

原子核液气相变的动力学研究*

张英逊¹ 吴锡真^{1,2} 李祝霞^{1,2,3}

1 (中国原子能科学研究院 北京 102413)

2 (兰州重离子加速器国家重点实验室核理论中心 兰州 730000)

3 (中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

摘要 应用量子分子动力学模型,从原子核发生碎化时的碎块质量分布、密度涨落以及混沌动力学中描述混沌程度的最大 Lyapunov 指数等 3 个方面,对原子核的液气相变及其在临界点附近的行为进行较为全面的探讨. 通过研究,发现在临界温度附近原子核发生最大的液气共存、密度涨落达到极大以及产生最大混沌构型.

关键词 相变 最大 Lyapunov 指数 碎块质量分布 密度涨落

1 引言

相变现象长期以来都是物理学家很感兴趣的一个问题,但是大多数研究都集中于无限体系. 对于有限体系,粒子数近似为无穷的极限不复存在,它到底会给相变现象带来什么样的影响? 这是人们极为关心的问题. 近年来对它的研究已经取得了相当的进展,这不仅丰富了相变的含义,还拓展了人们对于相变的认识.

由于原子核中核子与核子间短程排斥与长程吸引的相互作用力类似于分子之间的 Vander-Wales 力,很多人从核态方程着手研究核处于平衡态的相变问题^[1],或者用平均场研究核物质的相变,这些工作多是基于热力学或者统计力学的基础之上^[2-7]. 然而对于有限体系相变的动力学而言,存在着很多困难,因为各种热力学量:像压强、温度等,并不能够像平衡态或核物质时一样很容易确定. 为了研究这些有限体系的相变过程,本文采用了混沌动力学中刻画体系混沌性质的最大 Lyapunov 指数 (MLE). 在理论上 Bonasera 等^[8]曾用此方法在经典分子动力学模型 (CMD) 的基础上研究过一些不稳定体系的相变行为. 他们发现,在临界点附近 Lyapunov 指数 λ 也能满足 Landau 相变的理论规律 $\lambda = C |T - T_c|^{-\alpha}$, 此处 λ 是 MLE 指数, C 为一个常数, T_c 为临界温度. Colonna^[9]等的研究也指出: Lyapunov 指数可以作为序参量来描述液气相变. 但是,他们所采用的模型是 CMD.

2001-11-07 收稿

* 国家自然科学基金(19975073, 10175089, 10175093), 核工业基金和国家重点基础研究发展规划项目(G200077400)资助

对于原子核体系不够真实. 文献[10]在量子分子动力学(QMD)模型的基础上研究了在有限核体系 ^{208}Pb , ^{40}Ca 和 ^{50}Ca 中 MLE 随温度变化的行为, 以及库仑和碰撞项对相变临界点的影响, 但是这些研究还不够系统和深入. 另一方面, 近年来对液气相变的实验研究已取得很多结果^[11,12]. Fisher^[13]等提出的关于相变临界点的质量分布理论将重离子反应的碎化过程与液气相变联系起来, 并被人们用于区分一级相变还是二级相变^[14].

综上所述, 原子核的液气相变是一个有关核物质根本性质的问题. 本文将从动力学的角度给出相变性质较全面的揭示: 通过研究与温度有关的碎化现象, 揭示临界点附近出现最大液气共存区; 通过密度涨落随温度的关系, 揭示临界点附近为最大密度涨落区; 通过研究最大 Lyapunov 指数随体系温度的变化, 揭示出临界点附近出现混沌度最大构型. 从而给出原子核液气相变动力学的较全面的描述.

2 模型及算法

2.1 QMD 模型简介

为了从微观上研究原子核的液气相变过程, 我们借助 QMD 来研究受激热核的动力学过程, 即受激热核的膨胀过程. 在 QMD 模型中^[15], 假定原子核由 N 个核子组成, 而每个核子由一个高斯波包

$$\psi_i(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi L)^{3/2}} \exp[-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2/4L] \exp[i\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}/\hbar] \quad (1)$$

来描述, 通过 Wigner 变换可以得到相空间分布函数

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{(\pi\hbar)^3} \sum_i \exp[-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2/2L - (\mathbf{p} - \mathbf{p}_i)^2 2L/\hbar^2], \quad (2)$$

L 为坐标空间的高斯分布宽度. 选择这样的分布, 保证了测不准关系. $(\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i)$ 代表波包中心在相空间的位置和动量. 它们遵从如下的正则方程

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_i}, \quad \dot{\mathbf{p}}_i = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}_i}. \quad (3)$$

哈密顿量为

$$H = T + U, \quad (4)$$

其中

$$T = \sum_i \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} U = & \frac{\alpha}{2} \sum_i \left\langle \frac{\rho}{\rho_0} \right\rangle_i + \frac{\beta}{3} \sum_i \left\langle \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \right\rangle_i + \frac{C_1}{2} \int \frac{(\rho_p - \rho_n)^2}{\rho_0} d\mathbf{r} + \\ & \frac{C_2}{2} \sum_{i \neq j} \int \rho_i(\mathbf{r}) \exp[-\gamma|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|] / |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rho_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} d\mathbf{r}' + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \int \rho_i(\mathbf{r}) \frac{e^2}{r - r'} \rho_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \end{aligned} \quad (6)$$

坐标空间的密度和动量空间的密度分别为

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{p} = \frac{1}{(2\pi L)^{3/2}} \sum_i \exp[-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2/2L] = \sum_i \rho_i(\mathbf{r}), \quad (7)$$

$$g(\mathbf{p}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{r} = \left(\frac{2L}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \sum_i \exp[-(\mathbf{p} - \mathbf{p}_i)^2 2L/\hbar^2] = \sum_i g_i(\mathbf{p}). \quad (8)$$

详细内容请参阅文献[16].

2.2 带有温度的初始核的制备

借用相对论平均场模型^[17]计算初始基态核的密度分布. 用 Monte-Carlo 抽样方法从得到的密度空间抽取坐标分布. 在抽样过程中, 两个粒子的质心距离要大于 1.52fm, 以确保两个粒子不发生重叠. 通过抽样得到的每个粒子的坐标, 可以得到每个粒子处的局域密度, 利用费密动量与密度的关系得出粒子的费密动量, 进而在费密动量的范围内均匀抽样, 得到每个粒子的动量. 每两个粒子的位置和动量之间要求满足测不准关系 $\Delta r \cdot \Delta p \geq \hbar/2$, 这样得到一组坐标与动量. 对于这样得到的坐标与动量, 我们还需进行结合能和核半径等基态性质检验. 在上述所抽取的基态核基础上, 保留其位置坐标, 而将其动量坐标按一定温度下的 Fermi-Dirac 分布重新抽样, 这样得到具有一定温度的初始激发核.

2.3 最大 Lyapunov 指数

MLE 指数是用来描述系统是否混沌或者有序的一个量.

考虑一个多维映射

$$\mathbf{X}_{n+1} = f(\mathbf{X}_n), \quad (9)$$

只有对其在给定状态附近实行线性化, 才能局部得到类似于

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = a\mathbf{X} \quad (10)$$

的关系. 其中, a 为依赖于给定线性化点的矩阵, 其本征值决定了相邻两点间的拉伸或者压缩速率. 其速率可能在相空间各点不同, 只有对运动轨道各点的拉伸或压缩速率进行长时间平均, 才能刻画出该动力学系统的整体性质. 为了计算多维系统的最大 Lyapunov 指数^[18], 采用以下的相空间距离:

$$d\mathbf{X} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 [\xi(\mathbf{r}_{i1}/rms - \mathbf{r}_{i0}/rms)^2 + \eta(\mathbf{p}_{i1}/avp - \mathbf{p}_{i0}/avp)^2]}, \quad (11)$$

其中, $(\mathbf{r}_{i1}, \mathbf{p}_{i1}), (\mathbf{r}_{i0}, \mathbf{p}_{i0})$ 分别第 i 个粒子受微扰和未受微扰的坐标以及动量. ξ 和 $\eta = 1$ 时表示我们考虑了相空间的坐标和动量两个因素. $\xi = 1, \eta = 0$ 表示只考虑相空间中坐标的贡献, $\xi = 0, \eta = 1$ 表示只考虑相空间中的动量的贡献. 最大 Lyapunov 指数 λ 通过以下关系式得到:

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n\tau} \ln \frac{\|d\mathbf{X}_n\|}{\|d\mathbf{X}_0\|}, \quad (12)$$

其中, \mathbf{X}_0 为未受微扰的相空间起始点. 对选定的任一个初始核可以对其中的任意一个核子的无量纲动量施加一个大小为 10^{-7} 的扰动, 即 $\|d\mathbf{X}_0\|$. 初始核与微扰后的初始核的两个并行的演化过程, 称为一对事件, 通过一对事件可以得到一个 MLE. 文章中采用了 50

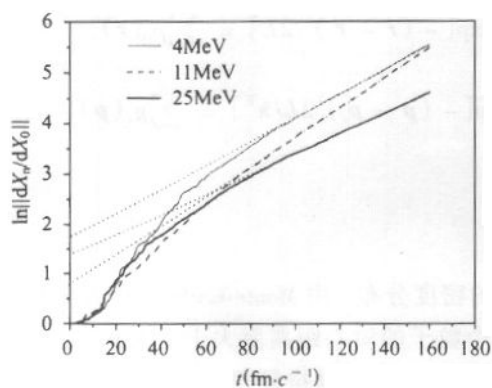


图 1 在初始温度 $T = 4, 11, 25 \text{ MeV}$ 时, 在 Pb 原子核中 $\ln \|dX_n/dX_0\|$ 随时间的演化
虚线是通过拟合斜率得到的.

个初始核, 每个初始核有 20 次微扰. 而后将每一次所求出来的 MLE 对所有事件进行平均, 得到所需要的 MLE. 图 1 以受激的原子核 ^{208}Pb 为例, 给出了 $\ln \|dX_n/dX_0\|$ 与 $n\tau$ 的关系, 我们发现, 只要 n 足够大, $\ln \|dX_n/dX_0\|$ 与 $n\tau$ 便呈现出很好的线性关系, 即 $\ln \|dX_n/dX_0\| = \lambda n\tau$. 最大 Lyapunov 指数的值, 可以通过计算图中的斜率得到.

2.4 密度的相对涨落

根据 Landau 的相变理论, 对无限大体系在临界点附近密度涨落可达到极大值. 原子核是一个有限量子体系, 在低温时平均密度的时间演化呈现了围绕正常核密度 ρ_0 的振荡行为, 此时体系是稳定的. 当温度增加时, 体系迅速膨胀而使密度迅速下降到 $(0.2-0.4)\rho_0$ ^[10], 此时体系发生了与液气相变过程有关的碎化过程. 但是平均密度不能够反映出核子在空间分布的不均匀性. 为了探讨在临界点附近的相变过程的物理行为, 即密度变化的不稳定性, 我们研究了原子核体系密度涨落的动力学行为, 密度涨落的定义为

$$\sigma_\rho^2 = \frac{\langle \rho^2(t) \rangle - \langle \rho(t) \rangle^2}{\langle \rho(t) \rangle^2}, \quad (13)$$

其中

$$\langle \rho(t) \rangle = \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) = \frac{1}{(4\pi L)^{3/2}} \sum_{i,j} \exp[-(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2/4L], \quad (14)$$

$$\langle \rho^2(t) \rangle = \int d\mathbf{r} \rho^2(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) = \frac{1}{3\sqrt{3}(2\pi L)^3} \sum_{i,j,k} \exp[-((\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2 + (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k)^2 + (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i)^2)/6L]. \quad (15)$$

本文研究了原子核体系在不同温度下的密度涨落.

2.5 碎块质量分布

对于原子核而言, 当温度比较低时, 体系可以看作是一个大的“液块”. 随着温度的升高, 体系开始蒸发出一些核子, 当温度达到一定的程度, 原子核逐渐碎裂, 此时出现液气共存. 碎块的质量分布到底随温度是怎样变化的呢? 为此, 我们要对碎块分布进行研究. 目前, 判断碎片的方法有好几种. 本文采用比较常用的空间共存法: 如果两个粒子之间的间距小于临界距离 $d_{crit} = 4 \text{ fm}$ 就认为这两个核子属于同一个碎片. 这样在每一时刻对所有的核子进行判断, 观察系统分成的一些孤立的碎片或者核子, 取长时间以后碎片达到稳定分布的结果.

3 结果与讨论

将从原子核的多重碎裂、密度涨落以及核子的运动形态 3 个方面描述相变过程的动力学行为. 在本文中, QMD 的参数取自文献[16].

首先, 来看原子核体系的多重碎裂随温度的关系. 图 2 中给出了在不同温度下 ^{124}Sn , ^{208}Pb 的碎块质量分布.

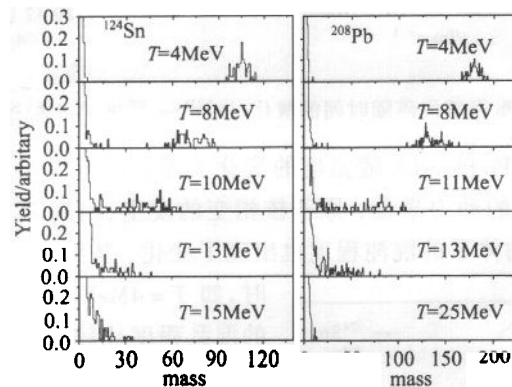


图 2 原子核体系 ^{124}Sn , ^{208}Pb 在不同温度下的碎块质量分布

在低温时,核体系缓慢膨胀导致密度减小,但不足以进入“力学不稳定区”,原子核通过核子的蒸发,降低了温度,使它又回到正常的核密度,此时的碎片分布主要是大的“液块”,仅有少量的核子被蒸发,从图 2 中 ^{124}Sn , ^{208}Pb 在 $T = 4\text{MeV}$ 时的碎块分布可以看出这种情形;随着体系温度的增加,体系进入力学不稳定区,导致体系发生多重碎裂,开始出现液气共存,如图 2 中 ^{124}Sn , ^{208}Pb 分别在 $T = 8\text{MeV}$ 时的碎块质量分布显示了这种情况;在临界温度出现最大的液气共存,图 2 中 ^{124}Sn , ^{208}Pb 在 $T = 10, 11\text{MeV}$ 时的碎块分布显示了这种情况;当温度继续升高时原子核体系快速膨胀,被完全气化,核子之间的相互作用也越来越弱,此时的碎块分布以小的碎片为主. 图 2 中的 ^{124}Sn , ^{208}Pb 分别在 $T = 15, 25\text{MeV}$ 时的碎块分布显示了这种情况. 体系的密度涨落与体系的力学不稳定性密切相关,图 3(a)给出了密度涨落的时间演化. 可以看出,对于一定温度下的原子核,体系的密度涨落随着时间而增长,当增长到一定的程度以后,密度涨落趋向饱和,此时体系发生碎化. 当温度比较低时,如 $T = 6\text{MeV}$ (^{124}Sn , ^{208}Pb)时,单位时间内体系密度涨落的增长比较缓慢;当温度比较高时,单位时间内体系密度涨落的增长比较迅速,如图对 ^{124}Sn , ^{208}Pb 分别在临界温度 $T = 10\text{MeV}$, $T = 11\text{MeV}$ 处,这种随时间的演化趋势达到最大,预示着体系达到最大的密度涨落,反映了体系的最大力学不稳定;当超过临界温度时,如 $T = 20\text{MeV}$ 时的 ^{124}Sn , ^{208}Pb ,单位时间内体系密度涨落的增长速率随着温度的增加逐渐变缓. 图 3(b)给出了在时间充分长时不同温度下密度的涨落大小. 可以看出当温度小于临界温度时,密度涨落随着温度的升高而逐渐增加,在临界温度处达到极大值;当温度超过临界温度时,密度的涨落随温度的增加而逐渐减小. 图 3 中所示的原子核液气相变时的密度涨落规律,在一定程度上反映了有限物理体系 Landau 相变临界点规律.

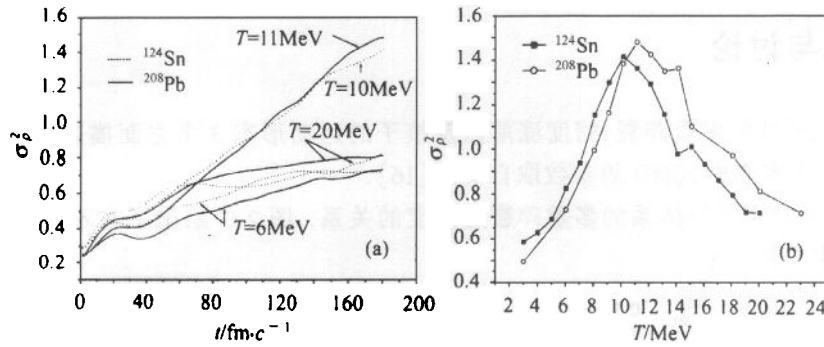


图 3 (a) ^{124}Sn , ^{208}Pb 密度涨落随时间的演化, (b) ^{124}Sn , ^{208}Pb 在不同温度下的密度涨落

图 4 给出了 ^{124}Sn , ^{208}Pb 的 MLE 随温度的变化关系. 众所周知, 大于零的 MLE 是反映体系混沌度的一个重要的动力学量. 原子核相变的发生, 出现了“液气”的最大共存和最大的密度不稳定, 相应的体系的混沌程度也出现了变化. 从图 4 可以看出, 当温度比较低

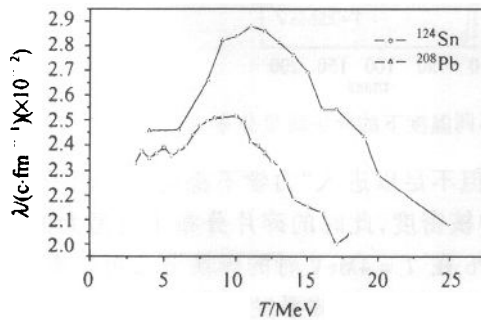


图 4 原子核 ^{124}Sn , ^{208}Pb 的最大 Lyapunov 指数随温度的变化关系

时, 如 $T = 4\text{MeV}$, MLE 比较小, 也就是说系统的混乱程度比较小, 系统的稳定性相对较高, 对于相空间的微小扰动, 并不会使系统最终的性质有很大的变化; 随着温度的增加, MLE 的值继续增加, 并且在临界温度处 MLE 的值达到极大, 如图 4 所示的对 ^{124}Sn , ^{208}Pb 分别在 $T = 10, 11\text{MeV}$ 时的情况. 从混沌动力学的角度来说, 此时系统的混沌度最大, 任何微小的扰动会导致系统的状态有很大的改变; 当温度超过临界点时, 原子核被逐渐气化, 密度涨落又逐渐随温度的升高越来越小, 即此时相空间的微小变化, 不足以引起系统最终

的状态有较大的改变, 即最大 Lyapunov 指数将随着温度的升高逐渐变小.

4 结束语

综上所述, 我们用动力学的方法从碎块质量分布、密度涨落及最大 Lyapunov 指数研究了原子核相变及其在临界点附近的现象. 我们得到: (1) 在临界温度处, 最大 Lyapunov 指数与密度涨落同时达到极大, 说明系统的密度涨落最大点即是最大混沌构型点. (2) 在临界温度处, 系统的最大液气共存点对应于系统运动形态上的最大混沌构型.

参考文献 (References)

- 1 Bertsch G F, Siemens P J. *Phys. Lett.*, 1984, **B126**:9; Bonasera A, Gulminelli F, Molitoris J. *Phys. Rep.*, 1994, **243**:1
- 2 SONG H Q, QIAN Z X, SU R K. *Phys. Rev.*, 1994, **C49**:2924

- 3 WANG P, CHONG Z W, SU R K et al. Phys. Rev., 1994, **C59**:928
- 4 GAO S, ZHANG Y J, SU R K. Nucl. Phys., 1995, **A593**:362
- 5 SU R K, ZHENG G T, SIU G C. J. Phys., 1993, **G19**:79
- 6 ZHANG L L, SONG H Q, WANG P et al. Phys. Rev., 1999, **C59**:3292
- 7 MA Y G et al. Phys. Rev. 1999, **C60**:024607
- 8 Bonasera A, Latora V, Rapisarda A. Phys. Rev. Lett., 1995, **75**:3434
- 9 Colonna M, Bonasera A. Phys. Rev., 1999, **E60**:444
- 10 WANG Nan, WU Xi-Zhen, LI Zhu-Xia et al. Chin. Phys. Lett., 2000, **17**:711
- 11 Pochodzabla J et al. Phys. Rev. Lett., 1995, **75**:1040; MA Y G et al. Phys. Lett., 1997, **B390**:41
- 12 Agosino M D et al. Nucl. Phys., 1999, **A650**:329; Phys. Lett., 2000, **B473**:219
- 13 Fisher M E. Rep. Prog. Phys., 1967, **30**:615
- 14 Borderie B, Rivet M F et al. nucl-ex/0106007, 6 Jun. 2001
- 15 Aichelin J, Stockeret H. Phys. Lett., 1986, **B176**:14
- 16 FAN Sheng, LI Zhu-Xia, ZHAO Zhi-Xiang et al. Eur. Phys. J., 1996, **A4**:61
- 17 MAO G, Stöcker H, Greiner W et al. Mod. Phys., 1999, **E8**:1; Rufa M et al. Phys. Rev., 1988, **C38**:390
- 18 Rasband S Neil. Chaotic Dynamics of Nonlinear System (A Wiley-Interscience Publication, 1989)

Dynamical Behaviors of Liquid-Gas Phase Transition in Nuclei

ZHANG Ying-Xun¹ WU Xi-Zhen^{1,2} LI Zhu-Xia^{1,2,3}

1 (China institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

2 (Nuclear Theory center of National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

3 (Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract Based on the quantum molecular dynamics model, the dynamical behaviors of the Liquid-gas phase transition in nuclei are investigated. In order to explore the characters of the Liquid-gas phase transition in the vicinity of the “critical point”, the Maximum Lyapunov exponent (MLE) is employed and the method of calculation of the MLE is developed. The dependence of the mass distribution of fragments, density fluctuation and the MLE on temperature has been studied for nuclear systems ¹²⁴Sn and ²⁰⁸Pb. As the main results, we have found that for heavy nuclear systems the MLE and the density fluctuation reach the maximum values at the same temperature, in which the maximum liquid-gas coexistence region is also found from the mass distribution of fragments.

Key words phase transition, maximum lyapunov exponent, mass distribution of fragment, density fluctuation

Received 7 November 2001

* Supported by the National Natural Science Foundation of China (19975073, 10175089, 10175093), Science Foundation of Chinese Nuclear Industry and Major State Basic Research Development Program in China (G2000077400)