

关于 Reggeon 的结构*

彭宏安¹ 何祯民² 高永华³ 阎占元⁴ 段春贵²

1 (北京大学物理学院 北京 100871)

2 (河北师范大学物理学院 石家庄 050016)

3 (石家庄学院物理研究所 石家庄 050801)

4 (华北电力大学应用物理系 保定 071003)

摘要 从强子组分夸克具有结构的观点出发,根据高能强作用软过程中的最大非微扰强作用反应假定,提出了关于 Reggeon(\mathbb{R})的结构模型.高能时对撞强子中的一对组分夸克-反夸克在最大反应下有一定的几率先分解为非微扰胶子和旋量团(反旋量团).此旋量团对将进一步演化而放射出一系列的非微扰胶子(和夸克对)并最终湮没.将这种过程与其逆向(厄米共轭)过程并合,就可得出有关的 \mathbb{R} 的场论结构图象.它是以旋量团为竖线,胶子为横线的一系列切割梯形图之和所代表.本文在系统能量大而动量转移很小的多重 Regge 运动学区间和只保留 $\log s$ 的领头阶近似下,计算了这组切割梯形图相应的散射振幅,求出了它们的总和,得出了与轻夸克介子对应的典型 Regge 极点轨迹的简洁表达式,对结果进行了简单的讨论.

关键词 组分夸克 雷吉子 非微扰

1 引言

高强软过程指反应系统的能量很大(如 $\sqrt{s} > 10\text{GeV}$)而其中动量转移或典型横动量很小[$|t|$ 或 $q^2 < 1.5\text{GeV}^2$]时的强作用过程.在这里作为强作用基本理论的量子色动力学(QCD)无能为力,因为这时的有效作用强度 $\alpha_s(t)$ (或 $\alpha_s(q^2)$)太大而微扰法失效.现今发展的其他非微扰方案也都派不上用场.但是 Regge 极点轨迹的唯象理论^[1]在这里却取得了十分满意的结果.至今所有高强软过程的实验结果都与 Regge 极点理论作出的预言相洽而从未发现过与它有明显抵触.人们将强作用中 Regge 极点这一重要的实体称为 Reggeon.显然,关于 Reggeon 的结构,即从量子场论来认识它的构成,是一个十分重要的问题.想从 QCD 得出正确回答是不现实的.

BFKL 等人用微扰 QCD 得出了真空量子数的 Regge 轨迹, Pomeron(硬 \mathbb{P}),但它完全不适用于高强软过程,甚至在定性上也与有关唯象学知识抵触^[2].此外,多年以前就有人从标量场多重边缘模型出发,演示出在散射振幅的能量指数幂次上出现了类似 Regge 极点典型行为的结果^[3],但并没有进一步联系强子散射的实际情况展开研究.

本文是受到我们最近给出的软 \mathbb{P} 结构模型的启发^[4],联想到高能强子-强子软散射时内部的物理图象而提出的关于 Reggeon 结构模型,为此先要简单介绍一下文献[4]中的要点.

在文献[4]中,首先扼要叙述了适用于高强软过程的 Landshoff 和 Nachtmann(L-N)的 \mathbb{P} 场论模型.它的关键部分由图 1 表示.结合图 1,文献[4,5]指出了这个模型^[6]的两点不足,其一是没有凸显出交换

2004-08-02 收稿;2004-10-10 收修改稿

* 国家自然科学基金(10175074)和河北省自然科学基金(103143)资助

\mathbb{P} 就可渐近地饱和么正性条件这一特征,其二是由这模型得不出 \mathbb{P} 给出的 Regge 型幂次因子 $\left(\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_{\mathbb{P}}(t)}$. 而出现这些不足的原因是没有考虑到强子中组分夸克 $q(\bar{q})$ 本身的内部结构. 文献[4]中强调在强软过程中提供的强作用环境下,出现文献[5]中提出的最大非微扰强作用反应(简称最大反应),使得 $q(\bar{q})$ 的内部结构解体. 在那里讨论的解体方式是 $q(\bar{q})$ 先裸化为价夸克 $q_v(\bar{q}_v)$,同时放出非微扰胶团 G ,后者再演化而放出一系列非微扰胶子. 这种模式下对应的 \mathbb{P}

交换就改换为图 2. 文献[4]中计算了当 s 大而 $|t|$ 很小 ($|t| < 1.5\text{GeV}^2$) 且只保留 s 领头对数近似下,相应图 2 的 \mathbb{P} 的轨迹.

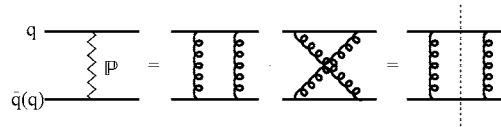


图 1 L-N 模型中 $q\text{-}q(\bar{q})$ 散射交换 \mathbb{P} (锯齿线) 可等效为直接道和交叉 u 道交换两条非微扰胶子(粗螺线).

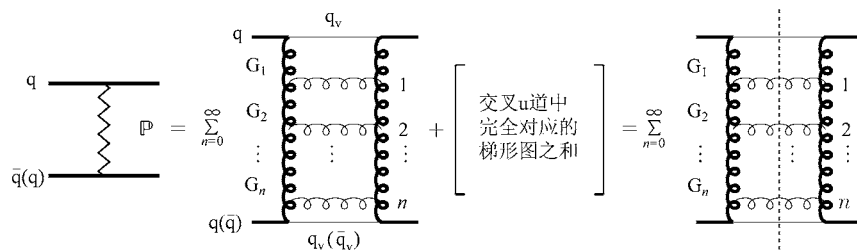


图 2 最大反应下 $q\text{-}q(\bar{q})$ 朝前 ($|t| = 0$) 弹性散射交换软 \mathbb{P} 的等效图

其实在强软过程中,由最大反应导致的组分夸克解体的模式不限于图 2 那一种. 对于一对组分夸克-反夸克 ($q\text{-}\bar{q}$) 散射过程讲,有一定的几率是 q 和 \bar{q} 都先放射出非微扰胶子 g , 然后各自变为非微扰的旋量团 U 和反旋量团 \bar{U} . 同时 U 和 \bar{U} 经簇射再放射出一系列非微扰胶子 g , 最终湮没. 再将与此过程完全对应的逆向(厄米共轭)部分并合而回到夸克对 $q\text{-}\bar{q}$ 末态. 这样得出的是一组由图 3 表出的切割梯形图之和. 它就是本文提出的相当于 $(q\bar{q})$ 的 Reggeon (\mathbb{R}) 结构图, 因为由 U 和 \bar{U} 构成的竖梯条具有与介子相同的量子数.

2 切割梯形图的计算与求和

强子中组分夸克的分解式很难从基本场论作出严格论证. 本文采用有效场论方案,先给出有关顶角和传播子形式,再按 Feynman 规则推导. 这里组分夸克 $q(\bar{q})$ 为无质量 Dirac 旋量,非微扰胶子 g 为 Abelian 矢量. 对非微扰的旋量团 U (和 \bar{U}) 讲,图 3 中出现的是它们的传播子形式. 而且它们在图 3 中构成竖梯条. BFKL 在讨论硬 \mathbb{P} 时论证,对于竖梯条讲,应将通常场论中的传播子(如 $S_{\mathbb{F}}^{\bar{U}}(k) = \frac{i k + m}{k^2 - m^2 + i\epsilon}$) Regge 化. 在 L-N 的软 \mathbb{P} 中也有类似说明. 和文献[4]中类似,旋量团传播子在 Regge 化上

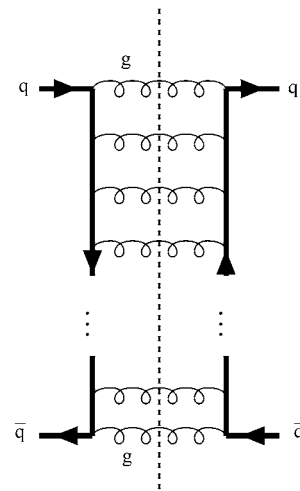


图 3 最大反应下 $q\text{-}\bar{q}$ 朝前 ($|t| = 0$) 弹性散射交换 \mathbb{R} 的等效图
竖梯条是 U 和 \bar{U} .

也采用 L-N \mathbb{P} 模型有关 Regge 化的考虑的结果,即将 $U(\bar{U})$ 的传播子 $S_{\mathbb{F}}^{\bar{U}}(k)$ 写为

$$S_{\mathbb{F}}^{\bar{U}}(k) = iA k e^{k^2/\mu^2}, \tag{1}$$

其中 $k \equiv k_{\mu}\gamma^{\mu}$, 但 A 和 μ 为两待定参量, A 的量纲为 m^{-2} . 非微扰胶子 g 与旋量团的耦合顶角仍为通常的 $i g \gamma_{\mu}$. 计算切割梯形图时用到的符号在图 4 中表出,胶子传播子用 Feynman 规范.

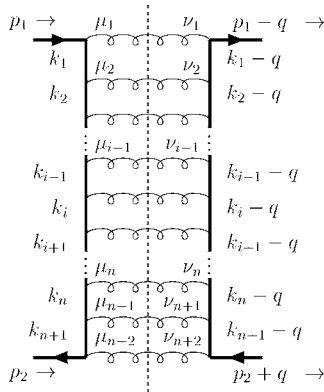


图 4 Reggeon 的 n 阶切割梯形图

计算高强软过程时用 Sudakov 变量最方便,这时图 4 中的 k_i 可表为

$$k_i^\mu = \rho_i p_1^\mu + \lambda_i p_2^\mu + k_{\perp i}^\mu, \quad (2)$$

其中 $k_{\perp i}^\mu$ 是与 p_1, p_2 垂直的二维矢量 \mathbf{k}_i , 即 $k_{\perp i} = (0, 0, \mathbf{k}_i)$. 在入射 $q-\bar{q}$ 沿 z 轴的质心系中

$$p_1^\mu = \left(\frac{\sqrt{s}}{2}, \frac{\sqrt{s}}{2}, 0 \right), p_2^\mu = \left(\frac{\sqrt{s}}{2}, -\frac{\sqrt{s}}{2}, 0 \right),$$

$$k_i^\mu = \left[(\rho_i + \lambda_i) \frac{\sqrt{s}}{2}, (\rho_i - \lambda_i) \frac{\sqrt{s}}{2}, \mathbf{k}_i \right].$$

$q(\bar{q})$ 质量已取为零, $s = (p_1 + p_2)^2 = 2p_1 \cdot p_2$ 而 $k_i^2 = s\lambda_i\rho_i - \mathbf{k}_i^2$. 下面逐阶计算 $|t|$ 小 ($|t| \approx -q^2$) 时的切割图.

2.1 领头阶 ($n=0$) 的贡献

如图 5, 它是简单切割方块图, 照上面给出的 Feynman 规则, 可直接写出此方块图对应振幅在先不考虑对 l_1, l_2 的相空间积分而对初(末)态 $q(\bar{q})$ 的自旋求平均(求和)后的表达式,

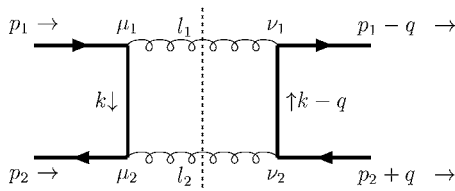


图 5 $n=0$ 阶时相应于 Reggeon 的切割梯形图

$$f^{(0)}(s, t) = g^4 A^2 \sum_{\text{spins}} \left[\bar{v}(-p_2) \gamma_{\mu_2} k \gamma_{\mu_1} u(p_1) \right] \times \left\{ \bar{u}(p_1 - q) \gamma_{\nu_1} (k - q) \cdot \gamma_{\nu_2} v[-(p_2 + q)] \right\}.$$

$$g^{\mu_1 \nu_1} g^{\mu_2 \nu_2} e^{k^2/\mu^2} e^{(k-q)^2/\mu^2}$$

当 $s \gg |t|$ 时, 注意胶子线均取质壳, 易证 q^μ 的各个分量均小^[7], 因而可近似地让 $\bar{u}(p_1 - q) = \bar{u}(p_1)$, $v[-(p_2 + q)] = v(-p_2)$. 这样

$$f^{(0)}(s, t) = g^4 A^2 e^{\frac{(k^2 + (k-q)^2)}{\mu^2}} \text{Tr} \left[\left(\sum_{r,s} \bar{v}_r(-p_2) \times \bar{v}_s(-p_2) \right) \gamma_{\mu_2} k \gamma_{\mu_1} \times \left(\sum_{r',s'} \bar{u}_{r'}(p_1) \bar{u}_{s'}(p_1) \right) \cdot \gamma^{\mu_1} (k - q) \gamma^{\mu_2} \right],$$

由于 $\frac{1}{2} \sum_{r,s} \bar{v}_r(-p_2) \bar{v}_s(-p_2) = -\not{p}_2,$

$$\frac{1}{2} \sum_{r',s'} \bar{u}_{r'}(p_1) \bar{u}_{s'}(p_1) = \not{p}_1,$$

得 $f^{(0)}(s, t) = g^4 A^2 e^{\frac{(k^2 + (k-q)^2)}{\mu^2}} \times \text{Tr}(-\not{p}_2 \gamma_{\mu_2} k \gamma_{\mu_1} \not{p}_1 \gamma^{\mu_1} (k - q) \gamma^{\mu_2}).$

重复两次利用 $\gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2 \not{a}$ 公式再求出 Trace 后,

$$f^{(0)}(s, t) = -4g^4 A^2 e^{\frac{(k^2 + (k-q)^2)}{\mu^2}} \cdot 4[(p_2 \cdot k)(p_1 \cdot (k - q)) + (p_2 \cdot (k - q))(p_1 \cdot k) - (p_1 \cdot p_2)(k \cdot (k - q))].$$

在文献[7]中已经说明, 当高强软过程 $s \gg |t|$ 时, 动量转移 $t = q^2 \approx -q^2$, 即 q^μ 中主要的是横向动量 \mathbf{q} . 此外, 当在计算中只保留 $\log s$ 领头阶的近似(LLA)下, 上式方括号中只有最后含 $(p_1 \cdot p_2) = \frac{1}{2}s$ 的项要留下. 因此

$$f^{(0)}(s, t) = 4g^4 A^2 s \mathbf{k} \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{q}) e^{\frac{-(k^2 + (k-q)^2)}{\mu^2}}, \quad (3)$$

对应图 5 的二体相空间积分

$$\int d(p \cdot s^{(2)}) = \int \frac{d^4 l_1}{(2\pi)^3} \delta(l_1^2) \frac{d^4 l_2}{(2\pi)^3} \delta(l_2^2) (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - l_1 - l_2),$$

其中 $l_1 = p_1 - k, l_2 = p_2 + k$, 将积分变量换为 k , 再用 Sudakov 变量表示得

$$\int d(p \cdot s^{(2)}) = \frac{s}{8\pi^2} \int d\rho d\lambda d^2 \mathbf{k}_1 \delta(-s(1 - \lambda_1)\rho_1 - \mathbf{k}_1^2) \delta(s(1 + \lambda_1)\rho_1 - \mathbf{k}_1^2), \quad (4)$$

由两个 δ 函数得知 $\rho_1 \approx \frac{\mathbf{k}_1^2}{s}, \lambda_1 \approx -\rho_1$ 表明 $\rho_1 \sim |\lambda_1| \sim O\left(\frac{|t|}{s}\right) \ll 1$. 将(3), (4)式合并再对 ρ_1, λ_1

积分得出 $n=0$ 时对应的 $q-\bar{q}$ 散射振幅虚部

$$\begin{aligned} \text{Im}A^{(0)} &= \frac{1}{2} \int d(p \cdot s^{(2)}) f^{(0)}(s, t) = \\ &= \frac{g^4}{2\pi^2} A^2 \int d^2 \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_1 \cdot (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}) e^{-\frac{[k_1^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2]}{\mu^2}} = \\ &= \frac{g^4}{2\pi^2} \int d^2 \mathbf{k}_1 F^{(0)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$F^{(0)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = A^2 \mathbf{k}_1 \cdot (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}) \cdot e^{-\frac{[k_1^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2]}{\mu^2}}. \quad (5a)$$

2.2 次领头阶 ($n=1$) 的贡献

和 $n=0$ 时处理相同, 由图 6 知对相应振幅先不考虑对 l_1, l_2, l_3 的相空间积分, 而对初、末态自旋求和求平均得

$$f^{(1)}(s, t) = g^6 A^4 e^{\frac{[k_1^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 + k_2^2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2]}{\mu^2}} \cdot \text{Tr} \left\{ \sum_{r,s} \bar{v}_r(-p_2) \bar{v}_s(-p_2) \gamma_{\mu_3} k_2 \gamma_{\mu_2} k_1 \gamma_{\mu_1} \cdot \right.$$

$$\left. \left[\sum_{r',s'} \bar{u}_{r'}(p_1) \bar{u}_{s'}(p_1) \right] \cdot \gamma^{\mu_1}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}) \gamma^{\mu_2}(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}) \gamma^{\mu_3} \right\}, \quad (5b)$$

(5b) 式中的 Trace 部分可写为

$$\text{Tr} [\not{p}_2 \gamma_{\mu_3} k_2 \gamma_{\mu_2} k_1 \gamma_{\mu_1} \not{p}_1 \gamma^{\mu_1}(\mathbf{k}_1 - \not{q}) \gamma^{\mu_2}(\mathbf{k}_2 - \not{q}) \gamma^{\mu_3}].$$

将它按先 μ_1 再 μ_2 最后 μ_3 的顺序分别用上 γ 矩阵的收缩公式

$$\gamma_{\mu} \not{a}_1 \gamma^{\mu} = -2 \not{a}_1,$$

$$\gamma_{\mu} \not{a}_1 \not{a}_2 \not{a}_3 \gamma^{\mu} = -2 \not{a}_3 \not{a}_2 \not{a}_1,$$

$$\gamma_{\mu} \not{a}_1 \not{a}_2 \not{a}_3 \not{a}_4 \not{a}_5 \gamma^{\mu} = -2 \not{a}_5 \not{a}_4 \not{a}_3 \not{a}_2 \not{a}_1,$$

普遍地

$$\gamma_{\mu} \not{a}_1 \cdots \not{a}_n \gamma^{\mu} = -2 \not{a}_n \not{a}_{n-1} \cdots \not{a}_1, \quad (\text{当 } n \text{ 为奇数}), \quad (6)$$

化简并代入(5b)得

$$f^{(1)}(s, t) = g^6 A^4 e^{\frac{[k_1^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 + k_2^2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2]}{\mu^2}} \cdot (-2)^3 \text{Tr} [-\not{p}_2 k_2(\mathbf{k}_1 - \not{q}) \not{p}_1 k_1(\mathbf{k}_2 - \not{q})]$$

和 $f^{(0)}(s, t)$ 计算一样, 也用 $\log s$ 的 LLA, 与此对应的是只保留对应图 6 中平行的横向梯形条项, 这样上面求迹中只保留一项, 即

$$\begin{aligned} &\text{Tr} [-\not{p}_2 k_2(\mathbf{k}_1 - \not{q}) \not{p}_1 k_1(\mathbf{k}_2 - \not{q})] = \\ &-4(p_1 \cdot p_2) [k_1 \cdot (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})] [k_2 \cdot (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})] + \cdots, \end{aligned} \quad (7)$$

而右边的 \cdots 表示该舍去的项. 这样,

$$f^{(1)}(s, t) = g^6 A^4 e^{\frac{[k_1^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 + k_2^2 + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2]}{\mu^2}}.$$

$$(-2)^4 s [k_1 \cdot (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})] [k_2 \cdot (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})] =$$

$$2^4 s g^6 A^4 \prod_{i=1}^2 [k_i \cdot (\mathbf{k}_i - \mathbf{q})] e^{\frac{\sum_{i=1}^2 [k_i^2 + (\mathbf{k}_i - \mathbf{q})^2]}{\mu^2}}.$$

如 $f^{(0)}(s, t)$ 推导中说明的, 此式又可进一步写为

$$f^{(1)}(s, t) = 4 s g^2 \prod_{i=1}^2 [2 A^2 g^2 k_i \cdot (\mathbf{k}_i - \mathbf{q})] e^{-\frac{\sum_{j=1}^2 [k_j^2 + (\mathbf{k}_j - \mathbf{q})^2]}{\mu^2}}. \quad (8)$$

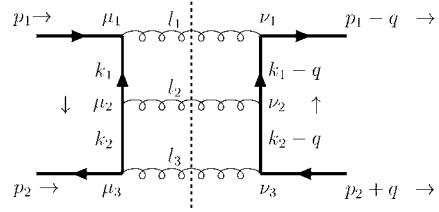


图 6 $n=1$ 阶时相应于 Reggeon 的切割梯形图

图 6 的三体相空间积分为

$$\begin{aligned} \int d(p \cdot s^{(3)}) &= \int \frac{d^4 l_1}{(2\pi)^3} \delta(l_1^2) \times \\ &\frac{d^4 l_2}{(2\pi)^3} \delta(l_2^2) \frac{d^4 l_3}{(2\pi)^3} \delta(l_3^2) (2\pi)^4 \delta[p_1 + \\ &p_2 - (l_1 + l_2 + l_3)], \end{aligned}$$

其中 $l_1 = p_1 - k_1, l_2 = k - k_2, l_3 = p_2 + k_2$, 将它们用 k_1, k_2 的 Sudakov 变量表出后得

$$\begin{aligned} \int d(p \cdot s^{(3)}) &= \frac{s^2}{128\pi^5} \int d\rho_1 d\lambda_1 d^2 \mathbf{k}_1 d\rho_2 d\lambda_2 d^2 \mathbf{k}_2 \delta(-s(1 - \\ &\rho_1)\lambda_1 - \mathbf{k}_1^2) \cdot \delta(s(1 + \lambda_2)\rho_2 - \\ &\mathbf{k}_2^2) \delta(s(\rho_1 - \rho_2)(\lambda_1 - \lambda_2) - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2). \end{aligned}$$

在文献[7]中已指出, 类似图 6 中, 如果要求所有被切割的粒子的能量在任何 Lorentz 参考系中恒正, 则要求 $1 > \rho_1 > \rho_2$ 和 $1 > |\lambda_2| > |\lambda_1|$. 如进一步对 $\log s$ 有 LLA, 则要求上面不等式强序化, 即

$$1 \gg \rho_1 \gg \rho_2, \quad 1 \gg |\lambda_2| \gg |\lambda_1|,$$

在强序化下, 三体相空间积分为

$$\begin{aligned} \int d(p \cdot s^{(3)}) &= \frac{s^2}{128\pi^5} \int d\rho_1 d\lambda_1 d^2 \mathbf{k}_1 d\rho_2 d\lambda_2 d^2 \mathbf{k}_2 \times \\ &\delta(-s\lambda_1 - \mathbf{k}^2) \delta(s\rho_2 - \mathbf{k}^2) \delta[-s(\rho_1 \lambda_2) - \mathbf{k}^2], \end{aligned} \quad (9)$$

(9) 式中已将所有 δ 函数中的横向动量均用典型标度 \mathbf{k}^2 表出, 这是因为在能高和 Sudakov 参量取强序时, 所有梯形图中的横向动量都是 $\sqrt{|t|}$ 的量级. 对 $\log s$ 取 LLA 讲, s 变量用什么作标度并不重要. 因

而在 δ 函数中可让 $k_1^2 \approx k_2^2 \approx (k_1 - k_2)^2 = k^2$. 将(8)式与(9)式合并,对 λ_1, λ_2 积分后再稍作整理得知

$$\text{Im}A^{(1)} = \frac{1}{2} \int d(p \cdot s^{(3)}) f^{(1)}(s, t) \text{ 为}$$

$$\text{Im}A^{(1)} = \frac{g^4}{2\pi^2} \int d^2 k_1 F^{(1)}(s, k_1, q), \quad (10)$$

这里有意保留一个 δ 函数不积,而让

$$F^{(1)}(s, k_1, q) = \left(\frac{g^2 A^2}{8\pi^3} \right)^1 \int_{\rho_2}^1 \frac{d\rho_1}{\rho_1} d\rho_2 d^2 k_2 s \delta(s\rho_2 - k^2) k_2 \cdot (k_2 - q) e^{-\frac{-(k_2^2 + (k_2 - q)^2)}{\mu^2}} \cdot F^{(0)}(k_1, q), \quad (11)$$

其中

$$F^{(0)}(k_1, q) = A^2 k_1 \cdot (k_1 - q) \cdot e^{-\frac{-(k_1^2 + (k_1 - q)^2)}{\mu^2}},$$

(11)式对 ρ_1, ρ_2 的积分讲是套迭的(nested). 拆开套迭积分的头一步是对它作 Mellin 变换^[7],由 $F^{(1)}(s, k_1, q)$ 变为 $\tilde{F}^{(1)}(\omega, k_1, q)$

$$\tilde{F}(\omega, k_1, q) \equiv \int_1^\infty d\left(\frac{s}{k^2}\right) \left(\frac{s}{k^2}\right)^{-\omega-1} F(s, k_1, q), \quad (12)$$

(12)式用典型横向动量 k^2 作 s 的标度,使 f 和 \tilde{F} 有相同量纲. 将(11)代入(12)式,得

$$\tilde{F}^{(1)}(\omega, k_1, q) = \left(\frac{g^2 A^2}{8\pi^3} \right)^1 \int_0^1 d\rho_2 \int_{\rho_2}^1 \frac{d\rho_1}{\rho_1} \rho_2^{\omega-1} \times \int d^2 k_2 (k_2 \cdot (k_2 - q)) e^{-\frac{-(k_2^2 + (k_2 - q)^2)}{\mu^2}} F^{(0)}(k_1, q). \quad (13)$$

拆开套迭积分的第二步是对 ρ_1, ρ_2 作变换,令 $\tau_1 = \rho_1, \tau_1 \tau_2 = \rho_2$,其中 $0 < \tau_{1,2} < 1$,此变换相应的 Jacobian $\|J\| = \rho_1 = \tau_1$. 这样(13)式作变换后再对解套了的 τ_1, τ_2 积分得

$$\tilde{F}^{(1)}(\omega, k_1, q) = \frac{1}{\omega} \left(\frac{g^2 A^2}{8\pi^3} \right)^1 \int d^2 k_2 (k_2 \cdot (k_2 - q)) e^{-\frac{-(k_2^2 + (k_2 - q)^2)}{\mu^2}} \cdot \tilde{F}^{(0)}(\omega, k_1, q), \quad (14)$$

其中

$$\tilde{F}^{(0)}(\omega, k_1, q) \equiv F^{(0)}(k_1, q) \int_1^\infty d\left(\frac{s}{k^2}\right) \left(\frac{s}{k^2}\right)^{-\omega-1} = \frac{1}{\omega} F^{(0)}(k_1, q). \quad (15)$$

因 $t = q^2 \approx -k^2$,可将(14)缩写为

$$\tilde{F}^{(1)}(\omega, k_1, q) = \frac{\Delta(t)}{\omega} \tilde{F}^{(0)}(\omega, k_1, q), \quad (16)$$

其中

$$\Delta(t) \equiv \left(\frac{g^2 A^2}{8\pi^3} \right) \int d^2 k \cdot (k - q) e^{-\frac{-(k^2 + (k - q)^2)}{\mu^2}}. \quad (17)$$

再由(16)式对 $\tilde{F}^{(1)}(\omega, k_1, q)$ 作逆 Mellin 变换

$$F(s, k_1, q) \equiv \frac{1}{2\pi i} \int_C d\omega \left(\frac{s}{k^2}\right)^\omega \tilde{F}(\omega, k_1, q), \quad (18)$$

(18)式积分回路 C 取 ω 平面中函数 $\tilde{F}(\omega, k_1, q)$ 所有奇点的右边. 将(15),(16)代入(18)得

$$F^{(1)}(s, k_1, q) = F^{(0)}(k_1, q) \Delta(t) \ln\left(\frac{s}{k^2}\right), \quad (19)$$

这样由(19)和(10)得

$$\text{Im}A^{(1)} = \Delta(t) \ln\left(\frac{s}{k^2}\right) \cdot \frac{g^4}{2\pi^2} \int d^2 k_1 F^{(0)}(k_1, q), \quad (20)$$

其中

$$A^{(1)} \equiv A^{(1)}(s, t).$$

注意在 $n = 1$ 的次领头阶 $\text{Im}A^{(1)}$ 计算中已包含了计算更高阶 $\text{Im}A^{(n)}$ 时所要求的近似和计算的技巧,它们是:

1)只保留 $A(s, t)$ 中 $\log s$ 的领头阶近似,因而只保留了平行梯条图而略去交叉图,使项数极大减少.

2)对照平行切割梯形图的 $\{\mu_i, \nu_i\}$ 指标集,看出所有求和的 $\gamma_\mu(\dots)\gamma^\mu$ 间总是夹了奇数个 γ 矩阵乘积,因而可重复运用基本公式(6),极大化简求迹过程.

3)拆开多次套迭积分时分 3 步:对 $f(s, t)$ 的表达式作 Mellin 变换、换积分自变量、再运用逆向 Mellin 变换.

2.3 n 阶切割梯形图的贡献

对照图 4,用前面的 Feynman 规则,取 $\bar{u}(p_1 - q) \approx \bar{u}(p_1), v(-p_2 + q) \approx v(-p_2)$ 近似后得

$$f^{(n)}(s, t) = g^{2(n+2)} A^{2(n+1)} \prod_{i=1}^{n+1} e^{-\frac{[k_i^2 + (k_i - q)^2]}{\mu^2}}.$$

$$\text{Tr} \left\{ \left[\sum_{r,s} \bar{v}_r(-p_2) \bar{v}_s(-p_2) \right] \right.$$

$$\left. \gamma_{\mu_{n+2}} k_{n+1} \gamma_{\mu_{n+1}} k_n \cdots k_2 \gamma_{\mu_2} k_1 \gamma_{\mu_1} \cdot \right.$$

$$\left. \left[\sum_{r,s} u_r(p_1) \bar{u}_s(p_1) \right] \times \right.$$

$$\left. \gamma^{\mu_1}(k_1 - q) \gamma^{\mu_2}(k_2 - q) \cdots \right.$$

$$\{ (k_n - q) \gamma^{\mu_{n+1}} (k_{n+1} - q) \gamma^{\mu_{n+2}} \}, \quad (21)$$

用上 $\sum_{r,s} \bar{v}_r(-p_2) \bar{v}_s(-p_2) = -\not{p}_2$, $\sum_{r',s'} \bar{u}_{r'}(p_1) \bar{u}_{s'}(p_1) = \not{p}_1$ 再注意到在 2.2 小节最后讲到的几点, 经过简单计算, 得出保留 logs 的领头阶近似, 它对应平行横条切割图 6,

$$f^{(n)}(s, t) = g^{2(n+2)} A^{2(n+1)} 4s \prod_{i=1}^{n+1} (k_i \cdot (k_i - q)) (-2)^{n+1} e^{\frac{-\sum_{j=1}^{n+1} [k_j^2 + (k_j - q)^2]}{\mu^2}} = 4sg^2 \prod_{i=1}^{n+1} [2g^2 A^2 k_i \cdot (k_i - q)] e^{\frac{-\sum_{j=1}^{n+1} [k_j^2 + (k_j - q)^2]}{\mu^2}}. \quad (22)$$

对应图 6 的 $(n+2)$ 体相空间积分

$$\int d[p \cdot s^{(n+2)}] = \prod_{i=1}^{n+2} \left[\int \frac{d^4 l_i}{(2\pi)^3} \delta(l_i^2) \right] \cdot (2\pi)^4 \delta^4 \left(p_1 + p_2 - \prod_{j=1}^{n+2} l_j \right),$$

其中 $l_1 = p_1 - k$, $l_{n+2} = p_2 + k_{n+1}$, 其余 $l_i = k_{i-1} - k_i$ ($i = 2, \dots, n+1$). 将积分变量集 $\{l_i\}$ 换为 $\{k_i\}$, 再用 Sudakov 将 $\{k_i\}$ 表出得^[7]

$$\int d[p \cdot s^{(n+2)}] = \frac{s^{n+1}}{2^{4n+3} \pi^{3n+2}} \int \prod_{i=1}^{n+1} d\rho_i d\lambda_i d^2 k_i \times \prod_{j=1}^n \delta[s(\rho_j - \rho_{j+1})(\lambda_j - \lambda_{j+1}) - (k_j - k_{j+1})^2] \cdot \delta[-s(1 - \rho_1)\lambda_1 - k_1^2] \delta[s(1 + \lambda_{n+1})\rho_{n+1} - k_{n+1}^2]. \quad (23)$$

同上面 $A^{(1)}(s, t)$ 计算相同, 只保留 logs 的领头阶时, 要让 ρ_i, λ_i ($i = 1, \dots, n+1$) 均取强序:

$$\rho_i \gg \rho_{i+1}, |\lambda_{i+1}| \gg |\lambda_i|. \text{ 以及让 } k_i^2 \approx -k_i^2, (k_i - q)^2 \approx -(k_i - q)^2.$$

并将(23)式右边所有 δ 函数中的横向动量取固定标度 k^2 . 再对(23)式中 λ_i 变量积分得

$$\int d[p \cdot s^{(n+2)}] = \frac{1}{2^{4n+3} \pi^{3n+2}} \prod_{i=1}^n \int \frac{d\rho_i}{\rho_i} \times \prod_{j=1}^{n+1} d^2 k_j d\rho_{n+1} \delta(sp_{n+1} - k^2). \quad (24)$$

并将(22), (24)式代入

$$\text{Im}A^{(n)} = \frac{1}{2} \int d[p \cdot s^{(n+2)}] f^{(n)}(s, t), \quad (25)$$

得

$$\text{Im}A^{(n)} = \frac{g^4}{2\pi^2} \int d^2 k_1 F^{(n)}(s, k_1, q), \quad (26)$$

其中

$$F^{(n)}(s, k_1, q) = \left(\frac{g^2 A^2}{8\pi^3} \right)^n \cdot \prod_{i=1}^n \int \frac{d\rho_i}{\rho_i} \int_0^1 d\rho_{n+1} \prod_{j=2}^{n+1} d^2 k_j [k_j \cdot (k_j - q)] e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n+1} [k_i^2 + (k_i - q)^2]}{\mu^2}} \cdot s\delta(sp_{n+1} - k^2) \cdot F^{(0)}(k_1, q), \quad (27)$$

对(27)作 Mellin 变换, 由(12)式得

$$\bar{F}^{(n)}(\omega, k_1, q) = \left(\frac{g^2 A^2}{8\pi^3} \right)^n \prod_{i=1}^n \int \frac{d\rho_i}{\rho_i} \int_0^1 d\rho_{n+1} \rho_{n+1}^{\omega-1} \prod_{j=2}^{n+1} d^2 k_j [k_j \cdot (k_j - q)] e^{\frac{-[k_j^2 + (k_j - q)^2]}{\mu^2}} F^{(0)}(k_1, q). \quad (28)$$

将变数 ρ_i 换为 τ_i , 其中 $\tau_i = \frac{\rho_i}{\rho_{i-1}}$, $0 < \tau_i < 1$. 此变换的 Jacobian $\|J\| = \rho_1 \rho_2 \dots \rho_n$, 容易看出(28)式中对 ρ_i 的套迭积分通过改换为 τ_i 而解套, 积分出来得

$$\prod_{i=1}^n \int \frac{d\rho_i}{\rho_i} \int_0^1 d\rho_{n+1} \rho_{n+1}^{\omega-1} = \prod_{i=1}^n \int_0^1 d\tau_i \tau_i^{\omega-1} = \left(\frac{1}{\omega} \right)^{n+1},$$

代入并去掉(28)对 k_j ($j = 2, \dots, n+1$) 积分的全部下标得

$$\bar{F}^{(n)}(\omega, k_1, q) = \frac{1}{\omega} \left[\frac{1}{\omega} \left(\frac{g^2 A^2}{8\pi^3} \right) \int d^2 k [k \cdot (k - q)] e^{\frac{-[k^2 + (k - q)^2]}{\mu^2}} \right]^n \cdot F^{(0)}(k_1, q) \equiv \frac{1}{\omega} \left[\frac{\Delta(t)}{\omega} \right]^n F^{(0)}(k_1, q), \quad (29)$$

再将(29)式代入逆 Mellin 变换(18)式, 得 n 阶切割梯形图对应的贡献

$$F^{(n)}(s, k_1, q) = \frac{\left[\Delta(t) \ln \left(\frac{s}{k^2} \right) \right]^n}{n!} F^{(0)}(k_1, q), \quad (30)$$

而

$$\text{Im}A^{(n)} = \frac{g^4}{2\pi^2} \frac{\left[\Delta(t) \ln \left(\frac{s}{k^2} \right) \right]^n}{n!} \times \int d^2 k_1 F^{(0)}(k_1, q). \quad (31)$$

3 结果与讨论

对所有切割梯形图的贡献求和得

$$\begin{aligned}
 F(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) &\equiv \sum_{n=0}^{\infty} F^{(n)}(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \\
 &F^{(0)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[\Delta(t) \ln(\frac{s}{k^2})]^n}{n!} = \\
 &F^{(0)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}) \left(\frac{s}{k^2}\right)^{\Delta(t)}, \\
 \text{Im}A &= \frac{g^4}{2\pi^2} \int d^2\mathbf{k}_1 F(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{q}) = \\
 &\frac{g^4}{2\pi^2} \int d^2\mathbf{k}_1 F^{(0)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{q}) \cdot \left(\frac{s}{k^2}\right)^{\Delta(t)}, \quad (32)
 \end{aligned}$$

这是组分夸克对 $q\bar{q}$ 散射振幅中单由两条旋量团相互作用组成梯形图的那部分. 由于它的 s 幂次随 t 而改变, 明确显示了 Regge 行为特征. 以下就将(32)式左方明确写为 $\text{Im}A^{\mathbb{R}}(s, t)$.

下面先作几点说明:

1) 本文采用文献[4]提出的修改后的 L-N P 场论模型. 它强调了组分夸克 $q(\bar{q})$ 是有结构的. 特别是提出了最大非微扰强作用反应这一假定后, 这模型不但很好地阐明了软 P 的结构和相应 P 交换振幅中自动出现 s 幂次的 Regge 行为因子, 而且还能讨论由夸克组成的介子的 Regge 极点的结构和相关的特征. 其实这两种不同的结构都起源于高强软过程中组分夸克的分解, 只是解体和演化的方式不同.

2) 在软 P 结构中, P 交换由两根相互作用的矢量型胶子云团组成, 而这里的 R 交换由两根旋量型实体组成, 二者的运动学结构是很不相同的. 这使得 P 的轨迹 $\alpha_{\mathbb{P}}$ 来自两部分: 其一是运动学结构因子 s 的贡献, 另一部分则是与(32)相当的 s 的“反常量纲” $\Delta_{\mathbb{P}}(t)$, 因此 $\alpha_{\mathbb{P}}(t) = 1 + \Delta_{\mathbb{P}}(t)$. 而本文关于 $(q\bar{q})$ 介子的 Regge 行为完全由 $\Delta(t)$ 确定, 因此它就是 Regge 轨迹, $\Delta(t) \equiv \alpha_{\mathbb{R}}(t)$.

3) 本文用有效场论模型讨论介子 $(q\bar{q})$ 的典型 Regge 行为, 没有涉及各种介子具有不同的量子数和不同内禀变换性质带来的差异. 但由 Chew-Frautschi 标图^[1]看出, 所有介子 Regge 轨迹在 $|t|$ 小时几乎是一组平行直线. 特别是由 u, d 轻夸克组成的 ρ, ω 等矢量介子族和 f_2, a_2 等张量介子族的 Regge 轨迹不但几乎重合, 而且它们都有最大的截距值 $\alpha_{\mathbb{R}}(0) \sim 0.5$, 说明它们在高强软过程中的贡献比其他介子的 Regge 轨迹的贡献重要得多. 因此在讨论由(17)式给出的 $\alpha_{\mathbb{R}}(t) \equiv \Delta(t)$ 的行为时应与它们的 Regge 轨迹作对照.

当 $|t| (\approx q^2)$ 小时, (17)式和(5a)式中的积分容易求出, 这时

$$\alpha_{\mathbb{R}}(t) = \frac{g^2 A^2}{32\pi^2} \mu^4 \left(1 + \frac{t}{\mu^2}\right) e^{\frac{1}{\mu^2}} \approx \frac{g^2 A^2}{32\pi^2} \mu^4 \left(1 + \frac{2t}{\mu^2}\right), \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
 \text{Im}A^{\mathbb{R}}(s, t) &= \frac{g^2 A^2}{8\pi} \mu^4 \left(1 + \frac{t}{\mu^2}\right) e^{\frac{1}{\mu^2}} \left(\frac{s}{k^2}\right)^{\alpha_{\mathbb{R}}(t)}, \\
 &\quad (\text{当 } |t| \leq 1.5\text{GeV}^2). \quad (34)
 \end{aligned}$$

由(33), (34)式看出本文的模型中有 g, A 和 μ^2 3 个参数. 但实际定 $\alpha_{\mathbb{R}}(t)$ 中只有两个 $a \equiv \frac{g^2 A^2}{32\pi^2}$ 和 $b \equiv \mu^2$ 参数出现, 它们可由 C-F 标图中的 ρ 轨迹直线定出. 在那里^[7]

$$\alpha_{\mathbb{R}}(0) \approx 0.55, \quad \alpha_{\mathbb{R}}(0) \approx 0.86\text{GeV}^{-2}, \quad (35)$$

由它与(33)式得出的对比知 $a = 0.336\text{GeV}^{-4}$, $b = 1.279\text{GeV}^2$. 如果将这两个参数值代入(33)式, 则反过来可算出矢量介子 ρ 和张量介子 f_2 和 a_2 的自旋值分别为, $\alpha_{\mathbb{R}}(M_{\rho}^2) = 1.06$ (取 $M_{\rho} = 0.77\text{GeV}$), $\alpha_{\mathbb{R}}(M_{f_2}^2) = 1.945$ (当 M_{f_2} 取 1.27GeV) 和 $\alpha_{\mathbb{R}}(M_{a_2}^2) = 2.047$ (当 M_{a_2} 取 1.32GeV). 它们与 ρ 介子自旋值为 1, f_2 和 a_2 的自旋值为 2 的结果相差小于 3%.

要进一步确定此模型中参数 g, A 和 μ^2 的具体值, 则要将式(33)和(34)用到以 Regge 极点交换项为主的一些具体过程.

参考文献 (References)

- 1 Collions P D B. An Introduction to Regge Theory and High Energy Physics. Cambridge: Cambridge University Press, 1977
- 2 Fadin V S, Kuraev E A, Lipatov L N. Sov. Phys. JETP., 1976, 44; Balitsky Y Y, Lipatov L N. Sov. J. Nucl. Phys., 1978, 28: 822
- 3 Perl M L. High Energy Hadron Physics. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1974
- 4 PENG H A, XING X W, LIU L S. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2005, 29: 224 (in Chinese)
(彭宏安, 邢秀文, 刘连寿. 高能物理与核物理, 2005, 29: 224)
- 5 PENG H A et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2002, 26(7): 658 (in Chinese)
(彭宏安等. 高能物理与核物理, 2002, 26(7): 658)
- 6 Landshoff P V, Nachtmann O. Z. Phys., 1987, C35: 405
- 7 Forshaw J R, Ross D A. Quantum Chromodynamics and the Pomeron. Cambridge: Cambridge University Press, 1997

On the Structure of Reggeon *

PENG Hong-An¹ HE Zhen-Min² GAO Yong-Hua³ YAN Zhan-Yuan⁴ DUAN Chun-Gui²

1 (Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

2 (Department of Physics, Hebei Teachers' University, Shijiazhuang 050016, China)

3 (Institute of Physics, Shijiazhuang College, Shijiazhuang 050801, China)

4 (Department of Physics, North-China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract Starting from the point-view that the constituent quark has its own inner structure and according to the hypothesis of the maximum non-perturbative strong interaction reaction which should be obeyed in high energy strong-soft processes, we propose a structure model of the Reggeon (\mathbb{R}). In such processes, a pair of constituent quark-antiquark in colliding hadrons would individually dissociate with certain probability into a non-perturbative gluon and a spinor-like cluster firstly. The spinor-like clusters will further emit non-perturbative gluons and then annihilate each other. Corresponding to such mechanism the relevant structure of \mathbb{R} in the field theory can be represented by summing over a set of cutting ladder diagrams, where the vertical lines are the propagators of spinor-like clusters and the rungs are non-perturbative gluons.

In the multi-Regge region where the energy of the system is very large and its momentum transfer $|t|$ is very small, under the approximation that only the leading order logarithm terms of s are preserved, the scattering amplitudes for these cutting ladder diagrams are derived and summed. Thus, a compact formula of the typical Regge pole trajectory of mesons which are composed of light quarks is obtained.

Key words constituent quark, Reggeon, non-perturbative