

从强子动力学模型看高温条件下 核物质的新相*

金猛 陈继胜 李家荣

(华中师范大学粒子物理研究所 武汉 430079)

摘要 从 QHD-II 模型的拉氏量出发,在有限温度场论的框架下,引入核子有效质量和有效化学势,给出了热力学势的平均场结果,分析了状态方程,发现在高温区核物质存在一个新的相变,最后给出了相图.

关键词 QHD 模型 平均场理论 核物质

1 引言

强作用物质的相结构是当前物理学家们最关心的物理问题之一,一般认为随着温度和密度的升高会发生从强子相到夸克胶子等离子体相(QGP)的相变.此外,在强子层次上的物质也有相结构.有许多作者致力于这方面的工作,并且都发现强子物质在低温区($< 50\text{MeV}$)存在一液-液相变^[1-5].过去这种讨论的物理背景主要基于中子星等冷密物质的研究,现在随着实验条件的改进,有能力得到高温高密环境.因此,我们有条件问:在新的能量标度下,强子物质一方面可能会发生退禁闭相变到 QGP 相;另一方面,在强子自由度层次,强子物质的相结构会有什么新的变化?如何将强子物质的相变研究推广到高温情形,是目前受到关注的重要问题.

最近,已有一些文章进行了这方面的讨论.文献[6]首次发现量子强子动力学模型 I (QHD-I) 的自洽条件存在多个解,并在高温区给出了一个极为类似范德瓦尔斯一级相变的相图. A. Kostyuk 等人利用维里系数展开的方法研究了热 π 物质^[7],也发现了高温区(120MeV 左右)存在一个一级相变.文献[8]研究了热核物质的量子真空,发现在高温区核子有效质量随粒子数密度下降的曲线与低温区明显不同,预示着在高温区核物质的行为将与低温区有本质上的差别.

本文从 QHD-II 模型出发,利用平均场近似,在有限温度场论的框架下,通过求系统的配分函数和物态方程,也发现了核物质在高温区存在一个新相.

2001-07-18 收稿

* 国家自然科学基金(19775017,10005002)资助

2 强子动力学模型的状态方程

QHD-II 模型的拉格朗日密度如下(采用闵氏度规)^[9]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} \left[\gamma_\mu \left(i \partial^\mu - g_v V^\mu - \frac{1}{2} g_\rho \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu \right) - (M - g_s \phi + i g_\pi \gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}) \right] \psi + \\ & \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_s^2 \phi^2) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_v^2 V_\mu V^\mu + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\pi} \partial^\mu \boldsymbol{\pi} - m_\pi^2 \boldsymbol{\pi}^2) - \\ & \frac{1}{4} \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu + \frac{1}{2} g_{\pi\pi} m_\pi \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\pi} \phi + g_\rho (\partial^\mu \boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\pi}) \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu + \\ & \frac{1}{2} g_\rho^2 (\boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\rho}_\mu) \cdot (\boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\rho}^\mu) + \delta \mathcal{L} \end{aligned}$$

其中 $\delta \mathcal{L}$ 为重整化抵消项,

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu, \quad \boldsymbol{\rho}_{\mu\nu} = \partial_\mu \boldsymbol{\rho}_\nu - \partial_\nu \boldsymbol{\rho}_\mu - g_\rho (\boldsymbol{\rho}_\mu \times \boldsymbol{\rho}_\nu)$$

$\{\phi, V_\mu, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\rho}_\mu\}$ 分别为 $\{\sigma, \omega, \pi, \rho\}$ 介子的场, $\psi, \bar{\psi}$ 为核子(N)场, 将拉氏量分别对 $\{\phi, V_\mu, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\rho}_\mu\}$ 求变分, 可得到各介子场的场方程:

$$\begin{aligned} (\partial_\mu \partial^\mu + m_s^2) \phi &= g_s \bar{\psi} \psi, & \partial_\mu F^{\mu\nu} + m_v^2 V^\nu &= g_v \bar{\psi} \gamma^\nu \psi, \\ (\partial_\mu \partial^\mu + m_\pi^2) \boldsymbol{\pi} &= -i g_\pi \boldsymbol{\tau} \bar{\psi} \gamma_5 \psi, & \partial_\mu \boldsymbol{\rho}^{\mu\nu} + m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}^\nu + g_\rho \partial_\mu \boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\pi} &= \frac{1}{2} g_\rho \boldsymbol{\tau} \bar{\psi} \gamma^\nu \psi, \\ \left[\gamma_\mu (i \partial^\mu - g_v V^\mu - \frac{1}{2} g_\rho \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu) - (M - g_s \phi + i g_\pi \gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}) \right] \psi &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

其中已将 $\boldsymbol{\pi}$ 场线性化^[10], 上面最后一个方程即为狄拉克方程. 很明显这是一组非线性的耦合方程, 用普通方法很难求解, 一般采用平均场方法. 即将介子场算符用其经典量代替, 而核子场算符保持不变^[11].

在平均场近似下

$$\langle \phi \rangle \rightarrow \phi_0, \quad \langle V_\mu \rangle \rightarrow \delta_{\mu 0} V_0,$$

又考虑到在空间绕 $Z=3$ 轴的转动不变性, 以及核物质的基态为宇称的本征态, 有

$$\langle \boldsymbol{\pi} \rangle \rightarrow \mathbf{0}, \quad \langle \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu \rangle \rightarrow \tau_3 \delta_{\mu 0} \rho_0,$$

用介子的经典场代替其量子算符后, 与 $\boldsymbol{\pi}$ 场线性化后相自洽的平均场拉格朗日密度和场方程分别为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{MFT}} = & \bar{\psi} \left[\gamma^\mu \left(i \partial_\mu - g_v \delta_{\mu 0} V_0 - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \delta_{\mu 0} \rho_0 \right) - M^* \right] \psi - \\ & \frac{1}{2} m_s^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} m_v^2 V_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 - \frac{1}{2} m_\pi^2 \langle \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\pi} \rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\phi_0 = \frac{g_s}{m_s} \langle \bar{\psi} \psi \rangle, \quad V_0 = \frac{g_v}{m_v} \langle \psi^\dagger \psi \rangle, \quad \rho_0 = \frac{g_\rho}{2m_\rho} \langle \psi^\dagger \psi \rangle. \quad (4)$$

其中

$$M^* = M - g_s \phi_0 \quad (5)$$

为核子的有效质量, $\langle \dots \rangle$ 表示求热力学平均值. $\langle \psi^\dagger \psi \rangle$ 和 $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ 的具体计算结果将在下面的(17)式给出, 它们分别为核子净重子数密度和标量密度.

在有限温度场论的框架下,考虑巨正则系综的配分函数

$$Z = \text{Tr} e^{-\beta(\hat{H}-\mu\hat{N})}, \quad (6)$$

其中 \hat{H} 为系统的哈密顿算符, \hat{N} 为粒子数算符, μ 为核子的重子数化学势, $\beta = \frac{1}{T}$ 为温度的倒数(已取了自然单位制 $\hbar = c = k_B = 1$).

利用路径积分表示,可将配分函数的表达式写成泛函形式^[12]

$$Z = \int [d\bar{\psi}][d\psi] \exp\left[-\int_0^\beta d\tau \int d^3x (\mathcal{L}_{\text{MFT}}^E - \mu\bar{\psi}\gamma_4\psi)\right], \quad (7)$$

其中 $\mathcal{L}_{\text{MFT}}^E$ 为平均场拉氏量(3)的欧氏形式. 若把 $\mathcal{L}_{\text{MFT}}^E$ 中含有 $\bar{\psi}\gamma_4\psi$ 的项和(7)式中的 $\mu\bar{\psi}\gamma_4\psi$ 组合在一起,并令有效化学势

$$\mu^* = \mu - g_s V_0 - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \rho_0, \quad (8)$$

则泛函积分的指数部分可写成简单的二次型形式

$$Z = \int [d\bar{\psi}][d\psi] \exp\left\{-\int_0^\beta d\tau \int d^3x \left[\bar{\psi}(\gamma_\mu \partial_\mu + M^*)\psi - \mu^* \bar{\psi}\gamma_4\psi - \frac{1}{2} m_s^2 \phi_0^2 + \frac{1}{2} m_v^2 V_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 - \frac{1}{2} m_\pi^2 \langle \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\pi} \rangle\right]\right\}. \quad (9)$$

对于与核子场无关的项直接移出积分号外,与核子场有关的部分(定义为 Z_0)可利用高斯泛函积分公式积出,按虚时温度场论的标准手续可得:

$$T \ln Z_0 = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3k \left\{ \omega^* + T \ln(1 + e^{-\beta(\omega^* - \mu^*)}) + T \ln(1 + e^{-\beta(\omega^* + \mu^*)}) \right\}. \quad (10)$$

这样就将配分函数求出. 由此,得到系统的热力学势

$$\Omega = -T \ln Z = \frac{1}{2} m_s^2 \phi_0^2 - \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 - \frac{1}{2} m_v^2 V_0^2 + \frac{1}{2} m_\pi^2 \rho_\pi - \frac{\gamma}{3(2\pi)^3} \int d^3k \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} (n_F + \bar{n}_F), \quad (11)$$

其中

$$n_F = \frac{1}{e^{\beta(\sqrt{k^2 + M^{*2}} - \mu^*)} + 1}, \quad \bar{n}_F = \frac{1}{e^{\beta(\sqrt{k^2 + M^{*2}} + \mu^*)} + 1}, \quad (12)$$

其中有效化学势 μ^* , 有效质量 M^* 已在前面定义, γ 为核子的简并度(这里取 $\gamma = 4$). 上式的最后一项由(10)式经过数学变形得到,(10)式第一项积分与温度无关,存在紫外发散,可通过引入适当的抵消项,施行重整化手续去掉. 这里只考虑热力学效应,且忽略狄拉克海的贡献,在(10)式中只取与温度和化学势相关的部分. 得到热力学势后,其他的热力学量(如压强和能量密度等)都可根据一般的热力学关系得到.

到此,还剩下包含在有效质量和有效化学势中的经典场量没有确定. 按(4)式,为了求得经典场,将有效核子场在旋量空间中按正能负能解作一般的展开:

$$\begin{aligned} \psi(x) &= \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} [u_{\mathbf{k}} A_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}x) + v_{\mathbf{k}} B_{\mathbf{k}}^\dagger \exp(-i\mathbf{k}x)], \\ \psi^\dagger(x) &= \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} [u_{\mathbf{k}}^\dagger A_{\mathbf{k}}^\dagger \exp(-i\mathbf{k}x) + v_{\mathbf{k}}^\dagger B_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}x)]. \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $A_{\lambda}, B_{\lambda}; A_{\lambda}^{\dagger}, B_{\lambda}^{\dagger}$ 分别为湮没算子和产生算子, 满足等时反对易关系:

$$\{A_{\lambda}, A_{\lambda'}^{\dagger}\} = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\lambda\lambda'} \quad \{B_{\lambda}, B_{\lambda'}^{\dagger}\} = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (14)$$

其它所有反对易关系都为 0 (λ 表示自旋和同位旋量子数). u_{λ}, v_{λ} 为正反粒子的狄拉克旋量, $u_{\lambda}^{\dagger}, v_{\lambda}^{\dagger}$ 为其厄米共轭, 由狄拉克方程得到

$$\begin{aligned} \bar{u}_{\lambda} u_{\lambda'} &= \frac{M^*}{(k^2 + M^{*2})^{\frac{1}{2}}} u_{\lambda}^{\dagger} u_{\lambda'}, \\ \bar{v}_{\lambda} v_{\lambda'} &= -\frac{M^*}{(k^2 + M^{*2})^{\frac{1}{2}}} v_{\lambda}^{\dagger} v_{\lambda'}. \end{aligned} \quad (15)$$

我们取归一化条件为

$$u_{\lambda}^{\dagger} u_{\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'} \quad v_{\lambda}^{\dagger} v_{\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (16)$$

将(13)式代入(4)式, 经过简单的计算, 即可得到 $\langle \psi^{\dagger} \psi \rangle$ 和 $\langle \psi \psi \rangle$ 的表达式

$$\begin{aligned} \rho_B &= \langle \psi^{\dagger} \psi \rangle = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3 k (n_F - \bar{n}_F), \\ \rho_s &= \langle \psi \psi \rangle = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3 k \frac{M^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} (n_F + \bar{n}_F), \end{aligned} \quad (17)$$

这里已通过正规化略去了零点能的贡献. 对于 $\langle \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\pi} \rangle$ 类似可得

$$\rho_{\pi} = \langle \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\pi} \rangle = \frac{3}{(2\pi)^3} \int d^3 k \frac{1}{\sqrt{k^2 + m_{\pi}^2}} n_{\pi}, \quad (18)$$

其中因子 3 为对 π 介子同位旋求和的结果, 并且有

$$n_{\pi} = \frac{1}{e^{\beta \sqrt{k^2 + m_{\pi}^2}} - 1}. \quad (19)$$

到这里, 方程(4), (5), (8) 构成一组关于确定 M^* 和 μ^* 的闭合的自洽方程, 用文献[13]中的方法进行求解, 在给定的 (T, μ^*) 下, 核子的有效质量可按(5)式自洽求解, 经典场量也相应地可以确定. 由(8)式就可确定实际的化学势 μ . 进而由(11)式给出的热力学势, 讨论有关的热力学性质. 在下面我们将特别用来分析强子物质的物态方程 (P, ρ, T 的关系) 在高温区的特征.

3 结果与讨论

在前面讨论的基础上, 我们分析系统的状态方程. 计算中, 参考文献[10]选取如下参数:

$$\begin{aligned} m_n &= 550 \text{ MeV}, & m_p &= 783 \text{ MeV} \\ m_{\pi} &= 138 \text{ MeV}, & m_{\rho} &= 770 \text{ MeV}, \\ M &= 939 \text{ MeV}, & g_{\pi} &= 7.7 \\ g_n^2 \left(\frac{M^2}{m_n^2} \right) &= 341.74, & g_p^2 \left(\frac{M^2}{m_p^2} \right) &= 259.7, & g_{\rho}^2 \left(\frac{M^2}{m_{\rho}^2} \right) &= 54.71. \end{aligned}$$

首先, 利用(11)式给出了热力学势 (Ω) 对有效质量 (M^*) 的变化曲线 (如图 1).

图 1 给出了 $\mu = 20\text{MeV}$, T 分别为 184MeV , 185MeV , 186MeV , 187MeV , 187.5MeV , 188MeV 时的变化曲线. 由图可以看出: 对于给定的化学势 ($\mu = 20\text{MeV}$), 当 T 小于某一值 (185MeV) 时, 热力学势只有右边一个极小值点. 该点对应的核子有效质量接近其物理质量 (939MeV). 这时系统处于低密相 (见关于图 2 的分析). 当 T 大于某一值 (188MeV) 时, 热力学势也只有一个极小值点 (在左边), 系统处于另一个单一相, 相应的核子有效质量明显降低, 这一相为高温高密相. 而当温度 T 处于 184MeV — 188MeV 之间时, 热力学势出现一个极小值, 一个相对极小值和它们在之间的一个极大值, 对应于有效质量自洽方程的 3 个不同解⁶, 而且最低的极小值会随温度的升高由右边变换到左边, 这表明系统在从一相转变到另一相. 在这一温度区间内, 系统处于两相共存的混合相.

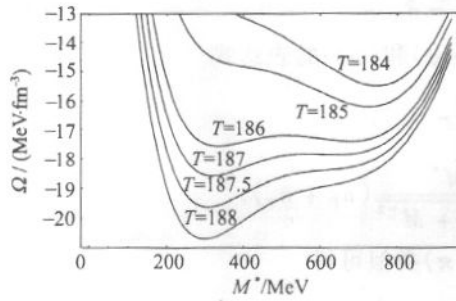


图 1 热力学势对有效质量在不同温度下的变化曲线

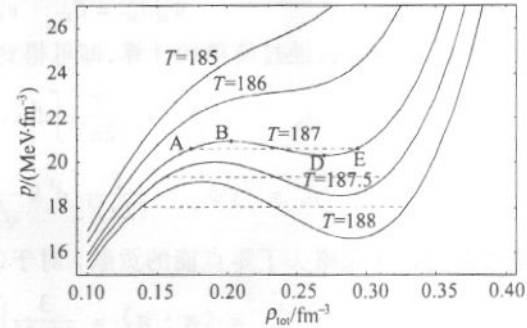


图 2 压强对总重子数密度在不同温度下的变化曲线

为了更清楚地看到以上相变过程, 采用分析相结构的标准方法, 即利用热力学势计算压强 P , 给出状态方程, 再分析这一高温区相应的物态变化 (相变). 图 2 给出了在不同温度下压强 P 对总重子数密度 ρ_{tot} 的曲线.

定义总重子数密度为

$$\rho_{\text{tot}} = \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int d^3 p (n_F + n_{\bar{F}}). \quad (20)$$

我们给出 $T = 185\text{MeV}$, 186MeV , 187MeV , 187.5MeV , 188MeV 的等温线. 以 $T = 187\text{MeV}$ 的等温线为例可看出, A, E 两点对应于同一压强和同一化学势, 即虚线 AE 为相应温度下的麦克斯韦线. $\rho_{\text{tot}} < \rho_A$ 表示低密相, $\rho_{\text{tot}} > \rho_E$ 表示高密相. 相变沿麦克斯韦线由一相转变到另一相. 我们用标准方法给出了 3 个不同温度对应的麦克斯韦线 (图中虚线所示), 从上到下对应的真实化学势分别为 146.1MeV , 99.6MeV , 0MeV , 相对于早已熟知的低温 ($T < 50\text{MeV}$) 高密区 (真实化学势大于 900MeV) 的一级相变而言, 这一相变可以说是发生在高温低密区. 又因为相变发生的温度区域很窄, 因此该相变为一弱的一级相变.

从相图上可以看出, 随着温度的升高, 两相共存区会消失变到单一的高密相. 注意到此处考虑的物理模型中不包含夸克自由度, 因此该相变为从高密强子物质到更高密强子物质的相变.

从 QHD-I 出发, 我们曾证实在高温区核物质存在一个新的相变⁶. 现在我们从 QHD-II 再次证实了这一结论. 当然, 现在仍只能说这是一个模型相关的结果. 只有在更

多的模型证实后,才能作出理论上的结论.特别是相变温度更是模型相关的.在这里重要的并不是其具体数值,而是其所提示的可能新物理.

参考文献 (References)

- 1 Serot B D. Rep. Prog. Phys., 1992, **55**:1855—1946
- 2 SU R K, QIAN Z X. Phys. Rev., 1992, **C46**:1528—1534
- 3 QIAN Z X, SONG H Q, SU R K. Phys. Rev., 1993, **C48**:154—158
- 4 SU R K, LONG T, ZHANG Y J. Phys. Rev., 1995, **C51**:1265—1273
- 5 Furnstahl R J, Serot B D. Phys. Rev., 1990, **C41**:262—279
- 6 ZHANG B W, HOU D F, LI J R. Phys. Rev., 2000, **C61**:051302
- 7 Kostyuk A, Gorenstein M, Stocker H et al. Phys. Lett., 2001, **B50**:273—275
- 8 Mishra A, Panda P K, Greiner W. J. Phys., 2001, **G27**:1561—1576
- 9 Serot J D. Phys. Lett., 1979, **B86**:146—149
- 10 Kapusta J I. Phys. Rev., 1981, **C23**:1648—1655
- 11 Walecka J D. Ann. Phys., 1974, **83**:491—528
- 12 LI Jia-Rong. Introduction To Quark Matter Theory. Hunan: Hunan Education Publisher, 1989. 63—78 (in Chinese)
(李家荣. 夸克物质导论, 湖南: 湖南教育出版社, 1989. 63—78)
- 13 Walecka J D. Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics (Oxford. Univ. Press), 1995

A New Phase of Nuclear Matter under the Condition of High Temperature in QHD Model

JIN Meng CHEN Ji-Sheng LI Jia-Rong

(Institute of Particle Physics, Central China Normal University, Wuhan 430079, China)

Abstract Form the Lagrangian of QHD- II, the thermodynamic potential is given in the formalism of finite temperature field theory through introducing the effective nucleon mass and effective chemical potential. We analyse the equations of state and find there is a new phase transition in the region of high temperature for the nuclear matter. At last, we give the phase transition diagram.

Key words QHD model, mean field theory, nuclear matter

Received 18 July 2001

* Supported by NSFC(19775017, 10005002)