第 30 卷 第 11 期 高能物理与核物理 Vol. 30, No. 11
2006 年 11 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Nov., 2006

关于 $D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l$ 衰变过程的研究*

吴向尧[1] 刘晓静[1] 公丕锋[2] 李启朗[3] 石宗华[2] 郭义庆[4]

1 (吉林师范大学物理学院 吉林四平 136000)
2 (曲阜师范大学物理工程学院 曲阜 273165)
3 (安徽建筑工业学院数理系 合肥 230022)
4 (中国科学院高能物理研究所 北京 100049)

摘要 用光锥QCD求和规则研究 $D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l$ 衰变过程, 首先计算 $D \to \pi$ 跃迁形状因子, 通过构造新的关联函数, 消除了twist-3波函数的不确定性给计算结果所带来的影响, 从而使计算结果更加精确. 计算得到的分支比与最近的实验数据相一致.

关键词 光锥QCD求和规则 分支比 形状因子 CKM矩阵元

1 引言

在粒子物理中, 重到轻遍举衰变过程为理解和检验标准模型提供重要基础, 因为它能提供关于CP破坏方面的信息, 也为我们研究超出标准模型以外的新物理打开窗口. 对所有这些问题都归结为粒子物理中最重要也是最困难的问题之一, 即计算强子矩阵元. 目前, 从QCD第一原理精确计算强子矩阵元是不可能的, 因此人们只能寻找各种唯象的方法来研究, 如QCD求和规则[1], 手征微扰理论(CHPT)[2], 重夸克有效理论(HQET)[3]等. 在最近的研究B和D半轻衰变过程中, 格点规范理论[4]用格点QCD方法计算 $D \to \pi l \nu_l$ 和 $D \to K l \nu_l$ 半轻衰变过程的形状因子, 最后计算的分支比与实验一致. 软共线有效理论[5]用于研究在整个运动学范围内B和D半轻衰变过程的形状因子. 在最近的文献[6]中, 用QCD求和规则系统的计算了 $B(D) \to K_0^* \bar{l} \nu$ 半轻过程跃迁形状因子及衰变宽度, 给出 K_0^* 介子有价值的信息, 如 K_0^* 是 $s\bar{q}$ 的 0^+ 标量介子, 并具有质量 $K_0^*(1430)$. 目前, 光锥QCD求和规则[7]是研究重到轻遍举衰变过程中的最好方法之一, 被应用于研究B介子的半轻衰变过程[7—9]和非轻衰变过程[10]. 本文进一步研究 $D \to \pi$ 半轻衰变过程中在整个运动学范围内跃迁形状因子. 研究 $D \to \pi$ 半轻过程, 抽出CKM距阵元 $|V_{cd}|$. 用改进光锥QCD求和规则就能自动消除twist-3波函数不确定性所带来的影响. 因此, 用这种方法研究 $D \to \pi$ 过程, 就能更精确地抽起 $|V_{cd}|$. 另一方面, 计算半轻衰变宽度必须知道在整个运动学范围内的形状因子, 在光锥QCD求和规则(LCSR)方法中, 动量转移只适用在低、中等能量范围, 那么, 超过此能量范围的形状因子, 采用常用极点方法进行外推而得到. 用光锥QCD求和规则研究 $D \to K$ 半轻衰变, 与文献[6]的QCD求和规则有类似的地方, 例如计算跃迁形状因子, 本文用光锥波函数代替文献[6]中的夸克凝聚. 最后计算了 $D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l$ 衰变过程分支比, 与最近的实验结果相一致.

2 $D \to \pi$ 半轻衰变

对 $D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l$, $l = e, \mu$ 过程, 衰变宽度与动量转移平方的关系为

$$\frac{d\Gamma}{dq^2} = \frac{G^2 |V_{cd}|^2}{24\pi^3} (E_\pi^2 - m_\pi^2)^{3/2} \left[f_{D\pi}^+(q^2) \right]^2, \quad (1)$$

其中 $E_\pi = (m_D^2 + m_\pi^2 - q^2)/2m_D$ 是 π 介子在D介子静止系中能量. 则衰变宽度 Γ:

$$\Gamma(D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l) = \int_0^{(m_D - m_\pi)^2} dq^2 \frac{d\Gamma(D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l)}{dq^2} = \frac{G^2 |V_{cd}|^2}{24\pi^3} \int_0^{(m_D - m_\pi)^2} (E_\pi^2 - m_\pi^2)^{3/2} \left[f_{D\pi}^+(q^2) \right] dq^2, \quad (2)$$

2006 – 03 – 10 收稿
* 安徽省教育厅自然科学基金(2004KJ323)资助

可见, 要计算 $D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l$ 过程衰变宽度 Γ, 并结合实验数据抽起 $|V_{cd}|$, 必须精确计算在整个运动学范围内的形状因子, 即计算:

$$f^+_{D\pi}(q^2) \quad 0 \leqslant q^2 \leqslant (m_D - m_\pi)^2, \tag{3}$$

在LCSR方法中, 计算出的形状因子其动量转移范围在:

$$q^2 \leqslant m_c^2 - 2m_c\chi \approx 0.6\mathrm{GeV}^2, \tag{4}$$

其中 χ=500MeV. 在 $q^2 > 0.6\mathrm{GeV}^2$ 时, 计算发现, twist-4波函数贡献迅速增加使得 $f^+_{D\pi}(q^2)$ 与Borel参数 M^2 之间的稳定性丢失, 从而破坏了光锥展开, 使LCSR方法失效. 那么, 在LCSR动量转移范围之外, 即

$$m_c^2 - 2m_c\chi \leqslant q^2 \leqslant (m_D - m_\pi)^2. \tag{5}$$

采用常见的极点近似方法, 并通过外推来得到. 使极贡献来自于基态矢量介子 D^*, 用它来反映大 q^2 处的贡献.

为了确定在大动量转移 $m_c^2 - 2m_c\chi \leqslant q^2 \leqslant (m_D - m_\pi)^2$ 范围内的形状因子 $f^+_{D\pi}(q^2)$, 不能用LCSR方法计算, 考虑下列色散关系

$$f^+_{D\pi}(q^2) = \frac{f_{D^*} g_{D^*D\pi}}{2m_{D^*}\left(1 - \dfrac{q^2}{m^2_{D^*}}\right)} + \int_{\sigma_0}^{\infty} \frac{\rho(\sigma)\mathrm{d}\sigma}{1 - \dfrac{q^2}{\sigma}} = F_G(q^2) + F_H(q^2), \tag{6}$$

其中 f_{D^*} 是 D^* 介子衰变常数, 定义为

$$\left\langle 0 \left| \bar{d}\gamma_\mu c \right| D^* \right\rangle = m_{D^*} f_{D^*} \varepsilon_\mu, \tag{7}$$

ε_μ 是 D^* 介子的极化矢量. $g_{D^*D\pi}$ 是 $D^*D\pi$ 强耦合常数, 定义为

$$\langle D^*(q,e)\pi(p)|D(p+q)\rangle = -g_{D^*D\pi}(p\cdot\varepsilon), \tag{8}$$

$\rho(\sigma)$ 是谱密度, σ_0 是阈参数. $F_G(q^2)$ 表示来自 D^* 介子基态的贡献, 即(6)式中的第一项. 而 $F_H(q^2)$ 描述在 D^* 道更高态的贡献.

在 $0 \leqslant q^2 \leqslant m_c^2 - 2m_c\chi$ 区域内, $f^+_{D\pi}(q^2)$ 由光锥求和得到, 即

$$f^+_{D\pi}(q^2) = f^{+(\mathrm{LCSR})}_{D\pi}(q^2), \tag{9}$$

同时, 非微扰参量 $f_{D^*} g_{D^*D\pi}$ 也在同样框架(LCSR)中得到.

在(6)式中, 若采用单极点近似, 即

$$f^+_{D\pi}(q^2) = F_G(q^2) = \frac{f_{D^*} g_{D^*D\pi}}{2m_{D^*}\left(1 - \dfrac{q^2}{m^2_{D^*}}\right)}, \tag{10}$$

则计算发现, (10)式与结果 $f^{+(\mathrm{LCSR})}_{D\pi}(q^2)$ 有一定偏差, 这说明(6)式中更高态的贡献不能忽略. 因此, 还需要考虑第二极点的贡献, 即 $F_H(q^2)$ 的贡献, 这样, 就得到 $D \to \pi$ 的形状因子在整个运动学范围内的形式为

$$f^+_{D\pi}(q^2) = \frac{f^+_{D\pi}(0)}{(1 - q^2/m^2_{D^*})(1 - \alpha_{D\pi} q^2/m^2_{D^*})} \quad 0 \leqslant q^2 \leqslant (m_D - m_\pi)^2, \tag{11}$$

其中 $\alpha_{D\pi} = 1 - \dfrac{2m_{D^*}\cdot f^+_{D\pi}(0)}{f_{D^*} g_{D^*D\pi}}$ 从(10)式中可知: 要确定 $f^+_{D\pi}(q^2)$, 必须知道耦合常数 $g_{D^*D\pi}$ 和参数 m_{D^*}. 其中 m_{D^*} 参数可由 $f^+_{D\pi}(q^2)$ 在中低等能量范围内与 $f^{+(\mathrm{LCSR})}_{D\pi}(q^2)$ 一致而定出. 可见, 首先必须用光锥QCD求和规则方法计算出 $f^{+(\mathrm{LCSR})}_{D\pi}(q^2)$. 同时, 耦合常数 $g_{D^*D\pi}$ 与 $f^{+(\mathrm{LCSR})}_{D\pi}(q^2)$ 一样, 由相同的关联函数来计算.

3　构造关联函数

$D \to \pi$ 跃迁形状因子 $f(q^2)$ 和 $\tilde{f}(q^2)$ 定义为

$$\langle \pi(p)|\bar{u}\gamma_\mu c|D(p+q)\rangle = 2f^+_{D\pi}(q^2)p_\mu + \tilde{f}^+_{D\pi}(q^2)q_\mu, \tag{12}$$

其中 q 是动量转移, 对 $D \to \pi l \tilde{\gamma}_l$ 过程, 当 $l = e, \mu$ 时, 由于 m_e, m_μ 质量很小, 可以忽略 $\tilde{f}^+_{D\pi}(q^2)$ 带来的贡献. 我们构造下列的手征流关联函数[8, 9]:

$$\begin{aligned} \Pi_\mu(p,q) = {} & \mathrm{i}\int \mathrm{d}^4x \mathrm{e}^{\mathrm{i}qx} \langle \pi(p)|T\{\bar{d}(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)c(x), \\ & \bar{c}(0)\mathrm{i}(1+\gamma_5)u(0)\}|0\rangle = F(q^2, (p+q)^2)p_\mu + \\ & \tilde{F}(q^2, (p+q)^2)q_\mu \end{aligned} \tag{13}$$

在(13)式中分别插入两组完备中间态 $|D^H\rangle$ 和 $|D^*\rangle$ 并结合(7), (8)式就得到不变振幅 $F(q^2, (p+q)^2)$ 的强子表示形式

$$\begin{aligned} F^H(q^2, (p+q)^2) = {} & \frac{m^2_{D^*} m_{D^*} f_D f_{D^*} g_{D^*D\pi}}{m_c(q^2 - m^2_{D^*})((p+q)^2 - m^2_D)} + \\ & \iint \frac{\rho^h}{(s_1 - q^2)(s_2 - (p+q)^2)} \mathrm{d}s_1 \mathrm{d}s_2 + \\ & \text{减除项}, \end{aligned} \tag{14}$$

上式中第一项中含有 $g_{D^*D\pi}$, 它来自基态贡献, 第二项是激发态和连续态的贡献, 用双重色散积分表示. 其中 $\rho^h(s_1, s_2)$ 是谱密度, 由夸克–强子二象性假设得

$$\rho^h(s_1, s_2) = \rho^{\mathrm{QCD}}(s_1, s_2)\theta(s_1 - s_0^1)\theta(s_2 - s_0^2). \tag{15}$$

下面要在QCD理论中计算不变振幅 $F^{\mathrm{QCD}}(q^2, (p+q)^2)$, 并与强子表示比较后就可得到 $g_{D^*D\pi}$. 在大的类空动量区域: $q^2 \ll 0$ 和 $(p+q)^2 \ll 0$, 对应 x^2 在光锥附近 $x^2 \approx 0$. 这样可以对关联函数(13)式在光锥附

近展开. 通过收缩得到c夸克传播子, 考虑到高扭度贡献时应包含背景场的作用:

$$\langle 0|T\{c(x)\bar{c}(0)\}|0\rangle = \mathrm{i}\int\frac{\mathrm{d}^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\frac{k+m_\mathrm{c}}{k^2-m_\mathrm{c}^2}-$$

$$\mathrm{i}g_s\int\frac{\mathrm{d}^4k}{(2\pi)^4}\mathrm{e}^{-kx}\int_0^1\mathrm{d}v\cdot\left[\frac{1}{2}\frac{k+m_\mathrm{c}}{(m_\mathrm{c}^2-k^2)^2}G^{\mu v}(vx)\sigma_{\mu v}+\right.$$

$$\left.\frac{1}{m_\mathrm{c}^2-k^2}vx_\mu G^{\mu v}(vx)x_v\right] = S^{(0)}+S^{(1)}, \tag{16}$$

收缩c夸克后, 对局域算符矩阵元在$x^2=0$附近展开, 由π介子光锥波函数表示[9]. 经复杂计算, 得到不变振幅的QCD形式

$$F^{\mathrm{QCD}}(q^2,(p+q)^2) = F^{(\mathrm{q\bar{q}})}(q^2,(p+q)^2)\times$$

$$F^{(\mathrm{q\bar{q}g})}(q^2,(p+q)^2) = 2m_\mathrm{c}f_\pi\left\{\int_0^1\mathrm{d}u\left[\frac{\varphi_\pi(u)}{m_\mathrm{c}^2-(q+up)^2}-\right.\right.$$

$$\left.\left.\frac{8m_\mathrm{c}^2[q_1(u)-G_2(u)]}{[m_\mathrm{c}^2-(q+up)^2]^3}+\frac{2ug_2(u)}{[m_\mathrm{c}^2-(q+up)^2]^2}\right]\right\}+2m_\mathrm{c}f_\pi\times$$

$$\int_0^1\mathrm{d}\alpha\int\mathrm{D}\alpha\frac{2\varphi_\perp(\alpha_i)+2\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i)-\varphi_{11}(\alpha_i)-\tilde{\varphi}_{11}(\alpha_i)}{(m_\mathrm{c}^2-[q+(\alpha_1+\alpha\alpha_3)p]^2)^2}, \tag{17}$$

其中$\varphi_\pi(u)$是π介子twist-2波函数, $g_1(u)$, $g_2(u)$是两粒子态的twist-4波函数. $\varphi_\perp(\alpha_i)$, $\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i)$, $\varphi_{11}(\alpha_i)$, $\tilde{\varphi}_{11}(\alpha_i)$是三粒子态的twist-4波函数. 在选用非手征流关联函数计算时, 发现twist-3与twist-2波函数都是主要贡献的波函数. 但twist-3波函数不好确定, 因此给计算结果带来较大的不确定性. 但在所选择的手征流关联函数中twist-3波函数自然不出现, 从而改善了光锥QCD求和规则的计算结果.

对$F^\mathrm{H}(q^2,(p+q)^2)$和$F^\mathrm{QCD}(q^2,(p+q)^2)$作为对变量$q^2$和$(p+q)^2$的双重Borel变换, 使$F^\mathrm{QCD}(q^2,(p+q)^2)\to\overline{F}_1^\mathrm{QCD}(q^2,M^2)$, $F^\mathrm{QCD}(q^2,(p+q)^2)\to\overline{F}_1^\mathrm{QCD}(M_1^2,M_2^2)$即$M_1^2$, M_2^2分别对应$q^2,(p+q)^2$的Borel参数, 并由双重色散关系(15)式, 可得到耦合常数$g_{\mathrm{D^*D\pi}}$:

$$f_\mathrm{D}f_{\mathrm{D}^*}g_{\mathrm{D^*D\pi}} = \frac{2m_\mathrm{c}^2}{m_\mathrm{D}^2m_{\mathrm{D}^*}}f_\pi\mathrm{e}^{(m_\mathrm{D}^2+m_{\mathrm{D}^*}^2)/2M_0^2}\times$$

$$\left\{M_0^2\left[\mathrm{e}^{-m_\mathrm{c}^2/M_0^2}-\mathrm{e}^{-\frac{s_0}{M_0^2}}\right]\varphi_\pi\left(\frac{1}{2}\right)+\mathrm{e}^{-m_\mathrm{c}^2/M_0^2}\cdot\right.$$

$$\left[g_2\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{4m_\mathrm{c}^2}{M_0^2}\left(g_1\left(\frac{1}{2}\right)-\int_0^{0.5}g_2(v)\mathrm{d}v\right)+\right.$$

$$\int_0^{0.5}\mathrm{d}\alpha_1\int_{0.5-\alpha_1}^{1-\alpha_1}\frac{\mathrm{d}\alpha_3}{\alpha_3}[2\varphi_\perp(\alpha_i)+2\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i)-$$

$$\left.\left.\varphi_{11}(\alpha_i)-\tilde{\varphi}_{11}(\alpha_i)]\right]\right\}. \tag{18}$$

在同一关联函数(13)式中, 类似计算得到$\mathrm{D}\to\pi$跃迁形状因子为

$$f_{\mathrm{LC}}^+(q^2) = \frac{m_\mathrm{c}^2}{m_\mathrm{D}^2f_\mathrm{D}}f_\pi\mathrm{e}^{m_\mathrm{D}^2/M^2}\left\{\int_\varDelta^1\frac{\mathrm{d}u}{u}\mathrm{e}^{-(m_\mathrm{c}^2-q^2(1-u))/uM^2}\left[\varphi_\pi(u)-\frac{4m_\mathrm{c}^2}{u^2M^4}g_1(u)+\frac{2}{uM^2}\int_0^u g_2(v)\mathrm{d}v\left(1+\frac{m_\mathrm{c}^2+g^2}{uM^2}\right)\right]+\right.$$

$$\int_0^1\mathrm{d}\alpha\int\mathrm{D}\alpha_i\frac{\theta(\beta-\varDelta)}{\beta^2M^2}\mathrm{e}^{-(m_\mathrm{c}^2-q^2(1-\beta))/\beta M^2}\left[2\varphi_\perp(\alpha_i)+2\tilde{\varphi}_\perp(\alpha_i)-\varphi_{11}(\alpha_i)-\tilde{\varphi}_{11}(\alpha_i)\right]-$$

$$4m_\mathrm{c}^2\mathrm{e}^{-s_0/M^2}\left[\frac{1}{(m_\mathrm{c}^2-q^2)}\left(1+\frac{s_0-q^2}{M^2}\right)g_1(\varDelta)-\frac{1}{(s_0-q^2)(m_\mathrm{c}^2-q^2)}\frac{\mathrm{d}g_1(\varDelta)}{\mathrm{d}u}\right]-$$

$$\left.2\mathrm{e}^{-s_0/M^2}\left[\frac{m_\mathrm{c}^2+q^2}{(s_0-q^2)(m_\mathrm{c}^2-q^2)}g_2(\varDelta)-\frac{1}{m_\mathrm{c}^2-q^2}\left(1+\frac{m_\mathrm{c}^2+q^2}{m_\mathrm{c}^2-q^2}\left(1+\frac{s_0-q^2}{M^2}\right)\right)\int_0^\varDelta g_2(v)\mathrm{d}v\right]\right\}, \tag{19}$$

其中$\varphi_\pi(u)$是π介子twist-2波函数, $\beta=\alpha_1+\alpha\alpha_3$, $\varDelta=\dfrac{(m_\mathrm{c}^2-q^2)}{(s_0-q^2)}$, $\mathrm{D}\alpha_i=\mathrm{d}\alpha_1\mathrm{d}\alpha_2\mathrm{d}\alpha_3\delta(1-\alpha_1-\alpha_2-\alpha_3)$, $M_0^2=M_1^2M_2^2/(M_1^2+M_2^2)$.

4 数值分析

在求和规则的结果中, 有以下输入参数: c夸克质量m_c, D夸克质量m_D, 衰变常数f_D和f_{D^*}以及阈参数s_0, 它们的取值分别为m_c=1.3GeV, m_D=1.87GeV, f_D和s_0在文献[11]中给出的结果为: f_D=0.17GeV, s_0=6.5GeV². 对π介子: f_π=0.132GeV. π介子光锥波函数取非渐近形式为

$$\varphi_\pi(u) = 6u(1-u)\left(1+0.3\times\frac{3}{2}(5(2u-1)^2-1)+\right.$$

$$\left.0.23\times\frac{15}{8}(21(2u-1)^4-14(2u-1)^2+1)\right), \tag{20}$$

有了输入参数, 下一步寻找Borel参数M^2和M_0^2的可置信范围. 按光锥QCD求和规则要求来找M^2和M_0^2的范围. 其要求是: (1) 对给定的阈参数s_0要求QCD求和结果对M^2的变化保持非常稳定. (2) 高扭度对

QCD 求和结果的贡献不超过 10%. (3) 连续态的贡献不超过 20%. 图 1 给出(18)式中 $f_{\mathrm{D}^*}g_{\mathrm{D}^*\mathrm{D}\pi}$ 与 M_0^2 的关系曲线. 在 QCD 求和结果(18)式中, twist-4 波函数的贡献小于 5%, 连续态的贡献小于 13%. 从图 1 可知当 $M_0^2\geqslant 6\mathrm{GeV}^2$ 时平台非常平稳, 取 M_0^2=8GeV^2 时, 得到 $f_{\mathrm{D}^*}g_{\mathrm{D}^*\mathrm{D}\pi}$=2.56GeV. 图 2 是 $f_{\mathrm{D}\pi}(q^2)$ 与 M^2 的关系曲线. 在 QCD 求和结果(19)式中, twist-4 波函数的贡献小于 4%, 连续态的贡献小于 11%. 在 $M^2\geqslant 4\mathrm{GeV}^2$ 时有稳定的平台, 并给出 $q^2=0$, 0.3, 0.5GeV^2 时, 都出现稳定平台. 取 $M^2=6.0\mathrm{GeV}^2$时, 得到 $f_{\mathrm{D}\pi}(0)=0.55$.

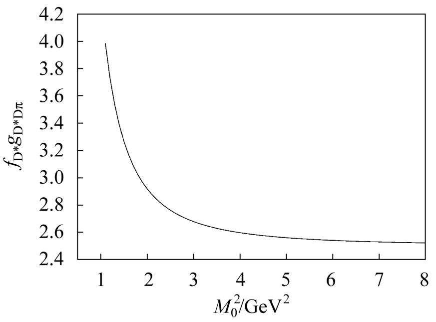

图 1　$f_{\mathrm{D}^*}g_{\mathrm{D}^*\mathrm{D}\pi}$ 与 Borel 参数 M_0^2 的关系曲线
在 $M^2\geqslant 6.0\mathrm{GeV}^2$ 区域出现平台.

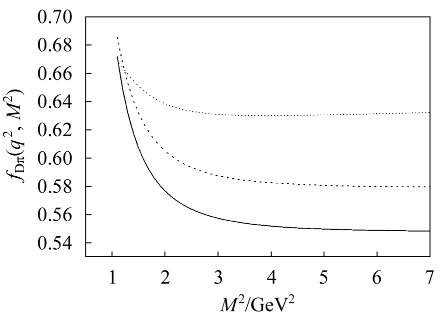

图 2　$f^+_{\mathrm{D}\pi}(q^2,M^2)$ 与 Borel 参数 M^2 的关系曲线
实线对应 q^2=0, 点划线对应 q^2=0.3, 虚线对应 q^2=0.5, 在 $q^2\geqslant 4\mathrm{GeV}^2$ 区域出现平台.

从图 1, 图 2 这些稳定的平台可以看出我们的计算结果是正确的, 满足 QCD 求和规则的要求. 图 3 中实线对应(19)式中 $f^+_{\mathrm{D}\pi}(q^2)$ 与 q^2 的关系曲线, q^2 的有效取值范围为 $0\leqslant q^2\leqslant 0.6\mathrm{GeV}^2$ 即由光锥 QCD 求和规则计算的结果. 在 $0.6\leqslant q^2\leqslant (m_\mathrm{D}-m_\pi)^2=2.98$ 范围内, 由(11)式计算得到. 其中要求(11)式中变化曲线在 $0\leqslant q^2\leqslant 0.6\mathrm{GeV}^2$ 范围内与(19)式中曲线相一致, 取 $m_{\mathrm{D}^*}=1.92$[11] 后, 这两条曲线在 $0\leqslant q^2\leqslant 0.6$ 范围内吻合很好. 这样在整个运动学范围内 $0\leqslant q^2\leqslant (m_\mathrm{D}-m_\pi)^2$ 的 $\mathrm{D}\to\pi$ 跃迁形状因子就由(11)式给出, 即图 3 中虚线所示. 这样, 把(11)式代入(1)式即可得到 $\mathrm{D}\to\pi$ 过程的衰变宽度, 再由

$$Br(\mathrm{D}^0\to\pi^-\mathrm{l}^+\nu_\mathrm{l})=\frac{\Gamma(\mathrm{D}^0\to\pi^-\mathrm{l}^+\nu_\mathrm{l})}{\Gamma},\qquad(21)$$

计算 $\mathrm{D}^0\to\pi^-\mathrm{l}^+\nu_\mathrm{l}$ 的分支比. 其中 Γ 是 D^0 总的衰变宽度, 它与 D^0 寿命的关系为

$$\Gamma\boldsymbol{\cdot}\tau=\hbar,\qquad(22)$$

D^0 的寿命为 $\tau_{\mathrm{D}^0}=411.7\times10^{-15}\mathrm{s}$. 计算得到 $\mathrm{D}^0\to\pi^-\mathrm{l}^-\nu_\mathrm{l}$ 的分支比为

$$Br(\mathrm{D}^0\to\pi^-\mathrm{l}^+\mathrm{v}_\mathrm{l})=0.24\%,\qquad(23)$$

粒子物理手册中实验数据[12]为

$$Br(\mathrm{D}^0\to\pi^-\mathrm{l}^+\nu_\mathrm{l})=(3.6\pm0.6)\times10^{-3},\qquad(24)$$

最近的实验数据[13]给出

$$Br(\mathrm{D}^0\to\pi^-\mathrm{l}^+\nu_\mathrm{l})=(0.25\pm0.03)\%,\qquad(25)$$

可见我们的计算结果基本上在新的实验范围内.

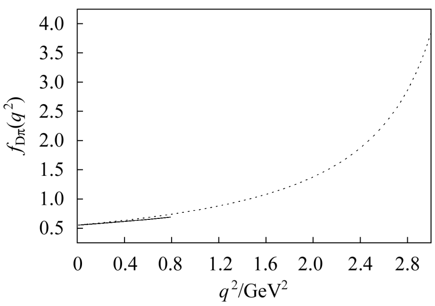

图 3　在整个运动学范围内 $\mathrm{D}\to\pi$ 跃迁形状因子 $f^+_{\mathrm{D}\pi}(q^2)$
实线来自(19)式光锥 QCD 求和结果 $f^+_{\mathrm{LC}}(q^2)$, 虚线来自(11)式双极点的结果.

5　结论

本文系统地研究了 $\mathrm{D}^0\to\pi^-\mathrm{l}^+\nu_\mathrm{l}$ 衰变过程, 通过构造新的关联函数分别计算耦合常数 $g_{\mathrm{D}^*\mathrm{D}\pi}$ 和形状因子 $f^+_{\mathrm{D}\pi}(q^2)$. 使得计算结果中, 不出现 π 介子的 twist-3 的光锥波函数, 因为 twist-3 的光锥波函数目前还没有很好地确定, 它的存在给计算结果带来较大的误差. 因此, 用我们的方法, 计算结果更加精确. 最后, 计算了该衰变过程的分支比, 比粒子手册中的实验数据要小, 而与最近给出的实验数据比较接近. 对 D 的半轻衰变过程, 一方面在理论上还需要进一步研究, 另一方面, 在实验上还需进行更多的数据积累. 通过理论计算和实验数据的比较, 精确抽取 CKM 矩阵元, 从而就能更好的研究 CP 破坏, 检验标准模型.

参考文献(References)

1 Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I. Nucl. Phys., 1979, **B147**: 385
2 Wise M B. Phys. Lett., 1993, **B303**: 135
3 Georgi H. Phys. Lett., 1990, **B240**: 447
4 Aubin C, Bernard C, DeTar C et al. Phys. Rev. Lett., 2005, **94**: 011601
5 Richard Hill J. Phys. Rev., 2006, **D73**: 014012
6 YANG Mao-Zhi. Phys. Rev., 2006, **D73**: 034027
7 Khodjamirian A, Ruckl R, Weinzierl S et al. Phys. Lett., 1997, **B410**: 275
8 HUANG T, LI Z H. Phys. Rev., 1998, **D57**: 1993
9 HUANG T, LI Z H, WU X Y. Phys. Rev., 2001, **D63**: 094001-1
10 Khodjamirian A. Nucl. Phys., 2001, **B605**: 558
11 Khodjamirian A, Ruckl R, Weinzierl S et al. Phys. Rev., 2000, **D62**: 114002
12 Hagiward K et al. Phys. Rev., 2002, **D66**: 010001
13 Yongsheng G. Semileptonic D Decays from CLEO and BELLE. hep-ex/0411014

Study of $D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l$ Decay*

WU Xiang-Yao[1] LIU Xiao-Jing[1] GONG Pi-Feng[2] LI Qi-Lang[3] SHI Zong-Hua[2] GUO Yi-Qing[4]

1 (Institute of Physics, Jilin Normal University, Jilin Siping 136000, China)
2 (Institute of Physics and Engineering, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)
3 (Department of Mathematics & Physics, Institute of Architecture & Industry, Hefei 230022, China)
4 (Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract In this paper, the $D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l$ decay process is studied by applying light-cone QCD sum rules. The form factor of $D \to \pi$ transition is calculated by choosing a correlation function with a chiral current to eliminate the effect caused by the uncertainty of the twist-3 function of the pion . Therefore the calculated result of the form factor is improved, and the branching ratio of the $D^0 \to \pi^- l^+ \nu_l$ decay process is consistent with the new experimental data.

Key words light cone QCD sum rules, branching ratio, form factor, CKM matrix element

Received 10 March 2006
* Supported by Natural Science Foundation from Education Bureau of Anhui Province, China(2004KJ323)