

# HIRFL-CSRm Betatron 振荡随机冷却\*

武军霞<sup>1,2;1)</sup> 夏佳文<sup>1</sup> 杨建成<sup>1,2</sup> 刘伟<sup>1,2</sup> 殷学军<sup>1</sup> 刘勇<sup>1</sup>

1 (中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

2 (中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘要** 对拟在 HIRFL-CSRm 上建造的横向自由振荡随机冷却进行了数值优化计算和设计,得到了最佳带宽、冷却时间、频谱上束流谱密度分布函数随时间的变化,以及在冷却过程中束流横向位移的分布等值,并且对功率限定情况作了讨论,从而为冷却系统的设计、优化、建造和运行提供了理论依据.

**关键词** 横向随机冷却 Fokker-Planck 方程 冷却时间

## 1 引言

随机冷却对于降低束流尺寸及能散,提高束流强度和亮度,得到高品质的束流有重要意义. 它特别对大动量分散、大发射度、粒子数少的热束流冷却有效. 而 HIRFL-CSRm<sup>[1]</sup> 在多次多圈注入时束流横向发射度很大,必须对束流边注入边冷却,使已注入的束流横向相空间减小,以便更多的粒子能够注入到环中,通过本文的讨论可以看出,随机冷却对 HIRFL-CSRm 多次多圈注入时横向相空间的冷却效果很好.

## 2 随机冷却建立的机制

图 1 给出了束流随机冷却示意图<sup>[2]</sup>,束流通过探测器时感应一个正比于束流横向偏离的信号,此信号经放大后驱动称为冲击器的一套偏转板,冲击器在横向对束流施加电场力. 通过选择电缆及放大器的延迟时间,可以使粒子及其在探测器上产生的信号同时到达冲击器,亦即使偏差与校正一一对应. 对于横向 betatron 冷却,探测器和冲击器间距应为

四分之一自由振荡波长的奇数倍,这样探测器处中心位置的正向变化转化为冲击器处负的平均速度,从而把粒子偏转一个正比于粒子位置偏离的角度.

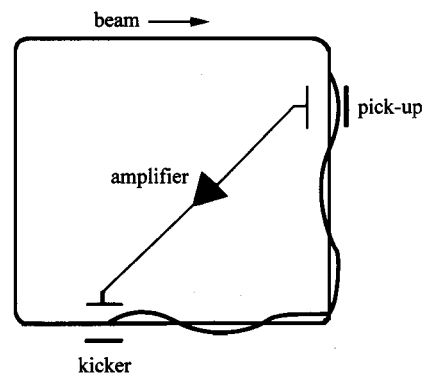


图 1 束流随机冷却示意图

## 3 冷却方程

随机冷却系统的冷却率方程为

$$\frac{1}{\tau} = \frac{W}{N} [2g(1 - \tilde{M}^{-2}) - g^2(M + U)], \quad (1)$$

其中  $W$  为系统带宽,  $N$  为束流粒子数,  $U$  为噪声

2003-11-19 收稿

\* 国家杰出青年科学基金(10325522)资助

1) E-mail: wujx@impcas.ac.cn

比,  $M$  和  $\tilde{M}$  分别为从冲击器到探测器和从探测器到冲击器的混合系数<sup>[3]</sup>,  $g$  为系统增益<sup>[4]</sup>

$$g = \frac{(qe)^2 f_0 c \bar{\beta} \alpha N n Z_p^2}{\sqrt{2\pi} A E f_m h Z_c} G, \quad (2)$$

这里  $q$  为粒子的电荷,  $A$  为质量数,  $E$  为粒子总能量,  $\alpha$  为电压吸收系数,  $f_m$  为系统中间频率,  $G$  为放大器增益,  $\bar{\beta}$  为探测器和冲击器处  $\beta$  函数的几何平均,  $Z_c$  为信号传输线的特性阻抗,  $Z_p$  为探测器传输阻抗,  $f_0$  为回旋频率,  $h$  为探测器半孔径高度,  $n$  为探测器或冲击器个数.

当增益取最佳值  $g_{\text{opt}} = \frac{1 - \tilde{M}^{-2}}{M + U}$  时, 冷却率有最大值

$$\frac{1}{\tau_{\text{opt}}} = \frac{W}{N} [(1 - \tilde{M}^{-2})^2 / (M + U)]. \quad (3)$$

通常, 用总的冷却时间<sup>[4]</sup>来评估一个冷却系统将横向发射度从  $x_1$  冷却到  $x_2$  的能力:

$$t_{\text{tot}} = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{\tau(x) dx}{x}. \quad (4)$$

## 4 数值计算和设计

### 4.1 CSRm 横向随机冷却设计

CSRm 横向随机冷却初步设计如图 2 所示, 探测器和冲击器之间的间距为 23.7m. 这里将探测器和冲击器的位置选在二极铁里, 其原因有, 1) 探测器和冲击器放在二极铁里可节约空间; 2) 二极铁长度约 3m, 而冲击器所占长度越长, 个数越多, 所需放大

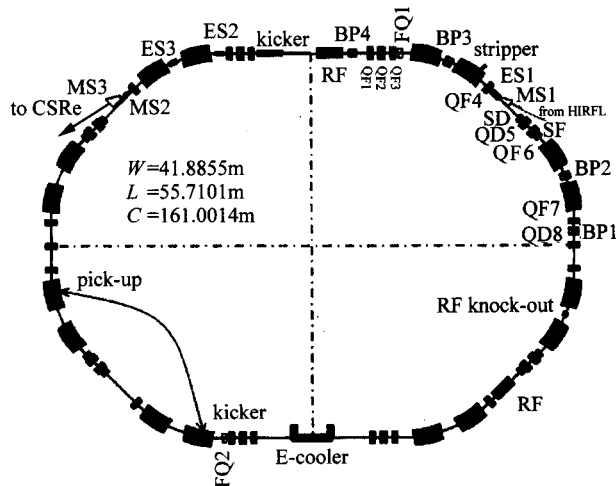


图 2 横向随即冷却在环上的位置

器功率就越低, 这样可以避免冷却系统工作在功率限定状态; 3) 探测器长度越长, 个数越多, 灵敏度就越高, 信噪比越好, 但是此时从探测器到冲击器的相位差并不是  $90^\circ$ , 而是  $60^\circ$ , 这样式(1)右边第 1 项冷却项应该乘以  $\sin 60^\circ$ .

由混合因子、冷却时间、功率限制等因素, 对注入能量为 10MeV/u, 粒子数为  $1.0 \times 10^6$ , 动量散度为 0.15% ( $\pm 2\sigma$ ) 的  $O^{7+}$  粒子, 经反复计算后, 获得冷却系统最佳带通为 10—260MHz. 如果在每一时刻都保持取最佳增益, 计算表明将束流从发射度为  $100\pi\text{mm} \cdot \text{mrad}$  ( $\pm 2\sigma$ ) 冷却到  $30\pi\text{mm} \cdot \text{mrad}$  时总的冷却时间为 173.73ms. 计算时所用参数见表 1.

表 1 参数表

回旋频率 $f_0$	0.2704MHz	探测器耦合阻抗 $Z_p$	100 $\Omega$
探测器半孔径高度	74mm	噪声温度 $T_n$	120K
冲击器处 $\beta$ 函数	8.268m	探测器处 $\beta$ 函数	11.131m
冲击器个数	100	探测器个数	100
信号传输线特性阻抗	50 $\Omega$	电压吸收系统	0.9

### 4.2 频谱上谱密度函数和横向位移分布在冷却过程中的变化

通常用频谱仪来观察和分析随机冷却的效果, 如果假设束流初始分布为高斯分布, 即在某一谐波处的初始谱密度函数为

$$\psi(f) = \frac{a_{\text{rms}}^2 q^2 e^2 f_0^2 N / 2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(f - nf_0)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (5)$$

这样可以得到将束流从  $100\pi\text{mm} \cdot \text{mrad}$  冷却到  $30\pi\text{mm} \cdot \text{mrad}$ , 谐波数  $n = 50$  处的束流谱密度分布函数变化如图 3.

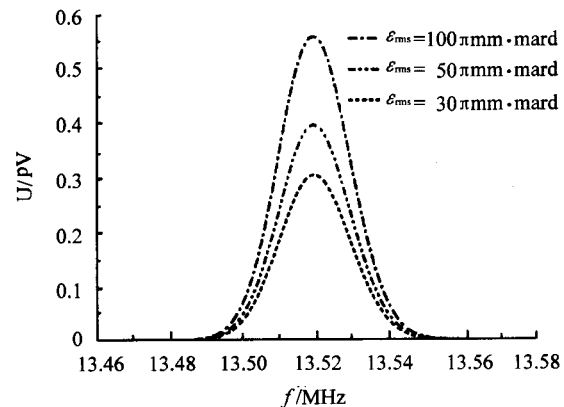


图 3 谐波数为 50 处的束流谱密度分布函数的变化

在实际中, 常用剖面探测器来探测粒子横向位

移分布或纵向动量分布以观察束流品质,因此如果能通过数值模拟得到束流在冷却过程中的分布是有实际意义的.束流分布函数常用 Fokker-Plank<sup>[2]</sup>方程来描述

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(F\psi) - \frac{\partial}{\partial x}\left(D \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) = 0, \quad (6)$$

其中,  $\psi$  是粒子随  $x$  和时间的分布函数,  $F = -g \frac{2W}{N}x$  为相干项,  $D = \frac{f_0}{2} g^2 \cdot kT_n W$  为非相干项(忽略 Schottky 噪声).若初始分布为高斯分布,系统在每一时刻取最佳增益,则由式(6)计算<sup>[5]</sup>出束流在 0.35s 内的冷却过程中,每隔 0.05s 的分布变化如图 4.从图可以看出,在 0.35s 内大约将束流发射度冷却到初值的 1/5,分布的均方偏差也减小,束流品质变好,达到了很好的冷却效果.

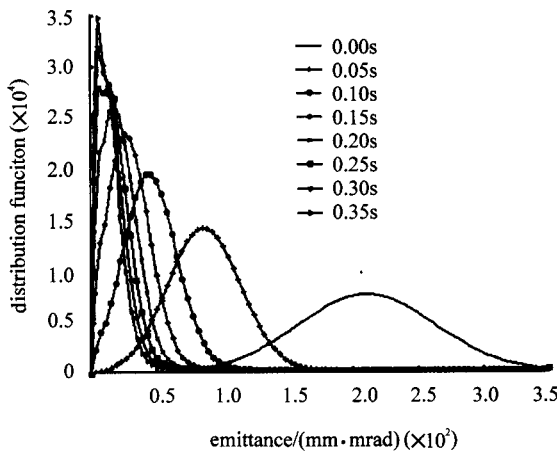


图 4 束流横向位移分布在冷却过程中的变化

### 5 最大增益的限制

从式(1)可以看出,增大系统频率,使系统在每一时刻取最佳增益,可以加快冷却速率,减小冷却时间.但在实际中,由于最大输出功率的限制,实际增益往往有时小于最佳增益,冷却系统不能工作在最优状态.增益的调节主要由放大器增益来调节,而系统放大器增益有一最大值<sup>[4]</sup>

$$G_{\max} = \sqrt{\frac{P_{\text{out}}}{\left(1 + \frac{1}{U}\right)kT_n W}}, \quad (7)$$

$P_{\text{out}}$  为冷却系统输出功率.可以看出,放大器最大增益取决于输出功率、带宽及噪声.若  $U \gg 1$ , 输出功率取 7kW 时,计算得放大器最大增益为 164dB.

当系统处于功率限定状态时,冷却率可以表

示为

$$\frac{1}{\tau_{\text{lim}}} = \frac{1}{\tau_p} \left[ 2 - \frac{G_{\max}}{G_{\text{opt}}} \right], \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_p} &= \frac{1}{\tau_{\text{opt}}} \frac{G_{\max}}{G_{\text{opt}}} \\ &= \frac{(qe)^2 f_0 c \bar{\beta} \alpha}{\sqrt{2} \pi A E f_m} \frac{n_l Z_p^2}{Z_c} \sqrt{\frac{P_{\text{out}} W}{\left(1 + \frac{1}{U}\right)kT_n}} \end{aligned} \quad (9)$$

可以看出,  $\tau_p$  是描述冷却系统特性的参数.图 5 对最佳冷却时间( $\tau_{\text{opt}}$ )和功率限定状态下的冷却时间( $\tau_{\text{lim}}$ )与  $\tau_p$  作了比较.随着冷却的进行,放大器增益之比接近于 1,  $\tau_{\text{opt}}$  接近于  $\tau_p$ , 当  $G_{\max}/G_{\text{opt}} > 1$  时,系统工作在非功率限定状态,  $\tau_{\text{lim}} = \tau_{\text{opt}}$ .

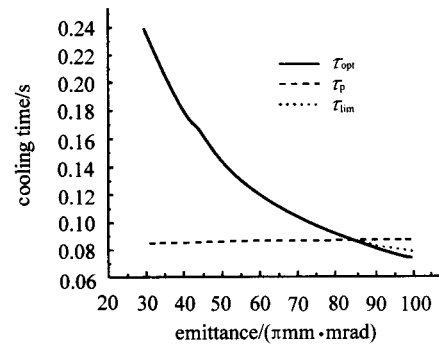


图 5 最佳冷却时间与功率限定状态下的冷却时间的比较

对功率限定的情况,可以通过增加放大器功率,降低输入噪声功率,增加探测器个数或阻抗来改善冷却率.另外,可以加入滤波器,将 betatron 边带间的噪声滤掉,这样在式(7)中噪声的带宽降低 1/2,同时  $1/U$  应写为  $2/U$ ,但  $U$  不变(因为滤波只在不加热束流的频率处).这里对加入滤波器后具有不同粒子数的总的束流冷却时间作了计算并进行了比较,如表 2,其中黑体表示功率限定状态.

表 2 将束流冷却到不同程度所需的冷却时间

$1 \times 10^6$		$1 \times 10^7$	
发射度 /( $\pi\text{mm} \cdot \text{mrad}$ )	冷却时间 /ms	发射度 /( $\pi\text{mm} \cdot \text{mrad}$ )	冷却时间 /ms
100	<b>6.76</b>	100	<b>10.11</b>
90	<b>14.97</b>	90	22.03
80	25.18	80	36.38
70	38.22	70	54.12
60	55.49	60	76.80
50	79.48	50	107.20
40	115.13	40	150.67
30	173.73	30	219.33

## 6 总结

从上面的讨论和数值计算可以知道,随机冷却对 HIRFL-CSRm 剥离注入横向相空间的减小起到

很好的冷却效果,冷却时间也很小,起到了快速冷却的作用. 这为即将要做的冷却系统的设计建造和实验数据分析有重要意义.

### 参考文献 (References)

- 1 XIA J W, ZHAN W L, WEI B W et al. Nucl. Instrum. Methods, 2002, **A488**: 11
- 2 Mohl D. CERN Report, 1995, **95-06**: 587
- 3 Mohl D. Nucl. Instrum. Methods, 1997, **A 391**: 164
- 4 Goldberg D A, Lambertson G R. Coping with Power-Limited Transverse Stochastic Cooling Systems. 1989, LBL-25924
- 5 Park BT, Petrosian V. ApJS, 1996, **103**: 255

### Betatron Stochastic Cooling in HIRFL-CSRm\*

WU Jun-Xia<sup>1,2,1)</sup> XIA Jia-Wen<sup>1</sup> YANG Jian-Cheng<sup>1,2</sup> LIU Wei<sup>1,2</sup> YIN Xue-Jun<sup>1</sup> LIU Yong<sup>1</sup>

1 (Institute of Modern Physics, The Chinese Academy Sciences, Lanzhou 730000, China)

2 (The graduate school of the Chinese Academy Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract** Betatron stochastic cooling will be built to cool hot beams in very short time on HIRFL-CSRm during its stripping injection. Here the transverse cooling is described and simulated. The cooling time and the beam distribution are obtained. The power-limited cooling system, which performance is limited by available output power, is contrasted with non-power-limited system and the upgrading is also mentioned. All these are useful for analysis of experimental data and for design of the cooling system and running, i. e., optimization of the system passband specification of accuracy of the signal's transmission, etc.

**Key words** transverse stochastic cooling, Fokker-Planck equation, cooling time

Received 19 November 2003

\* Supported by National Natural Science Funds for Distinguished Young Scholar China(10325522)

1) E-mail: wujx@impcas.ac.cn