

重核自发裂变寿命的新公式^{*}

许昌¹ 任中洲^{1,2;1)} 王再军¹

1 (南京大学物理系 南京 210008)

2 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

摘要 利用 Swiatecki 寿命公式及其推广形式系统计算了重核的自发裂变寿命,并提出一个新的四参数自发裂变寿命公式,公式计算结果和实验数据能够很好地符合.对于 $Z \geq 90$ 的重核存在一条 $N = Z + 52$ 的长寿命线.新公式可以预言长寿命线附近的重核自发裂变寿命.

关键词 自发裂变 长寿命线 新公式

1 引言

1939 年,Bohr 和 Wheeler 首先预言了重核的自发裂变现象^[1],随后 Flerov 和 Petrzhak 的实验证实了这一预言^[2].自发裂变是除 α 衰变和 β 衰变之外的重核的一种常见衰变模式.自从 ^{238}U 的自发裂变发现以来,人们提出了许多微观的和唯象的模型来描述自发裂变现象^[3-6].由于裂变过程的复杂性和裂变位垒高度与形状的不确定性,微观计算自发裂变寿命十分困难^[6].Swiatecki 及其合作者在核裂变的液滴模型方面做了许多开创性的工作,1955 年,他提出了一个描述自发裂变寿命的半经验公式^[4,5],通过引入实验和理论质量的偏差,Swiatecki 的公式很好地重复了实验结果^[4].虽然新的实验数据在不断地积累,但是对这些数据的系统计算在文献中还不多见.本文利用 Swiatecki 公式及其推广形式系统计算了重核的自发裂变寿命,并提出一个新的四参数寿命公式.通过对实验数据的仔细分析,我们发现对于 $Z \geq 90$ 的重核存在一条 $N = Z + 52$ 的长寿命线.新公式可以预言长寿命线附近的重核自发裂变寿命.

2 理论框架

2.1 Swiatecki 寿命公式及其推广形式

通过引入对核基态的壳修正,Swiatecki 的公式显示出自发裂变寿命和 Z^2/A 之间存在平滑的关联^[4]:

$$\log_{10}(T_{1/2}) = c_1 + c_2 \left(\frac{Z^2}{A} + k \right) + c_3 \left(\frac{Z^2}{A} + k \right)^2 + c_4 \left(\frac{Z^2}{A} + k \right)^3 + \left[c_5 + \left(\frac{Z^2}{A} + k \right) \right] \delta M, \quad (1)$$

δM 为实验的基态核质量和液滴模型理论质量之间的偏差:

$$\delta M = M_{\text{exp}} - M_{\text{the}}, \quad (2)$$

实验质量 M_{exp} 取自 Audi 的 2003 核质量表^[7],理论质量可以写为^[8]

$$M_{\text{the}} = ZM(^1\text{H}) + NM(n) - B/c^2, \quad (3)$$

B 为液滴模型计算的结合能^[8]:

$$B = 15.56A - 17.23A^{2/3} - 0.7 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 23.28 \frac{(N - Z)^2}{A} + \delta \frac{12}{A^{1/2}}. \quad (4)$$

2004-11-12 收稿

^{*} 国家杰出青年基金(10125521),教育部博士点基金(20010284036),国家重点基础研究发展规划项目(G2000077400)和中国科学院创新工程重点项目(KJCX2-SW-N02)资助

1) E-mail: zren@nju.edu.cn

Swiatecki 公式中的 δM 项以 ^{16}O 的原子质量的 $1/16$ 作为原子质量单位, 现在人们使用 ^{12}C 的原子质量的 $1/12$ 作为原子质量单位, 所以我们更新了 Swiatecki 寿命公式的参数. 通过对现有的 33 个已知质量的偶偶核自发裂变数据的拟合, 获得了一套新的公式参数: $c_1 = 24.350359$; $c_2 = -7.839937$; $c_3 = 0.325838$; $c_4 = 0.0148211$; $c_5 = -8.875158$; $k = -33.749512$. Swiatecki 公式计算自发裂变寿命依赖于实验质量, 为了将 Swiatecki 公式用于未知质量区域的核素, 考虑一个推广形式的 Swiatecki 公式, 方程 (1) 中 δM 项可以用一与幻数 $Z = 82$ 和 $N = 126$ 有关的表达式来代替:

$$\delta M = c_6(Z - 82)^2 + c_7(N - 126)^2 + c_8(N - Z), \quad (5)$$

上式近似地代表了壳修正对自发裂变寿命的影响. 所以 Swiatecki 公式的推广形式可以写成:

$$\log_{10}(T_{1/2}) = c_1 + c_2\left(\frac{Z^2}{A} + k\right) + c_3\left(\frac{Z^2}{A} + k\right)^2 + c_4\left(\frac{Z^2}{A} + k\right)^3 + \left[c_5 + \left(\frac{Z^2}{A} + k\right)\right] \times [c_6(Z - 82)^2 + c_7(N - 126)^2 + c_8(N - Z)]. \quad (6)$$

同样, 通过对实验数据的拟合, 得到的参数为: $c_1 = 31.196159$; $c_2 = -5.086737$; $c_3 = -0.0742314$; $c_4 = -0.161829$; $c_5 = 0.0398652$; $c_6 = 0.0585024$; $c_7 = -0.0124953$; $c_8 = 0.108390$; $k = -30.444904$. 由于近年来新的自发裂变实验数据不断地积累, 理论计算可以检验 Swiatecki 公式及其推广形式对新数据的适用性以及寻找实验数据的系统规律.

2.2 新的自发裂变寿命公式

重核自发裂变现象的产生是由于库仑排斥作用随质子数的增加而增大, 库仑力使原子核发生形变并使其最终分裂, ^{232}Th 的自发裂变寿命在已知核素中最长, 可以用作新的自发裂变寿命公式的参考, 它的作用类似于 ^{208}Pb 在互作用玻色子模型、壳模型以及平均场模型中的作用. 比 ^{232}Th 更重的元素 ($Z > 90$) 的自发裂变寿命的减少直接和有效价质子数 ($Z - 90$) 的增加有关. 现有的实验数据表明每条自发裂变同位素链上存在着一个最长寿命的核素, 不同元素的这些长寿命核素近似在一条直线上 ($N = Z + 52$). 这条直线即重核自发裂变的长寿命线. 可以用 $(Z - 90)$, $(Z - 90)^2$ 和 $(Z - 90)^3$ 三项来表示, 其中 $(Z - 90)$ 项起主要作用, $(Z - 90)^2$ 和 $(Z - 90)^3$ 两项是对直线关系的微小修正. 为了描述一条同位素链上寿命的变化情

况, 公式中还需要包含抛物线项 $(N - Z - 52)^2$.

自发裂变实质上是一个量子隧道效应, 我们将 α 衰变和结团放射性的公式推广到自发裂变. α 衰变中有著名的 Viola-Seaborg 公式^[10], 对于结团放射性也有类似的公式^[11]:

$$\log_{10}(T_{1/2}) = aZ_1Z_2Q^{-1/2} + cZ_1Z_2 + d + h, \quad (7)$$

假方程 (7) 对自发裂变同样适用, 取 $Z_1 \approx Z_2 \approx Z/2$, 自发裂变过程中释放的能量取为 $Q = 0.1240Z^2/A^{1/3}$ ^[5], 可以得到

$$\log_{10}(T_{1/2}) \approx C_1Z + C_2Z^2 + C_3, \quad (8)$$

其中 $A^{1/3}$ 对于重核基本是一个常数 ($A = 232-300$). 由公式 (8) 可得:

$$\log_{10}(T_{1/2}) - \log_{10}(T_{1/2}({}^{232}\text{Th})) = C_4(Z - 90) + C_5(Z - 90)^2, \quad (9)$$

考虑到自发裂变寿命对质量数 A 的依赖性, 新的公式中还需添加 $(Z - 90)^3$ 和 $(N - Z - 52)^2$ 两项, 新的自发裂变寿命公式可以写为:

$$\log_{10}(T_{1/2}) = 21.08 + c_1\frac{Z - 90}{A} + c_2\frac{(Z - 90)^2}{A} + c_3\frac{(Z - 90)^3}{A} + c_4\frac{Z - 90}{A}(N - Z - 52)^2. \quad (10)$$

上式中 21.08 是 ^{232}Th 实验寿命的对数值, 52 是 ^{232}Th 的中子过剩. 对现有的 33 个已知质量的偶偶核自发裂变数据的最小平方拟合得到的参数为: $c_1 = -548.825021$; $c_2 = -5.359139$; $c_3 = 0.767379$; $c_4 = -4.282220$.

3 理论计算结果及分析

表 1 给出了 3 组公式的计算结果, 其中第 1 列是裂变核素, 第 2 列为自发裂变寿命的实验值^[7,9], Swiatecki 寿命公式(方程 (1))及其推广形式(方程 (6))的计算结果分别列在表的第 3 列和第 4 列, 最后一列为新公式(方程 (10))的计算结果. 从表 1 中可以看出理论值和实验值能够很好地符合, 对于很多核素, 实验值和公式值之间的偏差小于 0.5 (说明符合程度在 3 倍以内). 对于核素 ^{252}Fm , 有一个较大的偏差, 这主要是由于 $N = 152$ 的子壳效应引起的. Swiatecki 寿命公式与实验值间的平均偏差 $S = \sum |T_{\text{Expt.}} - T_{\text{Calc.}}|/33 = 0.5714$, 其推广形式的平均偏差为 $S = 0.6041$, 新公式的平均偏差为 $S = 0.5535$. 这在 3 个公式中最小. 图 1 给出了重核自发裂变的长寿命线 ($N = Z + 52$), 从图 1 可以看出不同元素的最长寿命的核素基本在这条长寿命线上. 只有 Cm 和 No 的同位素链最长寿命点略微有偏移.

表 1 3 组公式计算的自发裂变寿命的对数值(单位:a)

Fission	$T_{\text{Expt.}}$	$T_{\text{Form.1}}$	$T_{\text{Form.2}}$	$T_{\text{Form.3}}$	Fission	$T_{\text{Expt.}}$	$T_{\text{Form.1}}$	$T_{\text{Form.2}}$	$T_{\text{Form.3}}$
^{232}Th	21.08	20.76	20.41	21.08	^{248}Cf	4.51	4.12	3.72	3.58
^{234}U	16.18	15.85	15.79	16.18	^{250}Cf	4.23	4.13	3.17	3.17
^{236}U	16.40	16.24	16.30	16.36	^{252}Cf	1.93	1.76	1.62	1.68
^{238}U	15.91	16.03	16.11	16.26	^{254}Cf	-0.78	-0.98	-0.79	-0.86
^{236}Pu	9.18	9.54	9.94	10.46	^{246}Fm	-6.60	-4.02	-6.39	-6.56
^{238}Pu	10.68	11.21	11.47	11.41	^{248}Fm	-2.94	-2.81	-2.65	-2.88
^{240}Pu	11.06	11.71	12.01	11.78	^{250}Fm	-0.10	-1.21	-0.55	-0.63
^{242}Pu	10.83	11.21	11.71	11.57	^{252}Fm	2.10	0.27	0.08	0.22
^{244}Pu	10.82	10.42	10.71	10.81	^{254}Fm	-0.20	-1.17	-0.59	-0.29
^{240}Cm	6.28	5.99	5.47	5.53	^{256}Fm	-3.48	-3.17	-2.43	-2.13
^{242}Cm	6.85	6.90	7.18	6.94	^{252}No	-6.54	-6.03	-5.93	-6.12
^{244}Cm	7.12	7.41	7.76	7.47	^{254}No	-3.04	-4.77	-3.63	-3.48
^{246}Cm	7.26	7.66	7.34	7.17	^{256}No	-4.77	-4.97	-2.96	-2.48
^{248}Cm	6.62	7.01	6.06	6.03	^{256}Rf	-9.71	-8.39	-8.47	-8.56
^{250}Cm	4.05	3.97	4.07	4.10	^{260}Sg	-9.65	-10.11	-10.08	-10.10
^{242}Cf	-1.33	0.07	-2.16	-1.95	^{264}Hs	-10.20	-10.42	-10.59	-10.64
^{246}Cf	3.26	2.78	3.11	2.88					

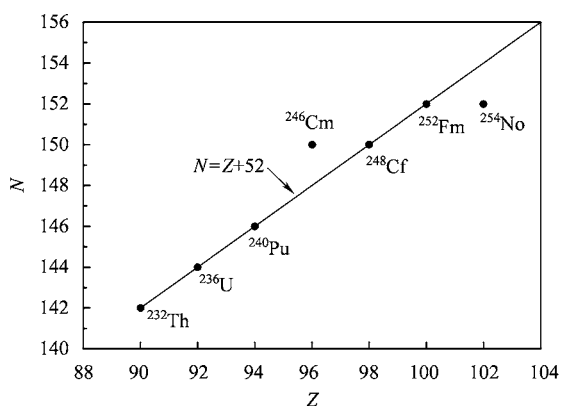


图 1 重核自发裂变的长寿命线($N = Z + 52$)

新的自发裂变公式只依赖于质量数和电荷数,它可以用来预言长寿命线附近的未知质量区域的核素^[11-13].在表 2 中列出了 $Z = 104-110$ 的偶偶核的新公式计算结果.其中核素 $^{256-262}\text{Rf}$, $^{260,266}\text{Sg}$ 和 ^{264}Hs 的自发裂变寿命的实验值已知,新公式的计算结果与 5 个核素的实验值符合程度在 100 倍以内,例如, ^{264}Hs 的自发裂变寿命是 2ms,公式计算结果为 0.7ms^[9],和实验符合很好.对于 ^{258}Rf 和 ^{260}Rf ,实验和公式的偏差 $S = T_{\text{Form}}/T_{\text{Expt}}$ 高达 10^4 ,Möller 等^[6]认为由于各种因素的影响,自发裂变寿命的偏差在 10^{4-5} 是可以接受的.对于这么大的偏差,将来也可以从实验和理论上进行进一步研究,其他核素的自发裂变寿命也与当前的实验事实一致.

表 2 新公式计算的 $Z = 104-110$ 的偶偶核自发裂变寿命

Fission	$T_{\text{Expt.}}$	$T_{\text{Form.3}}$	Fission	$T_{\text{Expt.}}$	$T_{\text{Form.3}}$
^{256}Rf	6.2ms	87.1ms	^{260}Sg	7ms	2.5ms
^{258}Rf	14ms	1.5min	^{262}Sg		6.0s
^{260}Rf	20ms	20.3min	^{264}Sg		1.8min
^{262}Rf	2.1s	3.9min	^{266}Sg	31.8s	15.7s
^{264}Rf		0.7s	^{268}Sg		21.5ms
^{264}Hs	2ms	0.7ms	^{268}Ds		2.6ms
^{266}Hs		3.8s	^{270}Ds		28.4s
^{268}Hs		1.4min	^{272}Ds		13.6min
^{270}Hs		9.8s	^{274}Ds		1.2min
^{272}Hs		6.2ms	^{276}Ds		20.9ms

4 结论

我们系统检验了 Swiatecki 寿命公式对新的自发裂变寿命数据的适用性.我们也给出其推广的形式和一个新的四参数自发裂变寿命公式.实验数据和 3 个公式的计算结果能够很好地符合.通过对实验数据的仔细分析,发现对于 $Z \geq 90$ 的重核存在一条 $N = Z + 52$ 的长寿命线.新的自发裂变公式可以用来预言长寿命线附近的未知质量区域的核素,其理论结果也与当前的实验事实一致.

参考文献 (References)

- 1 Bohr N, Wheeler J A. Phys. Rev., 1939,**56**:426
- 2 Flerov, Petriak. Phys. Rev., 1940,**58**:89
- 3 Seaborg G T. Phys. Rev., 1952,**88**:1429
- 4 Swiatecki W J. Phys. Rev., 1955,**100**:937
- 5 Vandenbosch R, Huizenga J R. Nuclear Fission. New York: Academic Press, 1973. 1
- 6 Möller P, Nix J R, Swiatecki W J. Nucl. Phys., 1989,**A492**:349
- 7 Audi G, Wapstra A H. Nucl. Phys., 2003,**A729**:3
- 8 Lilley J. Nuclear Physics. Chichester: Wiley, 2002. 41
- 9 Holden N E, Hoffman D C. Pure. Appl. Chem., 2000,**72**:1525
- 10 Viola V E, Seaborg G T. J. Inorg. Nucl. Chem., 1966,**28**:741
- 11 REN Zhong-Zhou, XU Chang, WANG Zai-Jun. Phys. Rev., 2004,**C70**:034304
- 12 Hofmann S, Münzenberg G. Rev. Mod. Phys., 2000,**72**:733
- 13 XU Chang, REN Zhong-Zhou. Phys. Rev., 2004,**C69**:024614

New Formula for Spontaneous Fission Half-Lives of Heavy Nuclei^{*}

XU Chang¹ REN Zhong-Zhou^{1,2;1)} WANG Zai-Jun¹

1 (Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210008, China)

2 (Center of Theoretical Nuclear Physics,

National Laboratory of Heavy-Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China)

Abstract Systematic calculations on spontaneous fission half-lives of heavy nuclei are carried out by Swiatecki's formula with renewed parameters and by its generalized form. A new formula with only four parameters is proposed for spontaneous fission half-lives. Experimental half-lives are well reproduced by the three formulae. We have found from systematics of available data that there is a long lifetime line of spontaneous fission $N = Z + 52$ for heavy elements with $Z \geq 90$. The new formula can be used to predict the spontaneous fission half-lives of heavy nuclei not far away from this long lifetime line.

Key words spontaneous fission, long lifetime line, new formula

Received 12 November 2004

^{*} Supported by National Natural Science Found for Outstanding Young Scientists of China (10125521), the Fund of the Education Ministry (20010284036), Major State Basic Research Development Program in China (G2000077400) and Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences (KJCX2-SW-N02)

1) E-mail: zren@nju.edu.cn