第26卷 第4期
2002年4月

高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol.26, No.4
Apr., 2002

类矢标准模型中规范相互作用与引力的统一*

刘耀阳[1,2] 孙腊珍[1] 张元仲[3,2] 江向东[4]

1(中国科学技术大学近代物理系 合肥 230026)
2(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)
3(中国高等科学技术中心 北京 100080)
4(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 提出在无轻子的超对称类矢标准模型中,在规范作用双圈修正和引力单圈弦修正下,研究规范耦合和引力之间的统一问题. 结果表明,需要两个中间质量标度. 其中低质量标度在未来实验室可到达的范围内,高的质量标度约为10^{16}GeV.

关键词 规范相互作用 引力 超对称 弦理论 统一

1 引言

标准模型首次实现了电磁作用和弱作用的统一[1]. 于是人们自然在想,强作用也应加入这个统一的行列. 然而,大统一模型对$\sin^2\theta_W(M_Z)$的理论预言与实验不能符合[2]. 大统一的超对称扩充理论改进了$\sin^2\theta_W(M_Z)$的理论预言[3],这大大增加了人们对该模型的兴趣. 超对称大统一模型的统一能量在$M\approx2\times10^{16}$GeV,这比朴素的大统一模型的统一能量$M=1.1\times10^{15}$GeV高约一个量级,但比普朗克质量只小两个量级,这使得人们推测引力也许能统一在一起. 弦理论包括了引力作用,同时杂化弦的研究表明,它支持低能有效标准模型理论[4],因此,基于弦理论的完备理论获得人们广泛的关注[5],希望以此来消除上述差异. 人们已作过各种尝试,譬如单圈弦修正效应可使引力的统一能量从普朗克质量降到$M\approx5\times10^{17}$GeV,且据称是与模型无关的[6]. 但这仍与超对称大统一有一个量级的偏差. 因此,提出了各种模型包括不同的规范群,不同的中间能标等等试图加以解决[5]. 虽然没有一种方案被广泛接受,但普遍认为朴素的大统一理论必然被新的统一理论所替代. 我们的想法:标准模型是一个很好的低能理论,它的潜力似乎并没有完全耗尽. 在规范群$SU_C(3)\otimes SU_L(2)\otimes U_Y(1)$内对标准模型有两种扩充的可能,一种是类矢扩充,一种

2001-05-08 收稿
* 国家自然科学基金资助

319—324

是消去轻子态．这些方面，我们已做了一些工作[7]，这些工作表明该理论是非渐近自由的，因此原则上允许建立起一个复合轻子理论，但在此不打算作进一步的讨论．我们要讨论的是一个无轻子超对称类矢标准模型，包括有三代夸克和它们的伴随粒子以及它的镜像粒子，规范玻色子和它们的伴随粒子．耦合常数的演化由规范群以及物质场和规范场的质量谱结构所决定．与通常情况一样，取夸克和规范玻色子以及它的伴随粒子都是无质量的，将物质场镜像态的质量通过要求规范耦合和引力之间的统一来确定．这意味着不讨论质量起源问题．同时在把规范耦合常数的初值取为Z粒子质量处的实验值的假定下，讨论规范耦合和引力之间的统一．这就是说 $U_Y(1)$ 的仿射水平(affine level)由实验来定．在这里还不能由弦理论导出这个理论，但希望有一天能够做到，譬如类矢夸克存在于 E_6 大统一模型的低能区域[8]．计算表明，在无微调的要求下，质量分布几乎惟一地由两个中间质量标度确定．

2 模型

考虑 $SU_C(3)\otimes SU_L(2)\otimes U_Y(1)$ 规范群超对称理论．该理论除了有三代夸克、规范玻色子以及它们的伴随粒子外，还有夸克和伴随夸克的镜像态．然而与最小超对称模型相比较，该模型无轻子及其伴随粒子．详细地，有三代手征和反手征二重态超对称多重态，三代手征和反手征单态超对称多重态，3个规范矢量超对称多重态．同样，假设通常粒子是无质量的，而镜像粒子的质量不予设定．在超对称理论中质量的来源是一个复杂的问题，本文对此问题不作讨论．我们的目的是研究能开发出多少规范群 $SU_C(3)\otimes SU_L(2)\otimes U_Y(1)$ 的潜能．在以上假设下，写出演化方程[9,10]．

不失普遍性，引入两个质量标度 M_1 和 M_2，并且 $M_1\leq M_2$，

$$\mu\frac{\mathrm{d}\alpha_i}{\mathrm{d}\mu}=\frac{1}{2\pi}a_i\alpha_i+\frac{1}{8\pi^2}\sum_j a_{ij}\alpha_i^2\alpha_j,\quad i,j=1,2,3,\quad M_Z\leq\mu\leq M_1,\tag{1}$$

$$\mu\frac{\mathrm{d}\alpha_i}{\mathrm{d}\mu}=\frac{1}{2\pi}b_i\alpha_i+\frac{1}{8\pi^2}\sum_j b_{ij}\alpha_i^2\alpha_j,\quad i,j=1,2,3,\quad M_1\leq\mu\leq M_2,$$

$$\mu\frac{\mathrm{d}\alpha_i}{\mathrm{d}\mu}=\frac{1}{2\pi}c_i\alpha_i+\frac{1}{8\pi^2}\sum_j c_{ij}\alpha_i^2\alpha_j,\quad i,j=1,2,3,\quad M_2\leq\mu\leq P.$$

初始条件是

$$\frac{1}{\alpha_1\left(\frac{M_Z}{M_P}\right)}=\frac{\cos^2\theta_W(M_Z)}{\alpha_{em}\left(\frac{M_Z}{M_P}\right)},\quad\frac{1}{\alpha_2\left(\frac{M_Z}{M_P}\right)}\quad\frac{\sin^2\theta_W(M_Z)}{\alpha_{em}\left(\frac{M_Z}{M_P}\right)},\quad P=5\times10^{17}\mathrm{GeV}^{[6]}$$

$$\frac{1}{\alpha_{em}\left(\frac{M_Z}{M_P}\right)}=129,\quad\sin^2\theta_W(M_Z)=0.23142,\quad\frac{1}{\alpha_3\left(\frac{M_Z}{M_P}\right)}=\frac{1}{0.119},$$

其中 P 是弦理论的单圈修正给出的统一能量．符号 $i(j)=1,2,3$ 意味着 $U_Y(1)$，$SU_L(2)$ 和 $SU_C(3)$．对所考虑的模型，a_i，c_i，a_{ij}，c_{ij} 有确定的值：

$$a_i=(13/2,-1/2,-3),\quad c_i=(12,4,3),$$

$$a_{ij} = \begin{pmatrix} 155/18 & 9/2 & 88/3 \\ 3/2 & 29/2 & 24 \\ 11/3 & 9 & 14 \end{pmatrix}, \quad c_{ij} = \begin{pmatrix} 146/9 & 6 & 176/3 \\ 2 & 46 & 48 \\ 22/3 & 18 & 82 \end{pmatrix}.$$

然而,b_i,b_{ij}的值依赖于镜像态的分布,相信仅通过取单圈近似来要求规范作用和引力之间的统一,就能很简单地确定 b_i,b_{ij},双圈效应不会对强子的质量谱产生质的改变.通过这种方式,很容易得到方程(1)—(3)的解. 以上的方案表示不预设 $U_Y(1)$的仿射水平,而让它由实验来确定.

在单圈近似下,(1)—(3)的解是

$$\frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{\mu}{M_P}\right)} = \frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{M^{(1)}}{M_P}\right)} + \frac{a_i}{2\pi}\left(\ln\frac{M^{(1)}}{M_P} - \ln\frac{\mu}{M_P}\right), \quad M_Z \le \mu \le M^{(1)},$$

$$\frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{\mu}{M_P}\right)} = \frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{N^{(1)}}{M_P}\right)} + \frac{b_i}{2\pi}\left(\ln\frac{N^{(1)}}{M_P} - \ln\frac{\mu}{M_P}\right), \quad M_1 \le \mu \le M_2^{(1)},$$

$$\frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{\mu}{M_P}\right)} = \frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{P^{(1)}}{M_P}\right)} + \frac{c_i}{2\pi}\left(\ln\frac{P^{(1)}}{M_P} - \ln\frac{\mu}{M_P}\right), \quad M_2 \le \mu \le P^{(1)}.$$

这里上角标"(1)"表示单圈近似. $M^{(1)}$,$N^{(1)}$,$P^{(1)}$表示 3 个焦点的质量.

$$\alpha_2^{(1)}\left(\frac{M^{(1)}}{M_P}\right) = \alpha_3^{(1)}\left(\frac{M^{(1)}}{M_P}\right) = \alpha^{(1)}\left(\frac{M^{(1)}}{M_P}\right), \tag{9}$$

$$\alpha_2^{(1)}\left(\frac{N^{(1)}}{M_P}\right) = \alpha_3^{(1)}\left(\frac{N^{(1)}}{M_P}\right) = \alpha^{(1)}\left(\frac{N^{(1)}}{M_P}\right), \tag{10}$$

$$\alpha_2^{(1)}\left(\frac{P^{(1)}}{M_P}\right) = \alpha_3^{(1)}\left(\frac{P^{(1)}}{M_P}\right) = \alpha^{(1)}\left(\frac{P^{(1)}}{M_P}\right). \tag{11}$$

方程(7)—(9)满足连续性关系

$$\frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{M^{(1)}}{M_P}\right)} + \frac{a_i}{2\pi}\left(\ln\frac{M^{(1)}}{M_P} - \ln\frac{M_1}{M_P}\right) = \frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{N^{(1)}}{M_P}\right)} + \frac{b_i}{2\pi}\left(\ln\frac{N^{(1)}}{M_P} - \ln\frac{M_1}{M_P}\right),$$

$$\frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{N^{(1)}}{M_P}\right)} + \frac{b_i}{2\pi}\left(\ln\frac{N^{(1)}}{M_P} - \ln\frac{M_2^{(1)}}{M_P}\right) = \frac{1}{\alpha_i^{(1)}\left(\frac{P^{(1)}}{M_P}\right)} + \frac{c_i}{2\pi}\left(\ln\frac{P^{(1)}}{M_P} - \ln\frac{M_2^{(1)}}{M_P}\right).$$

从这些式中消去 $\ln(N^{(1)}/M_P)$,得到

$$\frac{1}{\alpha^{(1)}\left(\frac{P^{(1)}}{M_P}\right)} - \frac{c_2 a_3 - c_3 b_2}{2\pi(b_2 - b_3 - c_2 + c_3)}\ln\frac{P^{(1)}}{M_P} = \frac{1}{\alpha^{(1)}\left(\frac{M^{(1)}}{M_P}\right)} -$$
$$\frac{1}{2\pi}\left[\frac{b_2 a_3 - b_3 a_2}{a_2 - a_3 - b_2 + b_3} - \frac{a_2 - a_3}{b_2 - b_3}\left(\frac{b_2 a_3 - b_3 a_2}{a_2 - a_3 - b_2 + b_3} - \frac{c_2 b_3 - c_3 b_2}{b_2 - b_3 - c_2 + c_3}\right)\right]\ln\frac{M^{(1)}}{M_P} +$$
$$\frac{1}{2\pi}\left(1 - \frac{a_2 - a_3}{b_2 - b_3}\right)\left(\frac{b_2 a_3 - b_3 a_2}{a_2 - a_3 - b_2 + b_3} - \frac{c_2 b_3 - c_3 b_2}{b_2 - b_3 - c_2 + c_3}\right)\ln\frac{M_1^{(1)}}{M_P}. \tag{14}$$

$M^{(1)}$,$\alpha_1^{(1)}\left(\frac{M^{(1)}}{M_P}\right)$,$\alpha^{(1)}\left(\frac{M^{(1)}}{M_P}\right)$由实验值定出,这样一来方程(14)给出了 $\alpha^{(1)}\left(\frac{P^{(1)}}{M_P}\right)$,

$\left(\frac{P^{(1)}}{M_P}\right)$和 $\ln\frac{M_1^{(1)}}{M_P}$之间的函数关系．为了有一个单变量的函数关系,需要引力统一,或者是经典的或者是以上提出的单圈弦修正．这样一来,对给定的 $M_1^{(1)}$ 值统一就完全确定了,随之 $M_2^{(1)}$, $\alpha_i^{(1)}\left(\frac{N^{(1)}}{M_P}\right)$, $\alpha_i^{(1)}\left(\frac{P^{(1)}}{M_P}\right)$也就确定了．这意味着耦合常数的跑动完全由低质量标度 $M_1^{(1)}$ 确定．如果要求统一发生在合理的质量区域,那么较低质量能标 $M_1^{(1)}$ 和较高质量能标 $M_2^{(1)}$ 变化的合理区域也就确定了．

计算得到的 $M^{(1)}$比普朗克质量大许多量级,这是因为聚焦效应线性依赖于 $\alpha_2-\alpha_3=3/2$,远比朴素的大统一 $\alpha_2-\alpha_3=4$ 弱得多．另一方面,越过高质量标度这个值变为 $c_2-c_3=1$,聚焦效应变得更弱．因此,必须有一个低质量的标度,即存在强聚焦效应以补偿上述的弱聚焦．为最大限度确保不作微调,假设超对称多重态中质量是退化的．详细计算表明仅允许的质量分布是:三代镜像二重态超对称多重态取低质量 $M_1^{(1)}$,三代镜像单态超对称多重态取高质量 $M_2^{(1)}$．在这种情况下,b_i, b_{ij}的值是

$$b_i=(7,4,0),\quad b_{ij}=\begin{pmatrix}26/3 & 6 & 32\\ 2 & 46 & 48\\ 4 & 18 & 48\end{pmatrix}. \tag{15}$$

3　方程的解

通过以上讨论,演化方程中的所有常数都定了下来．下面求解它们,近似到 α_i^3 量级,方程(1)—(3)的形式解是

$$\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{\mu}{M_P}\right)}=\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{M}{M_P}\right)}+\frac{a_i}{2\pi}\left(\ln\frac{M}{M_P}-\ln\frac{\mu}{M_P}\right)+\frac{1}{4\pi}\sum_j\frac{a_{ij}}{a_j}\ln\frac{\alpha_j\left(\frac{M}{M_P}\right)}{\alpha_j\left(\frac{\mu}{M_P}\right)}\quad M_2\le\mu\le M_1, \tag{16}$$

$$\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{\mu}{M_P}\right)}=\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{N}{M_P}\right)}+\frac{b_i}{2\pi}\left(\ln\frac{N}{M_P}-\ln\frac{\mu}{M_P}\right)+\frac{1}{4\pi}\sum_j\frac{b_{ij}}{b_j}\ln\frac{\alpha_j\left(\frac{N}{M_P}\right)}{\alpha_j\left(\frac{\mu}{M_P}\right)}\quad M_1\le\mu\le M_2, \tag{17}$$

$$\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{\mu}{M_P}\right)}=\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{P}{M_P}\right)}+\frac{c_i}{2\pi}\left(\ln\frac{P}{M_P}-\ln\frac{\mu}{M_P}\right)+\frac{1}{4\pi}\sum_j\frac{c_{ij}}{c_j}\ln\frac{\alpha_j\left(\frac{P}{M_P}\right)}{\alpha_j\left(\frac{\mu}{M_P}\right)}\quad M_2\le\mu\le P. \tag{18}$$

连续性关系是

$$\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{M}{M_P}\right)}+\frac{a_i}{2\pi}\left(\ln\frac{M}{M_P}-\ln\frac{M_1}{M_P}\right)+\frac{1}{4\pi}\sum_j\frac{a_{ij}}{a_j}\ln\frac{\alpha_j\left(\frac{M}{M_P}\right)}{\alpha_j\left(\frac{M_1}{M_P}\right)}$$

$$\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{N}{M_P}\right)}+\frac{b_i}{2\pi}\left(\ln\frac{N}{M_P}-\ln\frac{M_1}{M_P}\right)+\frac{1}{4\pi}\sum_j\frac{b_{ij}}{b_j}\ln\frac{\alpha_j\left(\frac{N}{M_P}\right)}{\alpha_j\left(\frac{M_1}{M_P}\right)}, \tag{19}$$

$$\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{N}{M_P}\right)}+\frac{b_i}{2\pi}\left(\ln\frac{N}{M_P}\quad\ln\frac{M_2}{M_P}\right)+\frac{1}{4\pi}\sum_j\frac{b_{ij}}{b_j}\ln\frac{\alpha_j\left(\frac{N}{M_P}\right)}{\alpha_j\left(\frac{M_2}{M_P}\right)}=$$

$$\frac{1}{\alpha_i\left(\frac{P}{M_P}\right)}+\frac{c_i}{2\pi}\left(\ln\frac{P}{M_P}-\ln\frac{M_2}{M_P}\right)+\frac{1}{4\pi}\sum_j\frac{c_{ij}}{c_j}\ln\frac{\alpha_j\left(\frac{P}{M_P}\right)}{\alpha_j\left(\frac{M_2}{M_P}\right)}. \tag{20}$$

聚焦条件是

$$\alpha_2\left(\frac{M}{M_P}\right)=\alpha_3\left(\frac{M}{M_P}\right)=\alpha\left(\frac{M}{M_P}\right), \tag{21}$$

$$\alpha_2\left(\frac{N}{M_P}\right)=\alpha_3\left(\frac{N}{M_P}\right)=\alpha\left(\frac{N}{M_P}\right), \tag{22}$$

$$\alpha_2\left(\frac{P}{M_P}\right)=\alpha_3\left(\frac{P}{M_P}\right)=\alpha\left(\frac{P}{M_P}\right). \tag{23}$$

方程(16)—(18)是一组非线性耦合代数方程,原则上它们可以用数值求解,但我们宁愿用迭代方法求解. 精确到 α^3 方程就变成退耦的,然后经过求解,最后得到的是一个 $\alpha_i\left(\frac{P}{M_P}\right)$,$\frac{P}{M_P}$和$\frac{M_1}{M_P}$的方程. 假设规范作用和弦理论的引力的单圈修正之间的统一发生在 $P\approx5\times10^{17}$ GeV,那么这个方程就成为 $\alpha_i\left(\frac{P}{M_P}\right)$和 M_1 之间的关系. 这样,对给定的 M_1 就定出演化方程的所有参数 $M,N,P,\alpha_i\left(\frac{M}{M_P}\right),\alpha_i\left(\frac{N}{M_P}\right)$和 $\alpha_i\left(\frac{P}{M_P}\right)$. 表 1 是弦理论引力单圈修正的计算结果,其中质量都以 GeV 为单位,经典引力的结果稍有不同,但这里从略.

表　1

M_1	1.713×10^4	8.340×10^3	4.354×10^3	2.390×10^3	1.379×10^3	8.279×10^2	522.6	340.0
M_2	9.733×10^{16}	6.872×10^{16}	5.010×10^{16}	3.764×10^{16}	2.885×10^{16}	2.260×10^{16}	1.809×10^{16}	1.478×10^{16}

4　结论

如果将所考虑的模型,不仅被视为一个"玩具"模型,而是在某种意义上反映了真实世界,就可以得到几点结论. 第一,为了使规范作用和引力之间的统一,或是真正的大统一,必须有两个新的质量标度. 第二,计算表明微扰论适用的下限,正好在 Z^0 玻色子质量的以上,因此考虑它在将来实验室中被检验,是非常有兴趣的. 第三,该理论的解所存在的条件,即 $M_1\le M_2\le P$,其高质量标度大约为 10^{16}GeV 量级. 当然,中间质量由两个质量标度描述是一种理想的最简单情况. 然而我们仍感到,中间区域物理态的结构比以前所想的更复杂.

参考文献(References)

1　Glashow S L. Nucl. Phys., 1961, 22:579; Weinberg S. Phys. Rev. Lett., 1967, 19:1264; Salam A. In: Elementary Particle Physics. N. Svartholm ed. Almqvist and Wiksells, Stockholm, 1968. 367

2 Pati J, Salam A. Phys. Rev. Lett., 1973, **31**:275; Georgi H, Glashow S L. Phys. Rev. Lett., 1974, **32**:438; Georgi H. In: Particles and Fields - 1974. C. Carlson ed. Amer, Inst. of Phys. N. Y. 1975

3 Dimopoulos S, Raby S, Wilczek F. Phys. Rev., 1981, **D24**:1681; Dimopoulos S, Georgi H. Nucl. Phys., 1981, **B193**: 150; Sakai N. Nucl. Phys. Zeit. Phys., 1981, **C11**:153; Ibanez L E, Ross G G. Phys. Rev., 1981, **D105**:439

4 Groos D J et al. Nucl. Phys., 1985, **B256**:253

5 Dienes K R. Phys. Rep., 1997, **287**:447

6 Kaplunovsky V S. Nucl. Phys., 1988, **B307**:145; Nucl. Phys., 1992, **B382**:436

7 LIU Y Y, JIANG X D, ZHOU J G. Nuovo. Cimento, 1995, **108A**:167,1457

8 Ellwanger U et al. Nucl. Phys., 1997, **B492**:21

9 Jones D R T. Phys. Rev., 1982, **D25**:581; Martin S P, Vaughn M T. Phys. Lette., 1993, **B318**:331

10 Marciano W, Senjanovic G. Phys. Rev., 1982, **D25**:3092

Unifying Gauge Interaction and Gravity in Vector-Like Standard Model *

LIU Yao-Yang[1,2] SUN La-Zhen[1] ZHANG Yuan-Zhong[3,2] JIANG Xiang-Dong[4]

1(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

2(Institute of Theoretical Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

3(CCAST (World Laboratory), Beijing 100080, China)

4(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract A supersymmetric vector-like standard model without leptons is suggested to investigate the unification between gauge interactions and gravity under two loop approximation for gauge interactions and one loop string correction for gravitation. It is found that two intermediate mass scales are needed where the lower mass scale may be accessible in laboratory in future and the higher mass scale is of the order of 10^{16} GeV.

Key words gauge interactions, gravity, supersymmetric, string, unification

Received 8 May 2001

* Supported by National Natural Science Foundation of China