

# 164—182 Hf 核的低能谱和电磁跃迁的 相互作用玻色子模型\*

范体贵<sup>1)</sup> 吕立君 张进富

(赤峰学院物理系 赤峰 024001)

**摘要** 采用相互作用玻色子模型研究了<sup>164—182</sup>Hf 偶偶核的低能谱和电磁跃迁, 应用一个  $U(5) \rightarrow SU(3)$  简化哈密顿量很好的描述它们的低能谱和电磁跃迁过渡. 结果表明<sup>164—182</sup>Hf 同位素核基本上属于  $U(5) \rightarrow SU(3)$  的过渡核.

**关键词** 能谱 电磁跃迁 低能正宇称集体态

## 1 引言

Hf 核实验资料较为丰富, 核素结构较为复杂, 是核物理领域中研究的典型对象. 人们常以 Hf 核为例来验证各种模型及各种微观理论方案的正确性. 如石筑一等从壳模型组态及核子-核子有效相互作用出发, 提出了一种在截断的态空间中研究偶-偶核高自旋态的理论方案<sup>[1, 2]</sup>, 并用这一微观理论方案给出了<sup>166</sup>Hf, <sup>168</sup>Hf 低能激发的计算结果, 表明该理论方案能很好的描述稀土区偶-偶核高自旋态的性质. 龚伦训等用处理推转壳模型的粒子数守恒(PNC)方法分析了稀土变形核<sup>172—174</sup>Hf 的基带和低激发高 K 带的运动学转动惯量  $j^{(1)}$  随角频率的变化及其微观机制, 特别是被拆散核子的 Pauli 堵塞效应<sup>[3, 4]</sup>. 相互作用玻色子模型(IBM)在处理中、重偶-偶核的集体运动性质方面非常有效. 我们采用相互作用玻色子模型, 应用一个  $U(5) \rightarrow SU(3)$  简化哈密顿量对<sup>164—182</sup>Hf 偶-偶核的低能谱和电磁跃迁作了较为系统的计算, 结果表明<sup>164—182</sup>Hf 基本处于振动到转动区域, 是  $U(5) \rightarrow SU(3)$  的过渡核.

## 2 哈密顿量

IBM 普适哈密顿量包括 7 项, 我们的计算采用如下

多极展开形式的简化哈密顿量.

$$\hat{H} = \varepsilon_d \hat{n}_d + K \hat{Q} \cdot \hat{Q} + K_L \hat{L} \cdot \hat{L},$$

其中

$$\hat{Q}_\mu = (\hat{s}^+ \hat{d} + \hat{d}^+ \hat{s})^2 + \chi (\hat{d}^+ \hat{d})^2_\mu,$$
$$\hat{L}_q = \sqrt{10} (\hat{d}^+ \hat{d})_q^{(1)}, \quad \chi = -\sqrt{7}/2.$$

上述符号的意义与通常的 IBM 文献相同. 哈密顿量包括 3 项, 第一项是单粒子能量, 第二项是电四极相互作用, 第三项是单极相互作用.  $\varepsilon_d$ ,  $K$ ,  $K_L$  是反应各项作用强度的参数, 上述哈密顿量中如果  $\varepsilon_d = 0$ , 此哈密顿简化为  $SU(3)$  哈密顿量; 如果  $K = 0$ , 则它成为描述集体振动的  $U(5)$  哈密顿量.  $K_L(\hat{L} \cdot \hat{L})$  项只是对  $L$  能级的一个修正项, 所以当给定系统的玻色子数, 上述哈密顿主要由两个参数  $\varepsilon_d$  和  $K$  决定, 因此  $k/\varepsilon_d$  决定了  $U(5)$  到  $SU(3)$  的变化趋势.  $k/\varepsilon_d = 0$  和  $k/\varepsilon_d = \infty$  分别对应于振动和转动极限, 一般情况下, 为介于两者的过渡区. 在实际计算中, 这些参数是可调的, 使得能谱的理论值和实验值趋于一致.

## 3 计算结果和讨论

表 1 列出了<sup>164—182</sup>Hf 同位素核哈密顿量中的有关参数. 由表 1 可知所有核的参数变化比较平滑,  $\varepsilon_d$  随着

\* 国家自然科学基金(10047001, 10265001)和内蒙古教育厅重大项目基金(ZD01038)资助

1) E-mail: fantigui@sina.com

中子数的增加而减小, 而  $K$  值都很小.  $\varepsilon_d$  大的能谱更接近振动极限, 而  $\varepsilon_d$  小的能谱更接近转动极限, 这反映了 Hf 同位素核激发态的能量变化及核的形状共存特点. 另外  $e_2$  参数的变化也很小. 运用这些参数计算了每个核的能级和电四极跃迁值.

表 1 计算能谱和电四极跃迁的参数值

nucleus	$\varepsilon_d/\text{MeV}$	$K/\text{MeV}$	$K_L/\text{MeV}$	$e_2/\text{eb}$
$^{164}\text{Hf}$	0.475	-0.012	0.006	0.1160
$^{166}\text{Hf}$	0.275	-0.013	0.013	
$^{168}\text{Hf}$	0.165	-0.013	0.0125	
$^{170}\text{Hf}$	0.145	-0.012	0.011	0.1167
$^{172}\text{Hf}$	0.135	-0.011	0.010	0.1013
$^{174}\text{Hf}$	0.132	-0.010	0.010	0.0950
$^{176}\text{Hf}$	0.105	-0.012	0.0095	0.0984
$^{178}\text{Hf}$	0.086	-0.013	0.0095	0.0980
$^{180}\text{Hf}$	0.068	-0.013	0.010	0.1040
$^{182}\text{Hf}$	0.062	-0.0135	0.0105	

### 3.1 能谱

图(1—5)显示了  $^{164}$ — $^{182}\text{Hf}$  核的理论和实验能谱<sup>[5,6]</sup>的对比. 总体上理论值和实验值符合的很好, 特别是基带,  $\gamma$ 带和第一个  $\beta$ 带, 各能级理论值与实验值的差别在预料之中, 其原因是没有考虑多带耦合等因素.

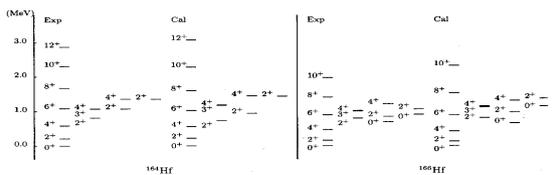


图 1  $^{164}\text{Hf}$  和  $^{166}\text{Hf}$  核的计算能谱与实验谱的比较

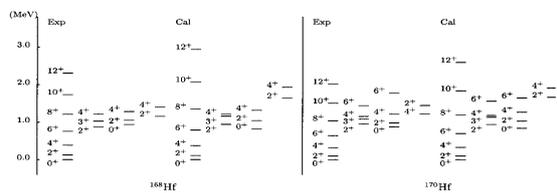


图 2  $^{168}\text{Hf}$  和  $^{170}\text{Hf}$  核的计算能谱与实验谱的比较

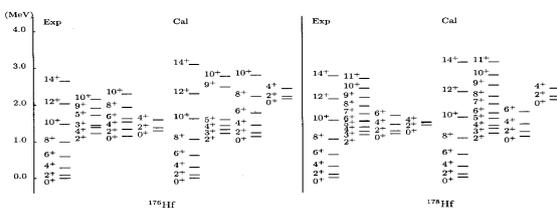


图 3  $^{172}\text{Hf}$  和  $^{174}\text{Hf}$  核的计算能谱与实验谱的比较

$^{164}$ — $^{168}\text{Hf}$  理论值与实验值符合的很好.  $^{164}\text{Hf}$  的三声子态的实验值几乎不存在能级分裂现象, 而理论计算的结果则存在着明显的能级分裂, 可能的原因除与参数的选取有关外, 还与没有考虑多带耦合等因素有关.  $^{166}\text{Hf}$  三声子态的能级分裂较小, 反映了原子核集体振动时存在一个非谐振作用项. 两声子态的能级分裂较大, 这很难用一个非谐振作用项来解释, 可能和单粒子的激发有关.  $^{168}\text{Hf}$  核的激发态上表现出了低能  $\gamma$  振动带 ( $K=2$ ) 能谱中普遍存在的 staggering 现象. 虽然实验结果也存在明显的 staggering 现象, 但实验所观察到的能谱要比理论计算的结果均匀的多<sup>[7]</sup>, 为解决这一问题 IBM1 中引入核子相干对  $D$  间的三体相互作用, 在 IBM2 中, Sevrin A 等在原子核的哈密顿量中引入三轴转子势<sup>[8]</sup>, 龙桂鲁等在 IBM2 中引入同类玻色子四极相互作用<sup>[9]</sup> 而使得原子核能谱的 staggering 现象得以改善. 我们也发现了第二个  $\beta$  带的理论值偏高.

$^{174}$ — $^{180}\text{Hf}$  的  $g$  带和  $\gamma$  带理论值与实验值符合的很好, 但第一个  $\beta$  带的  $0_2^+$ ,  $2_3^+$  的理论值普遍偏低, 而第二个  $\beta$  带的理论值普遍偏高. 激发态上仍表现出了 staggering 现象.

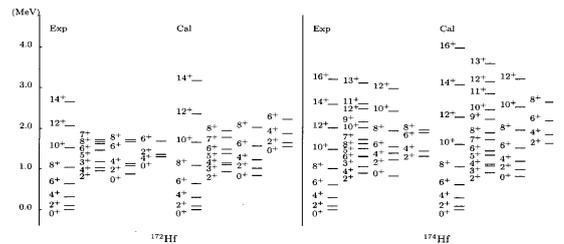


图 4  $^{176}\text{Hf}$  和  $^{178}\text{Hf}$  核的计算能谱与实验谱的比较

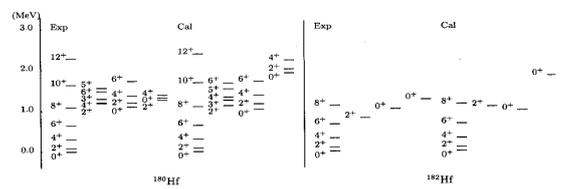


图 5  $^{180}\text{Hf}$  和  $^{182}\text{Hf}$  核的计算能谱与实验谱的比较

### 3.2 电磁跃迁

通过计算能谱及得到的相应波函数, 也可以计算电磁跃迁几率. 例如 E2 跃迁算符:

$$\hat{T}(E2)_\mu^2 = e_2 \left[ (\hat{s}^+ \hat{d} + \hat{d}^+ \hat{s})_\mu^2 + \chi (\hat{d}^+ \hat{d})_\mu^2 \right]$$

上述符号的意义与通常的 IBM 文献相同. 运用表 1 列出的  $e_2$  参数计算了每个核的电四极跃迁值, 所

有数据列于表2, 并对  $B(E2)$  值的理论和实验数据作了对比.

从表2可以看出, 计算值和现有的实验值符合的很好. 如果用  $\Delta n$  表示跃迁各态间的声子数差, 我们发现一部分  $\Delta n=1$  各态间跃迁的  $B(E2)$  值很大, 说明这几个核具有较强的振动性( $U(5)$  对称性), 另外也有一部分  $\Delta n=1$  各态间跃迁(主要指  $\gamma$  带向  $g$  带跃迁)的  $B(E2)$  值很小, 如  $^{178}\text{Hf}$  同位素核的  $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$   $B(E2)$  的实验值为  $261(\text{e}^2\text{fm}^4)$  而理论值为  $3(\text{e}^2\text{fm}^4)$ , 这也说明这些核又具有转动性( $SU(3)$  对称性)或者说主要是由于  $SU(3)$  极限跃迁的选择定则  $\Delta\lambda=0$  和  $\Delta\mu=0$  决定的, 由于  $\beta$  带和  $\gamma$  带属于相同的  $SU(3)$  表示 ( $\lambda=2N-4, \mu=0$ ), 而  $g$  带属于  $SU(3)$  的另一表示 ( $\lambda=2N, \mu=0$ ), 也就是  $\gamma$  带向  $g$  带跃迁主要是由  $SU(3)$  对称性的一些小破缺项引起的, 所以这样的跃迁是很弱的. 此外对核  $^{174-176}\text{Hf}$  的  $B(E2, 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$  其跃迁几率不为0的事实可能暗示存在着一定程度的对称破缺. 另外我们还发现声子数差  $\Delta n=0$  各态间跃迁的  $B(E2)$  的值都很小.

## 4 结论

应用相互作用玻色子模型研究了  $^{164-182}\text{Hf}$  同位素核的能谱和电四极跃迁. 结果表明  $^{164-182}\text{Hf}$  同位素核可以用一个  $U(5)$  到  $SU(3)$  的哈密顿量来描述, 或者说  $^{164-182}\text{Hf}$  同位素核是  $U(5)$  到  $SU(3)$  的过渡核. 同时我们也发现理论和实验结果还存在一定偏差, 说明在哈密顿量中必须考虑其它的作用项, 如对作用等, 但总体上二者符合的很好.

表 2  $^{164-180}\text{Hf}$  同位素核电磁跃迁的  $B(E2)$  理论和相应的实验值<sup>[5]</sup>

nucleus	$J_i$	$J_f$	Expt/ $\text{e}^2\text{fm}^4$	Cal/ $\text{e}^2\text{fm}^4$
$^{164}\text{Hf}$	$2_1^+$	$0_1^+$	3039	3036
	$4_1^+$	$2_1^+$	5492	5358
	$6_1^+$	$4_1^+$	9064	6444
	$8_1^+$	$6_1^+$	5865	6892
$^{170}\text{Hf}$	$2_1^+$	$0_1^+$	10069	10067
	$4_1^+$	$2_1^+$	14544	14196
	$6_1^+$	$4_1^+$	14432	15267
	$8_1^+$	$6_1^+$	16782	15424
$^{174}\text{Hf}$	$2_1^+$	$0_1^+$	8771	8775
	$2_2^+$	$0_1^+$	121	6
	$2_3^+$	$0_1^+$	276	5
	$2_4^+$	$4_1^+$	0	0
	$6_3^+$	$4_1^+$	0	2
	$2_1^+$	$0_1^+$	10721	10723
$^{176}\text{Hf}$	$2_2^+$	$0_1^+$	58	2
	$6_2^+$	$6_1^+$	0	7
	$6_2^+$	$4_1^+$	0	1
$^{178}\text{Hf}$	$2_1^+$	$0_1^+$	9457	9459
	$2_3^+$	$0_1^+$	3	1
	$2_4^+$	$0_1^+$	18	0
	$2_2^+$	$4_1^+$	15	6
	$2_2^+$	$2_1^+$	261	3
	$2_4^+$	$4_1^+$	5	0
	$6_1^+$	$4_1^+$	13025	14462
	$8_1^+$	$6_1^+$	14095	14728
$^{180}\text{Hf}$	$10_1^+$	$8_1^+$	15285	14575
	$12_1^+$	$10_1^+$	15226	14138
	$14_1^+$	$12_1^+$	17248	13475
	$2_1^+$	$0_1^+$	9357	9360
	$4_1^+$	$2_1^+$	13885	13218
	$6_1^+$	$4_1^+$	13221	14253
	$8_1^+$	$6_1^+$	15092	14460
	$10_1^+$	$8_1^+$	14489	14233
	$12_1^+$	$10_1^+$	14006	13708

## 参考文献(References)

- SHI Z Y, DAN H J, ZHANG Z J et al. Journal of Central China Normal University(Nat.Sci.), 1998, **32**(1): 34 (in Chinese)  
(石祝一, 但汉久, 张战军等. 华中师范大学学报(自然科学版), 1998, **32**(1): 34)
- SANG J P, DAN H J, LIU Y. J. Wuhan. Univ. (Natural Science Edition), 1996, **42**(3): 321(in Chinese)  
(桑建平, 但汉久, 刘庸. 武汉大学学报(自然科学版), 1996, **42**(3): 321)
- GONG L X, LIU S X, ZHU H B et al. HEP & NP, 2002, **26**(2): 164(in Chinese)
- GONG L X, LIU S X, ZHU H B et al. HEP & NP, 2002, **26**(4): 371(in Chinese)  
(龚伦训, 刘树新, 朱红波等. 高能物理与核物理, 2002, **26**(4): 371)
- CHU S Y, Hordberg H, Firestone R B et al. Isotopes Explorer 2.00, April 5, 1997
- Grigoriev, Gladkova. Physics of Atomic Nuclei., 2000, **63**: 700
- Casten R F, Brensno P Von. Phys lett., 1995, **152B**: 22
- LONG G L. Phys. Rev., 1997, **C55**: 3163
- LONG G L, LIU Y X, SUN H Z. J. Phys., 1990, **G16**: 813

# Low-Lying Spectra and Electromagnetic Transition Rates in $^{164-182}\text{Hf}$ in the Interacting Boson Model\*

FAN Ti-Gui<sup>1)</sup> LÜ Li-Jun ZHANG Jin-Fu

(Department of Physics, Chifeng University, Chifeng 024001, China)

**Abstract** Spectra and E2 transition for the even-even  $^{164-182}\text{Hf}$  isotopes are studied in the framework of the interacting boson model. A schematic Hamiltonian can be used to describe their spectra and E2 transition. The results show that  $^{164-182}\text{Hf}$  are in the transition from the vibrational limit to rotational limit.

**Key words** spectra, electromagnetic transition, positive parity collective state

---

\* Supported by National Natural Science Foundation of China(10047001, 10265001) and Key Scientific Research Fund of Inner Mongolian Educational Bureau (ZD01038)

1) E-mail: fantigui@sina.com