算符. 原子核的电磁俘获截面与跃迁几率之间的关系为^[15]

$$\sigma(E_{c.m.}) = \sum_{S=0,2} \frac{2S+1}{(2S_1+1)(2S_2+1)} W_{fi}(E\lambda), \quad (15)$$

S 为道自旋, S_1 , S_2 分别为入射道 d - d 的自旋. $E_{c.m.}$ 为氘在质心系中的入射能量.

氘的内部电四极矩对低能俘获截面的贡献可以计算“内部” $E2$ 算符的约化矩阵元

$$\frac{e}{4} \langle \Psi_\alpha || r_{12}^2 Y_2(\hat{r}_{12}) + r_{34}^2 Y_2(\hat{r}_{34}) || \Psi_{5S_2} \rangle = \sqrt{50} \left(\frac{e^2}{\hbar\nu}\right)^{1/2} \frac{\cos\omega}{\kappa} q_d \int_0^\infty f_s^\alpha(R) f_{5S_2}(R) dR, \quad (16)$$

其中氘核的电四极矩 q_d 的实验测量值为

$$q_d = \left(\frac{8\pi}{25}\right)^{1/2} \langle \Phi_d^{s=1} || \left(\frac{r}{2}\right)^2 Y_2(\hat{r}) || \Phi_d^{s=1} \rangle = 0.2860 \text{fm}^2, \quad (17)$$

其他矩阵元也可用类似方法得到. 对于 $d+d \rightarrow {}^4\text{He} + \gamma$ 反应, 入射道 d - d 的自旋分别为 $S_1 = S_2 = 1$, 只考虑电四极矩跃迁 $\lambda = 2$, 将这些值代入(15)式可得辐射跃迁

的理论截面公式为

$$\sigma(E_{c.m.}) = \sum_{s=0,2} \frac{4\pi}{75} \frac{2S+1}{45} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar C}\right)^5 \frac{1}{\kappa^2} \frac{e^2}{\hbar\nu} |A^{(2S+1)L_J}|^2, \quad (18)$$

其中 $E_\gamma = E_{c.m.} + 23.84 \text{MeV}$ 为发射光子的能量

$$A(^1D_2) = -\frac{5}{2} \cos\omega \int_0^\infty R^2 f_S^\alpha(R) f_{1D_2}(R) dR, \quad (19)$$

$$A(^5S_2) = \sqrt{50} q_d \cos\omega \int_0^\infty f_S^\alpha(R) f_{5S_2}(R) dR + \frac{1}{2} \sin\omega \int_0^\infty f_D^\alpha(R) f_{5S_2}(R) R^2 dR, \quad (20)$$

(19), (20)式分别为散射态 1D_2 , 5S_2 跃迁到 ${}^4\text{He}$ 的基态的振幅, (20)式的第一部分是氘核 D 态成分对电四极矩跃迁的贡献.

3 数值计算方法

3.1 数值计算的 Noumerov 方法

计算散射跃迁截面(18)现在可归结为求解 d - d 系统的径向波函数. f_S^α , f_D^α 是 ${}^4\text{He}$ 基态中 S 态和 D 态的束缚态径向波函数, f_{5S_2} , f_{1D_2} 为散射态波函数. 用数值方法求解方程(7), 无论束缚态还是散射态均采用 Noumerov 方法寻找径向波函数的数值解. 为了方便求解方程(7)式, 引进无量纲变量 $\rho \equiv \kappa R$, $\kappa = \sqrt{2\mu|E|}/\hbar$. 这样(7)式就可以化为形如 $f''(\rho) = B(\rho)f(\rho)$ 的微分方程, 其中 $B(\rho) = \pm \left(1 + \frac{V(\rho)}{|E|} - \frac{L(L+1)}{\rho^2}\right)$, \pm 分别相应于散射态和束缚态. 其数值解由 Noumerov 方法给出为

$$f_{i+1}(\rho) = \left[\left(2 + \frac{5h^2}{6} B_i(\rho)\right) f_i(\rho) - \left(1 - \frac{h^2}{12} B_{i-1}(\rho)\right) f_{i-1}(\rho) \right] / \left(1 - \frac{h^2}{12} B_{i+1}(\rho)\right), \quad (21)$$

其中 h 为步长, 在计算中取 $h = 0.1 \text{fm}$.

3.2 束缚态径向波函数的确定

对于束缚态, 方程(7)中 $E < 0$, 束缚态径向波函数的边界条件取为

$$\begin{cases} \rho \rightarrow 0 & f(\rho) \rightarrow \rho^{l+1} \\ \rho \rightarrow \rho_c & f(\rho) \rightarrow W_{-\eta, l+1/2}(2\kappa\rho) \end{cases}, \quad (22)$$

其中 $\eta = e^2/\hbar\nu$ 为 Sommerfeld 常数, $W_{-\eta, l+1/2}(2\kappa\rho)$ 为 Whittaker 函数, ρ_c 为连接点, 要求波函数光滑连接, 调试 Woods-Saxon 势的参数去拟合 d - d 系统的结合能 23.84MeV, 从而确定 ${}^4\text{He}$ 束缚态的径向波函数 f_S^α , f_D^α .

3.3 散射态径向波函数的确定

对于散射态, (7) 式中 $E > 0$, 散射态边界条件取为

$$f_{\text{out}}(\rho) = \cos \delta_l F_l(\rho) + \sin \delta_l G_l(\rho), \quad (23)$$

其中 $F_l(\rho), G_l(\rho)$ 分别为 l 阶规则和不规则库仑波函数, δ_l 为核势相移. 采用二点连接法满足散射态波函数在 $R = 30\text{fm}$ 左右光滑连接即

$$\frac{f_{\text{in}}(\rho_1)}{f_{\text{in}}(\rho_2)} = \frac{f_{\text{out}}(\rho_1)}{f_{\text{out}}(\rho_2)}, \quad (24)$$

由此容易得到核势相移:

$$\delta_l = \arctan \left(\frac{F_l(\rho_1)f_{\text{in}}(\rho_2) - f_{\text{in}}(\rho_1)F_l(\rho_2)}{G_l(\rho_1)f_{\text{in}}(\rho_2) - f_{\text{in}}(\rho_1)G_l(\rho_2)} \right), \quad (25)$$

由于缺乏低能 $d-d$ 弹性散射相移的实验数据, 共振群方法能很好的描述低能 $d-d$ 弹性散射现象, 用由 Meier and Glockle^[16] 用共振群方法计算拟合的 $d-d$ 弹性散射相移来确定 Woods-Saxon 势强度, 同时计算散射态径向波函数 $f^5_{S_2}, f^1_{D_2}$.

4 理论模型中各参数的确定

在第 3 节数值方法的基础上, 来确定理论模型中的各个势参数. 对于束缚态和散射态, 固定 Woods-Saxon 势参数中的 $R_0 = 1.70\text{fm}, a = 0.90\text{fm}$. 对于束缚态 $^1S_0, ^5D_0$, 通过调试 V_0 , 使理论计算的 $d-d$ 系统的结合能达到 23.847MeV , 获得束缚态的一套势参数见表 1. 对于散射态 $^1D_2, ^5S_2$, 通过调试 V_0 , 使我们唯象理论计算的核势相移能够再现由共振群方法(RGM)计算的 $d-d$ 弹性散射相移, 拟合情况见图 1 和图 2. 得到散射态的一套势参数见表 1.

表 1 势模型采用的势参数

状态	V_0/MeV	R_0/fm	a/fm	R_c/fm	E_B/MeV
束缚态 1S_0	-75.70	1.70	0.90	1.83	-23.847
束缚态 5D_0	-192.35	1.70	0.90	1.83	-23.847
散射态 5S_2	45.50	1.70	0.90	1.83	
散射态 1D_2	-48.10	1.70	0.90	1.83	

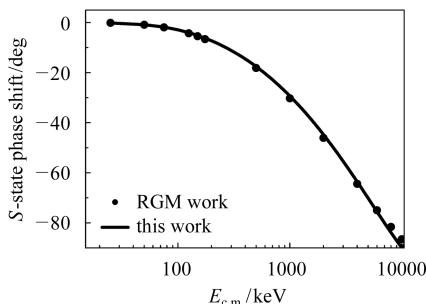


图 1 S 态相移与氘在质心系中入射能量的关系

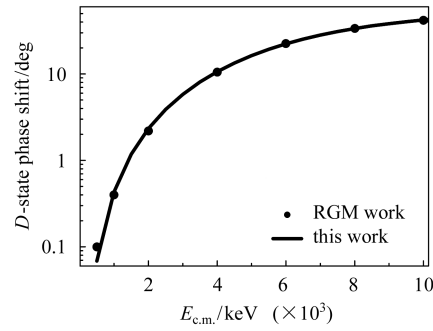


图 2 D 态相移与氘在质心系中入射能量的关系

在低能区, 通常用天体物理学的 S 因子来表示数据比较方便, 其定义为

$$S(E_{\text{c.m.}}) = \sigma(E_{\text{c.m.}}) E_{\text{c.m.}} \exp(2\pi\eta). \quad (26)$$

在表 1 中的势参数的基础上, 通过调试理论模型(5)式中的混合参数 ω 去拟合天体物理学 S 因子与氘在质心系中的入射能量 $E_{\text{c.m.}}$ 的依赖关系的实验数据得到 $\omega = -0.389$, 相应于 ^4He 中 D 态几率为 14%.

5 理论计算结果

天体物理学 S 因子 $S(E_{\text{c.m.}})$ 、辐射俘获截面 $\sigma(E_{\text{c.m.}})$ 的理论计算结果与实验结果的比较在图 3、图 4 给出(图中实验数据取自文献[5,17—21]). 从图中可以看出在 $E_{\text{c.m.}} < 3\text{MeV}$ 能区理论计算结果与

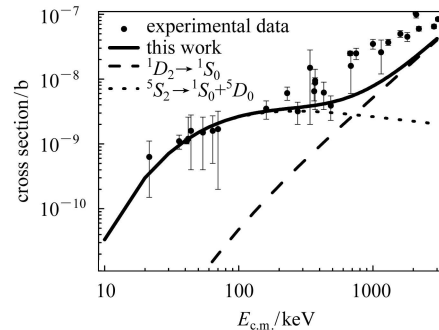


图 3 反应截面与氘在质心系中入射能量的关系

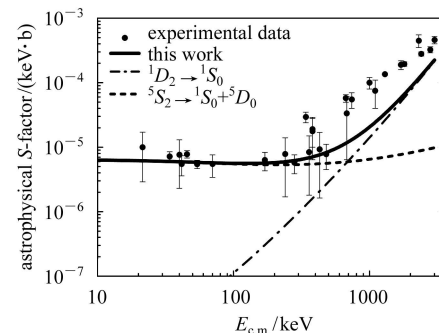


图 4 S 因子与氘在质心系中入射能量的关系

实验符合得较好,尤其在 $E_{c.m.} < 500\text{keV}$ 能区理论计算结果与实验符合得很好, $E_{c.m.} > 500\text{keV}$ 能区理论值明显低于实验值. 在氘的入射能量低于 500keV 以下能区, 对天体物理学 S 因子的贡献主要是 d-d 系统的散射态 5S_0 跃迁到 ^4He 的 $^1S_0 + ^5D_0$ 束缚态, 500keV 以上能区, 主要来自 d-d 系统的散射态 1D_2 跃迁到 ^4He 束缚态 1S_0 的贡献.

6 结论与讨论

用唯象模型理论计算了 $d+d \rightarrow ^4\text{He} + \gamma$ 反应的天体物理学的 S 因子 $S(E_{c.m.})$ 和辐射俘获截面 $\sigma(E_{c.m.})$.

由理论计算再现 d-d 系统的结合能和拟合由共振群方法计算的 d-d 弹性散射相移, 得到 Woods-Saxon 势参数, 并由此计算的 S 因子与实验数据在 $E < 3\text{MeV}$ 范围符合得较好, 尤其在天体物理学感兴趣的几百 keV 以下能区理论计算结果能很好地符合实验数据, 由此将理论计算结果外推到目前还没有实验数据天体物理学感兴趣的 20keV 以下能区, 计算辐射俘获截面和天体物理学感兴趣的 S 因子. 但理论预言的 ^4He 基态 D 态混合的几率 14% 比其他文献给出的值偏高. 有关问题还有待进一步仔细研究.

在此我们特别感谢与中国原子能科学研究所的荣建博士进行的有益讨论!

参考文献(References)

- 1 Langanke K. Nucl. Phys., 1986, **A457**: 351
- 2 Ballot J L. Phys. Lett., 1983, **127B**: 339
- 3 Goldhammer P. Phys. Rev., 1984, **C29**: 1444
- 4 Schiavilla R. Nucl. Phys., 1986, **A449**: 219
- 5 Wilkinson F J. Phys. Rev., 1985, **C31**: 2036
- 6 Weller H R. Phys. Rev. Lett., 1984, **B53**: 1325
- 7 Bluge G, Assenbaum H J. Phys. Rev., 1987, **C36**: 21
- 8 Weller H R. Phys. Rev., 1986, **C34**: 32
- 9 Assenbaum H A. Phys. Rev., 1987, **C36**: 17
- 10 Warburton E K. In Isospin in Nuclear Physics. Amsterdam: North-Holland, 1969. 185
- 11 McIntyre L C. Nucl. Phys., 1967, **A91**: 382
- 12 Santos F D. Phys. Rev., 1985, **C31**: 707
- 13 Piekarewicz J, Koonin S E. Phys. Rev., 1987, **C36**: 875
- 14 ZENG Jin-Yan. Quantum Mechanics (3rd ed). Beijing: Science Press, 2000. 734 (in Chinese)
(曾谨言. 量子力学(第3版). 北京: 科学出版社, 2000. 734)
- 15 Baye D. Nucl. Phys., 1983, **A407**: 77
- 16 Meier W. Nucl. Phys., 1975, **A255**: 21
- 17 Barnes C A, Chang K. Phys. Rev. Lett., 1983, **B34**: 23
- 18 Poutissou J M. Nucl. Phys., 1973, **A199**: 517
- 19 Meyerhof W E, Tombrelle T A. Nucl. Phys., 1968, **A109**: 1
- 20 Zurmuehle W, Stephens W E. Phys. Rev., 1963, **132**: 751
- 21 Meyerhof W E, Feldman W. Nucl. Phys., 1969, **A131**: 489

Theoretical Calculations of S -factor in $^2\text{H}(d, \gamma)^4\text{He}$ at Low Energies*

MA Yin-Qun^{1,2;1)} MA Zhong-Yu¹ TIAN Yuan¹

1 (China Institute of Atomic Energy, Beijing 102431, China)

2 (Department of Physics, Taiyuan Teachers College, Taiyuan 030001, China)

Abstract We study one of the most important reactions $^2\text{H}(d, \gamma)^4\text{He}$ with an astrophysical interest. A phenomenological model is adopted where the D -state component of the colliding deuterons and D -components in ^4He ground state are considered. Woods-Saxon potential parameters are obtained by reproducing the binding energy of d-d system and d-d elastic scattering phase shifts calculated by the resonating group method. A comparison of theoretical results with the experiment data is made at the energy range $E_{c.m.} < 3\text{MeV}$. In particular, rather good agreement with the experiment data of the astrophysical S -factor can be obtained below 500keV . Due to the lack of experiment data at the energies around $0\text{--}20\text{keV}$ required in the investigation of the stellar nucleosynthesis, an theoretical extrapolation of the S -factor down to stellar energies is performed.

Key words Woods-Saxon potentials, electric quadrupole transition, S -factor, bound state, scattering state

Received 23 September 2005

*Supported by National Natural Science Foundation of China (10275094, 10475116, 10235020) and Major State Basic Research Development Program (G2000077400)

1) E-mail: myqfal@iris.ciae.ac.cn