

利用非对称核物质状态方程对中子星的质量和半径的研究*

李文飞^{1,2} 张丰收^{1,2,3} 陈列文^{1,2}

1 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

2 (中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

3 (中国高等科学技术中心 北京 100080)

摘要 在温度、密度及同位旋相关的核物质状态方程的基础上,通过求解 Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程得到了中子星的质量与中心密度的关系,发现随着中心密度的变化,中子星存在一个最大质量.同时计算结果表明,中子星的最大质量与核物质状态方程的不可压缩系数、有效质量及对称能强度系数等密切相关.对中子星半径的研究表明,较硬的核物质状态方程给出的中子星半径较大,而且较大的对称能强度系数和较大的核子有效质量也会给出较大的中子星半径.

关键词 质量 半径 中子星 非对称核物质状态方程

1 引言

对高温、高密、同位旋非对称核物质的状态方程,人们了解得还不多.中子星是由接近零温的密度大约为正常核物质密度 8 倍的几乎纯中子物质组成的,所以被认为是研究高密、同位旋非对称核物质状态方程的自然实验室.人们从核物质状态方程出发,根据广义相对论给出中子星的性质(如质量、半径等),然后与天文学观测结果进行比较,从而为人们研究核物质状态方程提供了一条新的途径.

中子星的质量、半径等性质是由中子星物质的状态方程及 Tolman-Oppenheimer-Volkoff(TOV)方程所决定的.中子星的质量与半径之间的约束关系可依据模型由 X 射线爆炸源提取,所以是人们研究的重要对象.关于这方面的研究结果已有很多报道,不同的理论模型如相对论平均场理论(RMF)、密度相关的强子场论(DDRH)等一般都能给出与天文学观测相近的结果^[1].人们利用不同的核物质状态方程对中子星的性质进行研究,其目的就是为了对高密核物质状态方程提供约束.在以前的工作中,基于扩展的

2000-07-18 收稿

* 国家自然科学基金(19875068, 19847002)、国家重点基础研究发展规划(G2000077407)和中国科学院基金资助

Skyrme 有效相互作用, 利用 Hartree-Fock 理论得到了一个温度、密度及同位旋相关的核物质状态方程^[2-5]. 本文在这一状态方程的基础上, 通过求解 TOV 方程, 得到了中子星的质量随中心密度的变化关系, 发现随着中心密度的变化, 中子星存在一个最大质量. 通过研究不同势参数下中子星的最大质量发现中子星的最大质量与核物质状态方程的不可压缩系数、有效质量以及对称能强度系数等密切相关. 对中子星半径的研究表明, 中子星的半径也强烈地依赖于核物质状态方程, 而且, 较硬的核物质状态方程, 以及较大的对称能强度系数和核子有效质量给出的中子星半径较大.

2 理论模型

在扩展的 Skyrme 有效相互作用下, 利用 Hartree-Fock 理论可以得到一个温度、密度及同位旋相关的每核子总能量^[2-5].

$$\begin{aligned} \varepsilon(\rho, T, \delta) = & \frac{1}{2} T \left[\frac{C_{3/2}(\mu_{\tau_a})}{C_{1/2}(\mu_{\tau_a})} (1 + \delta)^{5/3} + \frac{C_{3/2}(\mu_{-\tau_a})}{C_{1/2}(\mu_{-\tau_a})} (1 - \delta)^{5/3} \right] + \\ & \frac{1}{4} [a_{\tau_a}^1 (1 + \delta) + a_{-\tau_a}^1 (1 - \delta)] \rho + \frac{1}{4} [a_{\tau_a}^2 (1 + \delta) + a_{-\tau_a}^2 (1 - \delta)] \rho^{\gamma+1} \\ & \frac{1}{4} [a_{\tau_a}^3 (1 + \delta) + a_{-\tau_a}^3 (1 - \delta)] \rho^{5/3} + \frac{1}{4} [a_{\tau_a}^4 (1 + \delta) + a_{-\tau_a}^4 (1 - \delta)] \rho^{\gamma+5/3}, \quad (1) \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned} a_{\tau_a}^1 &= \frac{1}{4} t_0 [3 \mp (2x_0 + 1)\delta], \quad a_{-\tau_a}^1 = \frac{1}{24} t_3 [3 \mp (2x_3 + 1)\delta], \\ a_{\tau_a}^3 &= \frac{1}{16\pi^2} [t_1(1 - x_1) + 3t_2(1 + x_2)] (1 \pm \delta)^{5/3} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{3/2}(\mu_{\tau_a}) + \\ & \quad \frac{1}{8\pi^2} \left[t_1 \left(1 + \frac{x_1}{2}\right) + t_2 \left(1 + \frac{x_2}{2}\right) \right] (1 \mp \delta)^{5/3} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{3/2}(\mu_{-\tau_a}), \\ a_{\tau_a}^4 &= \frac{1}{16\pi^2} [t_4(1 - x_4) + 3t_5(1 + x_5)] (1 \pm \delta)^{5/3} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{3/2}(\mu_{\tau_a}) + \\ & \quad \frac{1}{8\pi^2} \left[t_4 \left(1 + \frac{x_4}{2}\right) + t_5 \left(1 + \frac{x_5}{2}\right) \right] (1 \mp \delta)^{5/3} \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda}\right)^5 C_{3/2}(\mu_{-\tau_a}), \quad (2) \end{aligned}$$

式中下标 $\tau_a = n, -\tau_a = p$, 对中子(质子)取上(下)面符号. γ, t_0-t_5, x_0-x_5 为 Skyrme 势参数, δ 为相对中子过剩, λ 为核子平均热波长, $C_l(\mu_{\tau_a})$ 为 Fermi-Dirac 积分:

$$\delta = \frac{\rho_{\tau_a} - \rho_{-\tau_a}}{\rho}, \quad (3)$$

$$\lambda = \hbar \sqrt{\frac{2\pi}{mT}}, \quad (4)$$

$$C_l(\mu_{\tau_a}) = \int_0^\infty \frac{x^l}{1 + e\left(\frac{x - \mu_{\tau_a}}{T}\right)} dx \quad (5)$$

μ_{τ_a} 为自由核子(质子或中子)气体的化学势.

中子星属于冷星体,可按零温处理,单核子能量

$$\epsilon = \epsilon(\rho, \delta). \tag{6}$$

压强 $P(\rho, \delta)$ 可通过下式求得

$$P(\rho, \delta) = \rho^2 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \right). \tag{7}$$

本文计算中用到的势参数有 SKM, SKa, SGOI, RATP 和 SKI5, 每一种势参数给出的核物质状态方程在饱和点处的不可压缩系数 K 、有效质量 m^*/m 以及对称能强度系数 C 见表 1.

表 1 不同势参数在饱和点处给出的核物质的 K , m^*/m 以及 C

| 势参数 | K/MeV | m^*/m | C/MeV |
|-------|----------------|---------|----------------|
| SKM | 216.6 | 0.79 | 30.8 |
| SKa | 263.1 | 0.61 | 33.0 |
| SGO I | 261.6 | 0.61 | 45.3 |
| RATP | 239.4 | 0.67 | 29.3 |
| SKI5 | 255.8 | 0.58 | 36.8 |

中子星内部的核物质芯主要是由 n, p, e^-, μ^- 组成, 由 β 平衡和电中性条件可以得到不同组分之间的比例, 关于这方面的详细论述请参考文献[6]. 描述中子星的基本方程是 TOV 方程^[7,8]

$$\frac{dP(r)}{dr} = -G \frac{m(r)\rho(r)}{r^2} \left\{ \left[1 + \frac{P(r)}{c^2 \rho(r)} \right] \left[1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{c^2 m(r)} \right] \left[1 - \frac{2Gm(r)}{c^2 r} \right]^{-1} \right\} \tag{8}$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r), \tag{9}$$

其中 $G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{g/s}^2$ 为 Newton 万有引力常数, $c = 2.9979 \times 10^8 \text{ cm/s}$ 为真空中的光速. $P(r)$ 和 $\rho(r)$ 分别为压力和质能密度, $m(r)$ 为包含在半径 r 内的引力质量. 方程组的边界条件为

$$\begin{cases} m(0) = 0, \\ P(R) = P_s, \end{cases} \tag{10}$$

其中, 第一个边界条件意味着中子星的中心密度和压强是有限的, 第二个边界条件依赖于中子星表面的压强, 一般来说, $P_s = 0$ 或 $P_s = P(\rho_{Fe})$, $\rho_{Fe} = 7.86 \text{ g/cm}^3$ 为固态铁 ^{56}Fe 的密度. 条件 $P(R) = P_s$ 同时定义了中子星的半径 R .

给定中子星的中心密度 ρ_c 或等价地给定中子星的中心压强 $P_c = P(\rho_c)$, 通过积分(8)式和(9)式即可得到 TOV 方程的解 $m(r; \rho_c)$ 与 $P(r; \rho_c)$, 它们依赖于 ρ_c 的选取. 从 TOV 方程可以看出, 只要知道压强 P 和质量密度 ρ 之间的关系, 即 $P(r) = P(\rho(r))$, 就可以求解 TOV 方程.

人们平常所说的中子星的质量 M 就是指中子星的引力质量 M_g , 它由下式给出:

$$M \equiv M_g = m(R) \equiv \int_0^R 4\pi r^2 \rho(r) dr \tag{11}$$

如前所述, TOV 方程的解依赖于 ρ_c , 于是中子星的质量也是 ρ_c 的函数, 即 $M_g = M_g(\rho_c)$. 人们发现, 随 ρ_c 的变化 M_g 存在一个极大值, 称为 Oppenheimer-Volkoff 质量, 表示为 M_{ov} .

3 结果与讨论

中子星的质量可以从双星系统的射电脉冲星或 X 射线脉冲星的研究中得到. 自从 1967 年 S. J. Bell 发现第一个射电脉冲星以来^[9], 人们测定了许多中子星的质量, 如 Vela X-1 ($M = (1.88_{-0.47}^{+0.69}) M_\odot$), SMC X-1 ($M = (1.17_{-0.32}^{+0.36}) M_\odot$), LMC X-4 ($M = (1.47_{-0.39}^{+0.44}) M_\odot$), Her X-1 ($M = (1.04_{-0.58}^{+0.75}) M_\odot$)^[10] 等 ($M_\odot = 1.99 \times 10^{33}$ g, 为太阳质量). 比较精确的数据是来自于脉冲星 PSR1913 + 16 的测量, 它给出的中子星的质量为 $(1.4411 \pm 0.0007) M_\odot$. 还有其他的采用 X 射线脉冲星的测量, 它们给出的中子星质量的误差都比较大, 但是采用 X 射线脉冲星测量的结果都符合 $(1.44 \pm 0.2) M_\odot$. 人们一般认为中子星的质量上限为 $3.2 M_\odot$ ^[11], 所以, 对于一个给定的状态方程, 由其计算得到的中子星的最大质量 M_{ov} 应该大于所有测到的中子星的质量而小于中子星的质量上限 $3.2 M_\odot$.

图 1 给出了在势参数 SKM, SKa, SG0 I, RATP 和 SKI5 下 β 稳定中子星 (由处于电中性和弱相互作用平衡的 n, p, e^-, μ^- 组成) 的 M_g 随 ρ_c 的变化关系. 不同势参数给出的核物质在饱和点处的状态方程的性质见表 1. 可以看到, 对应于每一种势参数都存在一个 ρ_c , 在这一密度处中子星有一最大质量, 且处于所要求的区间内. 如对势参数 SKM, 当 $\rho_c \approx 3.4 \times 10^{15}$ g/cm (1.5 fm^{-3}) 时, 中子星存在最大质量, 即 $M_{ov} \approx 1.7 M_\odot$. 中子星的 M_{ov} 类似于牛顿体系下白矮星的最大质量, 即 Chandrasekhar 质量^[12]. 对于白矮星, 其状态方程主要由相对论的电子气体决定, 而中子星则涉及到强相互作用. M_{ov} 的存在暗示着 $M_g > M_{ov}$ 的中子星组态将会塌陷为黑洞.

从 TOV 方程求得一个静态平衡的中子星组态后, 人们自然要研究它对于一个微小扰动的稳定性问题. 大量研究表明, 假定中子星是处于化学平衡的理想流体, 则其稳定的必要 (非充分) 条件为

$$\frac{dM_g}{d\rho_c} > 0, \quad (12)$$

这就是说 M_g 随 ρ_c 的增大而减小的中子星组态将是不稳定的. 可以证明^[8], 图 1 中左边直到某一较小中心密度 $\rho_{c, \min}$ 的中子星组态都是稳定的. 在中心密度 $\rho_{c, \min}$ 处, $dM_g/d\rho_c = 0$, $M_g(\rho_{c, \min})$ 给出了中子星的最小质量.

从图 1 还可以发现, 对于不同的势参数, 给出的中子星的最大质量有一定的差别. 从图 1 可以看到, 势参数 SKM, SKa, SG0 I, RATP 和 SKI5 给出的中子星的极大质量 M_{ov} 分别为 $1.71 M_\odot$, $2.24 M_\odot$, $2.47 M_\odot$, $1.75 M_\odot$ 和 $2.46 M_\odot$. 这些结果与表 1 表明, 不可压缩系数越大, 给出的中子星的 M_{ov} 也越大, 这与其他多体理论计算的结果是一致的^[8]. 同时我们注意到, 有效质量越小 (动量相关势越强) 以及对称能强度系数越大, 给出的中子星的最大质量也越大. 于是, 中子星的 M_{ov} 依赖于 β 稳定核物质状态方程的不可压缩系数、核子的

有效质量以及对称能强度系数等因素.

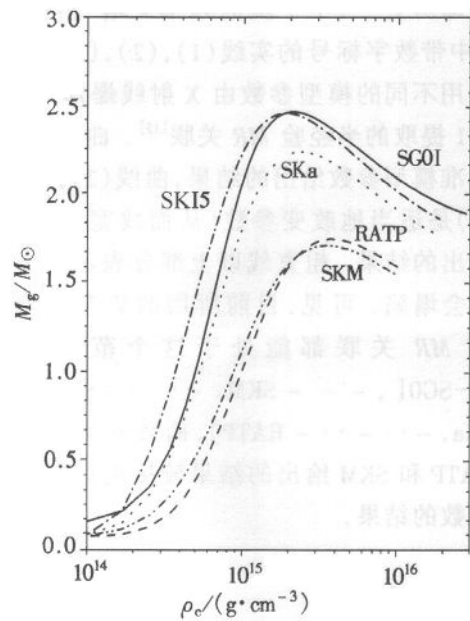


图 1 势参数 SKM,SKa,SG0I ,RATP 和 SKI5 下,稳定中子星(n,p,e^-, μ^-)的 M_g 随 ρ_c 的变化关系

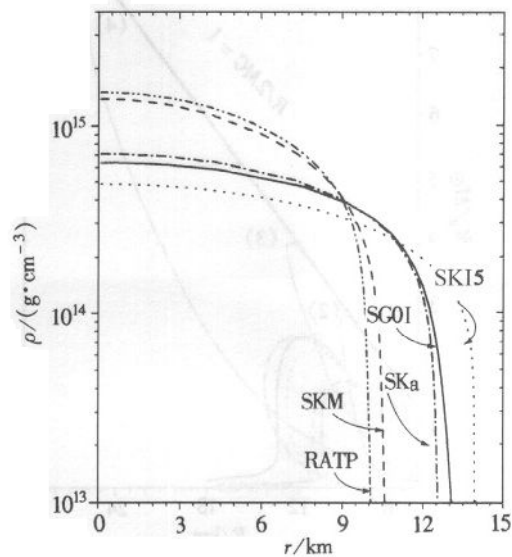


图 2 在势参数 SKM,SKa,SG0I ,RATP 和 SKI5 下计算的 $M = 1.4 M_\odot$ 的中子星 (n,p,e^-, μ^-)的密度剖面

图 2 给出了对确定质量 $M = 1.4 M_\odot$ 的中子星在势参数 SKM,SKa,SG0I ,RATP 和 SKI5 下计算得到的密度剖面,可以看到中子星存在一个非常明显的表面. 由图 2 同时可以得到不同势参数下的中子星的半径,从图中可以看到,不同的势参数给出的中子星的半径存在明显的差别. 对较硬的势参数,如 SKI5($K = 255.8\text{MeV}$), SG0I($K = 261.6\text{MeV}$)及 SKa($K = 263.1\text{MeV}$)有较大的中子星半径(分别为 13.93,13.05 和 12.55km). 而对较软的势参数,如 RATP($K = 239.4\text{MeV}$)和 SKM($K = 216.6\text{MeV}$)有较小的中子星半径(分别为 10.08 和 10.58km). 势参数 SG0I 和 SKa 给出的核物质状态方程的不可压缩系数以及核子的有效质量相差不大,但势参数 SG0I 有着较大的对称能强度系数(为 45.3MeV),而势参数 SKa 给出的对称能强度系数相对较小(为 33MeV),由它们计算出的中子星的半径分别为 13.05 和 12.55km,可见对称能强度系数越大的状态方程,给出的中子星的半径就越大. 势参数 RATP 和 SKM 给出的不可压缩系数以及对称能强度系数相差不大,但势参数 SKM 有着较大的核子有效质量(0.79),势参数 RATP 给出的核子有效质量相对较小(0.67),由它们计算出的中子星的半径分别为 10.58 和 10.08km,所以,核子有效质量越大的状态方程给出的中子星的半径越大. 由以上讨论可见,中子星的半径也强烈地依赖于核物质的状态方程.

图 3 给出了在势参数 SKM,SKa,SG0I ,RATP 和 SKI5 下计算的中子星的质量 M_g 与半径 R 之间的关联. 对中子星的质量半径关系(MR 关系)的约束可以通过几种不同的途径

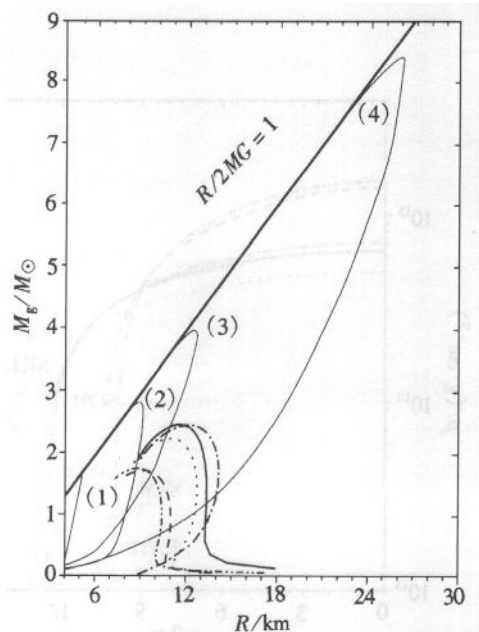


图 3 势参数 SKM, SKa, SGOI, RATP 和 SKI5 计算得到的中子星 (n, p, e^-, μ^-) 的质量 M_g 与半径 R 之间的关联以及与半经验值的比较
详细说明见正文。

质量, 且随着核物质状态方程中不可压缩系数和对称能强度系数的增大以及核子有效质量的减小, 中子星的最大质量在增大. 利用这一特征, 人们可以根据中子星的一些性质来研究高密核物质状态方程的不可压缩系数、有效质量以及对称能强度系数等. 同时计算表明, 中子星的半径也较强地依赖于核物质的状态方程. 最后还给出了中子星的质量与半径的关联, 在误差范围内, 几种势参数给出的结果与天文学的观测结果符合. 当然, 本文仅仅基于简单的考虑给出了中子星的一些性质, 更进一步的研究需要考虑中子星内部的更多的组分以及天文学上更多的观测数据.

参考文献 (References)

- 1 Hofmann F, Keil C M, Lenske H. Nucl-th/0008038, 2000
- 2 ZHANG Feng-Shou, GE Ling-Xiao. Nuclear Multifragmentation, Beijing: Science Press, 1998 (in Chinese)
(张丰收, 葛凌霄. 原子核多重碎裂, 北京: 科学出版社, 1998)
- 3 ZHANG Feng-Shou, CHEN Lie-Wen. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1999, 23(12):1190 (in Chinese)
(张丰收, 陈列文. 高能物理与核物理, 1999, 23(12):1190)
- 4 ZHANG Feng-Shou, GE Ling-Xiao. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1992, 16:666 (in Chinese)
(张丰收, 葛凌霄. 高能物理与核物理, 1992, 16:666)
- 5 ZHANG F S. Z. Phys., 1996, A356:163
- 6 ZHANG F S, CHEN L W. Chin. Phys. Lett., 2000 (in press)

得到, 如 X 射线爆炸源的研究^[13]、中子星的冷却历史^[14]、中子星的频率突增^[15]等. 图 3 中带数字标号的实线 (1), (2), (3) 和 (4) 是用不同的模型参数由 X 射线爆炸源 Her X-1 提取的半经验 MR 关联^[13]. 曲线 (1) 是标准模型参数给出的结果, 曲线 (2), (3) 和 (4) 是适当地改变参数 (从而放宽约束) 后给出的结果. 粗直线以上部分表示中子星将会塌陷. 可见, 目前所用的势参数给出的 MR 关联都能处于这个范围之内 (--- SGOI, - - - SKM, - · - · - SKI5, ---- SKa, - · · - · · RATP), 而较软的势参数 RATP 和 SKM 给出的结果较接近标准模型参数的结果.

4 总结

在温度、密度及同位旋相关的核物质状态方程的基础上求解 TOV 方程, 得到了中子星的质量与中心密度的关系. 发现随着中心密度的变化, 中子星存在一个最大

- 7 Tolman R C. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1934, **20**:3
- 8 Oppenheimer J R, Volkoff G M. Phys. Rev., 1939, **55**:374
- 9 Hewish A, Bell S J, Pilkington J D H et al. Nature, 1968, **217**:709
- Van Kerkwijk M. H. Astro. Astrophys., 1995, **303**:497
- Rhoades C, Ruffini R. Phys. Rev. Lett., 1974, **32**:324
- Chandrasekhar. An Introduction to the Study of Stellar Structure, Chicago: University of Chicago Press, 1939
- 13 Wasserman I, Shapiro S L. Ap. J., 1983, **265**:1036
- 14 Ögelman H. The Lives of Neutron Stars. In: Kluwer, Dordrecht. NATO ASI Series, **C450**.101
- 15 Link B, Epstein R I, Lattimer J M. Phys. Rev. Lett., 2000, **astr-ph/9909146**(in press)

Study on Mass and Radius of Neutron Star Using Asymmetry Equation of State of Nuclear Matter *

LI Wen-Fei^{1,2} ZHANG Feng-Shou^{1,2,3} CHEN Lie-Wen^{1,2}

1 (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

2 (Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

3 (CCAST (World Laboratory), Beijing 100080, China)

Abstract By resolving Tolman-Oppenheimer-Volkoff equation based on a temperature, density, and isospin dependent nuclear equation of state of nuclear matter, we obtained the mass of neutron star as a function of central density, and the radius of neutron star was also investigated. It is found that both the maximum mass and the radius of neutron star strongly depend on the incompressibility, symmetry energy strength coefficient, and effective mass of nucleon. With the increment of the incompressibility and symmetry energy strength coefficient and the decrement of the nucleon effective mass, the maximum mass of neutron star increases. Meanwhile, the nuclear equation of state with large incompressibility, symmetry energy strength coefficient and nucleon effective mass results in relatively large neutron radius. These results imply that one can get some information about the nuclear equation of state by investigating the macroscopical variables of neutron stars such as mass and radius etc. The relationship of the mass and radius of neutron star is also investigated.

Key words mass, radius, neutron star, asymmetry equation of state of nuclear matter

Received 18 July 2000

* Supported by the National Natural Science Foundation of China(19875068, 19847002), the Major State Basic Research Development Program (G2000077407) and The Science Foundation of The Chinese Academy of Sciences