

# HIRFL-CSRm 纵向随机冷却——Palmer 冷却研究\*

武军霞<sup>1,2;1)</sup> 夏佳文<sup>1</sup> 杨建成<sup>1,2</sup> 刘伟<sup>1,2</sup> 殷学军<sup>1</sup> 刘勇<sup>1</sup>

1(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

2(中国科学院研究生院 北京 100039)

**摘要** 对拟在 HIRFL-CSRm 上建造的纵向 Palmer 冷却进行了数值优化计算, 得出了最佳带宽、最佳增益及最短冷却时间, 并运用 Fokker-Planck 方程进行了模拟, 得到了动量散度分布函数在冷却过程中随时间的变化, 从而为纵向冷却系统的具体设计和优化提供了重要的理论依据。

**关键词** Palmer 冷却 Fokker-Planck 方程 冷却时间

## 1 引言

HIRFL-CSRm<sup>[1]</sup> 在剥离注入时束流动量散度很大, 必须对束流边注入边冷却, 使已注入的束流纵向相空间减小, 以便更多的粒子能够注入到环中。纵向随机冷却常用 Palmer 冷却和槽形滤波冷却两种方法。槽形滤波冷却适用于精细冷却, 信噪比好, 但它要求 Schottky 带在系统带通内是分离的, 因此动量分散不能太大。而 Palmer 冷却适用于动量散度大的束流, 因此对 CSRm 剥离注入纵向随机冷却我们采用 Palmer 冷却。本文从 Palmer 冷却的基本理论出发, 确定了 HIRFL-CSRm Palmer 冷却系统的参数, 并运用 Fokker-Planck 方程对冷却效果进行了模拟。

## 2 Palmer 冷却理论及优化

### 2.1 冷却方程

粒子横向偏离由 betatron 振荡、色散和闭轨畸变三部分引起, 通过选取聚焦结构使由色散引起的横向偏差  $\langle D_p(\Delta p/p) \rangle_s$  占主导地位, 忽略自由振荡偏差和闭轨畸变。这样当粒子通过微分探测器时产生一个正比于  $\langle D_p(\Delta p/p) \rangle_s$  的信号, 此信号经放大滤

波后到达冲击器, 冲击器在纵向施加电场校正粒子偏差, 从而进行动量冷却, 如图 1 所示。这种方法称 Palmer 冷却。当然这要求粒子与其对应的校正信号同时到达冲击器。

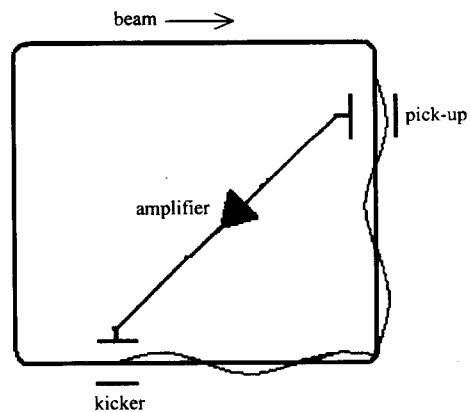


图 1 束流随机冷却示意图

选取合适的位置使冲击器处的色散为零, 根据随机冷却理论可知, 试验粒子每次经过冲击器后的校正量为

$$\Delta x = -g(\langle x \rangle_s + x_n), \quad (1)$$

$$x = \Delta p/p, \quad (2)$$

其中  $\langle x \rangle_s$  为取样粒子的水平位移平均偏差,  $D_p$  为探测器处的色散,  $x_n$  为噪声,  $g$  为系统增益。动量分

2003-08-12 收稿

\* 国家九五重大科学工程兰州重离子加速器冷却储存环项目(HIRFL-CSR)资助

1) E-mail: wujx@impcas.ac.cn

散均方偏差的冷却率为<sup>[2]</sup>

$$\frac{1}{\tau} = \frac{W}{N} \{2g[1 - \tilde{M}^{-2}] - g^2(M + U)\}, \quad (3)$$

当增益取最佳值

$$g_0 = \frac{1 - \tilde{M}^{-2}}{M + U} \quad (4)$$

时,冷却率有最大值

$$\frac{1}{\tau_{\min}} = \frac{W}{N} [(1 - \tilde{M}^{-2})^2 / (M + U)]. \quad (5)$$

可以看出,最佳增益和最小冷却时间都是动量散度的函数,随冷却进行而变化,是瞬时变化的. 其中  $U$  为噪声比<sup>[3]</sup>,  $W$  为带宽,  $M$  和  $\tilde{M}$  分别为从冲击器到探测器和从探测器到冲击器的混合系数<sup>[4]</sup>,

$$U = \frac{2kT_n}{N(qe)^2 f_0 R_p n_p \left( D_p \frac{\Delta p}{p} \right)_{\text{rms}}^2 / h^2}, \quad (6)$$

$$M^{-1} = 2WT_{kp} \eta \Delta p / p, \quad (7)$$

$$\tilde{M}^{-1} = 2(f_{\max} + f_{\min}) T_{pk} \eta \Delta p / p, \quad (8)$$

$T_n$  为电子学噪声温度,  $k$  为玻尔兹曼常数,  $R_p$  为探测器传输阻抗,  $n_p$  为探测器个数,  $h$  为探测器半径,  $q$  为粒子带电荷数,  $T_{kp}$  和  $T_{pk}$  分别为粒子从冲击器到探测器和从探测器到冲击器的渡越时间,  $\eta$  为动量压缩因子,  $f_{\max}$ ,  $f_{\min}$  为系统最大、最小频率. 从式(8)可以看出,带宽的选取受混合因子的限制,若  $\tilde{M} < 1$ ,则到达冲击器的信号和粒子毫不相关,这样不是冷却而是加热. 在实际冷却过程中可以将带宽调得稍微大一些,观测其冷却效果,因为在一个取样中的粒子不可能占整个动量宽度.

通常,用总的冷却时间<sup>[5]</sup>来评估一个冷却系统将动量散度均方值从  $x_1$  冷却到  $x_2$  的能力:

$$t_{\text{tot}} = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{\tau(x) dx}{x}. \quad (9)$$

## 2.2 冷却系统的数值模拟及优化

根据式(8)可以得到系统最大频率,根据式(4), (5)和(9)可以计算得合适带宽,最佳增益及最短冷却时间. 这里对注入能量为 10MeV/u, 粒子数为  $1.0 \times 10^6$  的  $O^{7+}$  粒子进行计算,得到图 2 最佳增益随动量分散的变化,图 3 是在冷却过程中取最佳增益时的瞬时冷却时间和增益一定时的瞬时冷却时间的比较,图 4 是混合因子  $\tilde{M}$  在冷却过程中的变化,图 5 是在冷却过程中每一时刻取最佳增益时的总的冷却时间和增益一定时的总的冷却时间的比较. 当选定探测器和冲击器在环上的位置(探测器和冲击器之

间的间距为 14.32m), 初始动量散度为 0.6% ( $\pm 2\sigma$ ) 时,由式(8)  $\tilde{M} > 1$  计算 ( $\pm 2\sigma$ ) 得系统最大频率为 260MHz,另外由冷却时间等因素反复计算得最佳带宽为 10—210MHz.

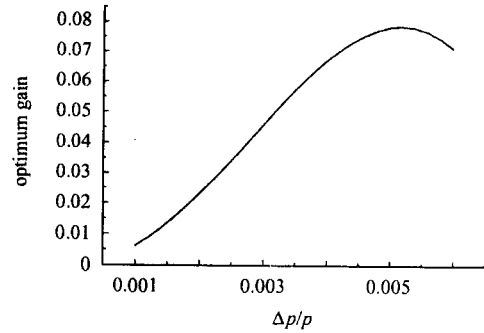


图 2 最佳增益随动量分散的变化

从图 2—4 可以看出,随着冷却的进行,动量散度减小,冷却时间增加,冷却率减小,最佳增益也减小,混合因子变大. 图 2 和图 3 中取最佳值时刚开始的异常情况(增益下翻和冷却时间上翘)是由于混合因子造成的. 由于最佳增益是瞬时变化的,在实际冷却过程中固定增益可以简化冷却系统. 这就存在增益的选取问题. 若增益过大,刚开始冷却速度快,但是冷却到一定程度时,不再冷却而起加热作用;增益过小,最终冷却程度好,但冷却速度慢,冷却时间长. 实际情况都是要求在一定时间内将束流冷却到一定要求,因此增益不能太小. 对 CSRm 剥离注入要求将束流在 1s 内从动量分散为 0.6% 冷却到 0.1%,经过计算得增益取 0.01186 时,不但能保证在整个冷却过程中对束流不加热,而且所需要的总的冷却时间最小为 0.7789s,因此可以达到要求. 取这一增益时,冷却时间随冷却进行的变化如图 3. 可以看出,当冷却到一定值时,冷却时间等于最佳冷却时间,大于或小于这一值,冷却时间都增

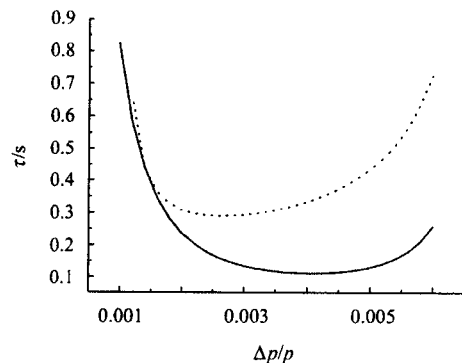


图 3 最佳冷却时间随动量散度的变化(实线)和增益一定时 ( $g = 0.01186$ ) 冷却时间随动量散度变化(虚线)

加. 如果在每一时刻都保持取最佳增益, 计算得总的冷却时间为 0.49100s(如图 5). 计算时所用参数有, 回旋频率( $f_0 = 0.2704\text{MHz}$ ), 束流速度( $\beta = v/c = 0.369$ ), 探测器半孔径高度为 44mm, 探测器耦合阻抗  $Z_p = 100\Omega$ ,  $\eta = 0.947$ , 噪声温度  $T_n = 50\text{K}$ , 探测器个数为 100, 探测器处色散  $D_p = 3.6\text{m}$ .

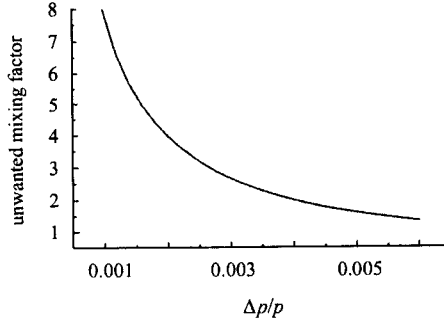


图 4 混合因子  $\tilde{M}$  随动量分散的变化

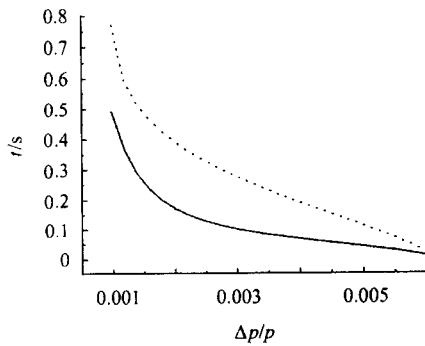


图 5 每一时刻取最佳增益时总的冷却时间随动量散度的变化(实线)和增益一定时( $g = 0.01186$ )总的冷却时间随动量散度变化(虚线)

### 3 Fokker-Plank 方程

#### 3.1 Fokker-Plank 方程的表达式

在实际中, 常用剖面探测器来探测粒子横向位移分布或纵向动量分布以观察束流品质, 因此如果能通过数值模拟得到束流在冷却过程中的分布是有实际意义的. 束流动量分散分布函数常用 Fokker-Plank<sup>[3]</sup> 方程来描述:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(F\psi) - \frac{\partial}{\partial x}\left(D \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) = 0, \quad (10)$$

$$F = f_0 \langle \Delta x \rangle_t, \quad (11)$$

$$D = \frac{f_0}{2} \langle (\Delta x)^2 \rangle_t, \quad (12)$$

其中  $\psi$  是粒子随偏差  $x$  和时间  $t$  的分布函数;  $D$  由

电子学噪声和束流噪声两部分组成, 如果忽略从探测器到冲击器的混合及 Schottky 噪声(与热噪声相比很小), 由式(1)可以得到

$$F = -g \frac{2W}{N} x, \quad (13)$$

$$D = \frac{f_0}{2} g^2 x_n^2 = \frac{f_0}{2} g^2 \cdot kT_n W. \quad (14)$$

#### 3.2 计算方法

用有限元微分法可以对方程(10)进行数值计算<sup>[6]</sup>. 定义粒子通量

$$\phi = F\psi - D \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (15)$$

将冷却过程中分离的时刻点定义为  $t_i$ , 时间微分为

$$\Delta t = t_{i+1} - t_i, \quad (16)$$

将连续变量  $x$  ( $-0.05 \sim 0.05$ ) 分为  $M + 1$  个间断点, 表示为  $x_m$  ( $m = 0, \dots, M$ ), 两网格的中间值为

$$x_{m+1/2} = (x_{m+1} + x_m)/2, \quad (17)$$

其微分为

$$\Delta x_{m+1/2} = x_{m+1} - x_m, \quad (18)$$

$$\Delta x_m = (x_{m+1} - x_{m-1})/2. \quad (19)$$

对依赖于时间变量的函数  $\psi(t)$ , 定义

$$\psi_m^n = \psi(x_m, t_n), \quad (20)$$

$$\psi_m^{n+1/2} = (\psi_m^n + \psi_m^{n+1})/2, \quad (21)$$

同样的定义适用于  $\phi$ . 这样式(10)可以写成微分形式为

$$\frac{\phi_m^{n+1} - \phi_m^n}{\Delta t} = \frac{\phi_{m+1/2}^{n+1} - \phi_{m-1/2}^{n+1}}{\Delta x_m}, \quad (22)$$

对通量  $\phi$  有边界条件

$$\phi_{M+1}^{n+1} = \phi_{-1/2}^{n+1} = 0. \quad (23)$$

#### 3.3 Fokker-Plank 方程的数值计算模拟结果

图 6 是根据式(13), (14)和(22), 在增益一定(0.01186)时最初 0.5s 内的冷却模拟, 这里取  $\Delta x = 0.0005$ ,  $\Delta t = 0.001$ , 初始分布为高斯分布. 由图可

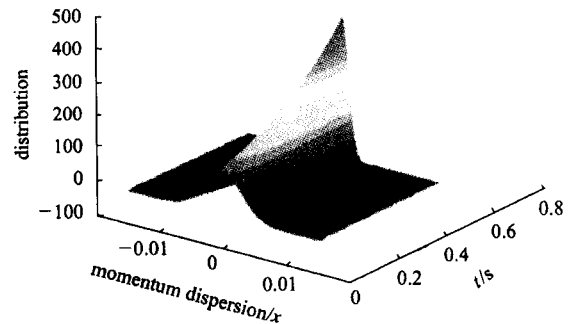


图 6 束流动量散度分布在冷却过程中的变化

见,束流动量散度分布在冷却过程中连续变化,在 0.5s 内大约将束流动量散度冷却到初值的 1/5,达到了很好的冷却效果.

从上面的讨论和数值计算可以知道,Palmer 冷

却对 HIRFL-CSRm 剥离注入纵向相空间的减小可以起到很好的冷却效果,冷却时间也达到要求. 这为即将要做的冷却系统的设计建造和实验数据分析有重要意义.

### 参考文献 (References)

- 1 XIA J W, ZHAN W L, WEI B W et al. Nucl. Instrum. Methods, 2002, **A488**:11
- 2 Mohl D. CERN Report, 1995, **95-06**:587
- 3 Marriner John. Theory, Technology and Technique of Stochastic Cooling. FERMILAB-Conf-93/308
- 4 Mohl D. Nucl. Instrum. Methods, 1997, **A391**:164
- 5 Goldberg D A, Lambertson G R. COPING WITH POWER-LIMITED TRANSVERSE STOCHASTIC COOLING SYSTEMS. Prepared for IEEE Particle Accelerator Conference, Chicago, IL, 20—23 Mar. 1989. In Chicago 1989, Accelerator Science and Technology, **1**: 642—644
- 6 Brain T Park, Petrosian V. Fokker-Planck Equations of Stochastic Acceleration: A Study of Numerical Methods. ApJS, 1996, **103**:255

## Stochastic Momentum Cooling——Palmer Cooling at HIRFL-CSRm\*

WU Jun-Xia<sup>1,2;1)</sup> XIA Jia-Wen<sup>1</sup> YANG Jian-Cheng<sup>1,2</sup> LIU Wei<sup>1,2</sup> YIN Xue-Jun<sup>1</sup> LIU Yong<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(Institute of Modern Physics, The Chinese Academy Sciences, Lanzhou 730000, China)

<sup>2</sup>(The Graduate School of the Chinese Academy Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract** The Palmer cooling is always used for large dispersion momentum cooling in storage ring. So it will be used during the stripping injection of HIRFL-CSRm. Here the Palmer cooling is described. The optimum cooling time, optimum gain and optimum cooling bandwidth are obtained in the simulation with Palmer method. Using the Fokker-Planck equation, the particle distribution with respect to the momentum dispersion is also obtained numerically during the stochastic cooling process. This is useful for analysis of experimental data and for design of the cooling system, i. e., optimization of the system passband and gain, specification of accuracy of the signal transmission, etc.

**Key words** Palmer cooling, Fokker-Planck equation, cooling time

Received 12 August 2003

\* Supported by HIRFL-CSR Project, Lanzhou, China

1) E-mail: wujx@impcas.ac.cn