第25卷 第10期 高能物理与核物理 Vol.25, No.10
2001年10月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Oct.,2001

中子星的转动惯量与表面红移的研究*

李文飞[1,2] 张丰收[1,2,3] 陈列文[1,2]

1(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

2(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

3(中国高等科学技术中心 北京 100080)

摘要 在温度、密度及同位旋相关的核物质状态方程的基础上,通过求解Tolman-Oppenheimer-Volkoff方程,得到了中子星的转动惯量与表面红移.计算结果表明,中子星的转动惯量较强地依赖于核物质的不可压缩系数与对称能强度系数,而对核子有效质量不太敏感;中子星的表面红移却对对称能强度系数不太敏感,而较强地依赖于不可压缩系数与核子有效质量.

关键词 转动惯量 表面红移 中子星 非对称核物质状态方程

1 引言

中子星被人们认为是探索高密、同位旋非对称核物质状态方程的一个自然实验室.自从1967年贝尔发现第一个射电脉冲星以来[1],人们已经积累了很多中子星的观测数据,如何把这些观测数据与核物质状态方程联系起来是近30年来天文学界与核物理学界研究的热门课题.人们由核物质状态方程出发,利用广义相对论给出中子星的性质(如质量、半径、转动惯量等),然后与天文学观测结果比较,从而探索了一条研究核物质状态方程的新途径,同时为研究中子星提供了理论指导和研究方向.

中子星的转动惯量与表面红移是中子星的重要的可观测量.中子星的转动惯量又与中子星的结构以及中子星所表现出的现象(如中子星频率突增)等密切相关[2].本文在温度、密度以及同位旋相关的核物质状态方程的基础上,通过求解Tolman-Oppenheimer-Volkoff(TOV)方程[3,4],得到了中子星的转动惯量和表面红移,并在不同势参数下进行了计算比较.同时,本文还研究了转动惯量和表面红移与中子星质量之间的关联.

2 理论模型

在扩展的Skyrme有效相互作用下,利用Hartree-Fock理论可以得到一个温度 T、密度

2000-07-18 收稿

* 国家自然科学基金(19875068,19847002)、国家重点基础研究发展规划(G2000077407)和中国科学院基金资助

ρ 及相对中子过剩 δ 相关的单核子能量[5—9]

$$\varepsilon(\rho,T,\delta)=\frac{1}{2}T\left[\frac{C_{3/2}(\mu_{\tau_a})}{C_{1/2}(\mu_{\tau_a})}(1+\delta)^{5/3}+\frac{C_{3/2}(\mu_{\tau_a})}{C_{1/2}(\mu_{\tau_a})}(1-\delta)^{5/3}\right]+$$
$$\frac{1}{4}\left[a^1_{\tau_a}(1+\delta)+a^1_{-\tau_a}(1-\delta)\right]\rho+\frac{1}{4}\left[a^2_{\tau_a}(1+\delta)+a^2_{-\tau_a}(1-\delta)\right]\rho^{\gamma+1}+$$
$$\frac{1}{4}\left[a^3_{\tau_a}(1+\delta)+a^3_{-\tau_a}(1-\delta)\right]\rho^{5/3}+\frac{1}{4}\left[a^4_{\tau_a}(1+\delta)+a^4_{-\tau_a}(1-\delta)\right]\rho^{\gamma+5/3},\quad(1)$$

其中系数 $a^i_{\tau_a}(i=1,4)$的形式见文献[8],γ 和 $C_l(\mu_{\tau_a})$分别为 Skyrme 势参数和 Fermi-Dirac 积分,μ_{τ_a} 为自由核子(质子或中子)气体的化学势. 中子星属于冷星体,可按零温处理,这样单核子能量可表示为 $\varepsilon=\varepsilon(\rho,\delta)$,进而可求得压强 $P(\rho,\delta)=\rho^2\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)$. 本文计算中用到的势参数有 SKM,SKa,SG0 Ⅰ,RATP 和 SKI5,每一种势参数给出的核物质状态方程在饱和点处的不可压缩系数 K、有效质量 m^*/m 以及对称能强度系数 C 见表 1.

表 1　不同势参数在饱和点处给出的 k,m^*/m 以及 C

势参数	K/MeV	m^*/m	C/MeV
SKM	216.6	0.79	30.8
SKa	263.1	0.61	33.0
SG0 Ⅰ	261.6	0.61	45.3
RATP	239.4	0.67	29.3
SKI5	255.8	0.58	36.8

在当前的计算中认为中子星主要是由处于 β 平衡的 p,n,e^-,μ^-所组成,由电中性及 β 平衡条件可以得到中子星内部各组分之间的比例,详细论述见文献[10]. 描述中子星的基本方程是 TOV 方程[3,4]

$$\frac{\mathrm{d}P(r)}{\mathrm{d}r}=-G\frac{m(r)\rho(r)}{r^2}\left\{\left[1+\frac{P(r)}{c^2\rho(r)}\right]\left[1+\frac{4\pi r^3P(r)}{c^2m(r)}\right]\left[1-\frac{2Gm(r)}{c^2r}\right]^{-1}\right\},\quad(2)$$

$$\frac{\mathrm{d}m(r)}{\mathrm{d}r}=4\pi r^2\rho(r),\quad(3)$$

其中 $G=6.67\times10^{-8}\mathrm{cm}^3/\mathrm{g}\cdot\mathrm{s}^{-2}$为 Newton 万有引力常数,$c=2.9979\times10^{10}\mathrm{cm/s}$ 为真空中的光速. $P(r)$和 $\rho(r)$分别为压力和质量密度,$m(r)$为包含在半径 r 内的引力质量. 只要知道压强 P 和质量密度 ρ 之间的关系 $P(r)=P(\rho(r))$,给定中子星的中心密度 ρ_c 或等价地给定中子星的中心压强 $P_c=P(\rho_c)$后,即可利用边界条件 $m(0)=0$ 及 $P(R)=P_s$,通过积分(2)式和(3)式得到 TOV 方程的解 $m(r;\rho_c)$与 $P(r;\rho_c)$,它们依赖于中心密度 ρ_c 的选取. 其中 P_s 为中子星表面处的压强,一般取为 0 或铁的压强.

对于一个缓慢转动的中子星[11],其转动惯量 I 是由在无穷远惯性系中观察到的中子星的角动量 J 和角速度 Ω 来确定的. 以角速度 Ω 转动的中子星将会导致中子星结构的改变,其改变程度正比于 Ω/Ω_c,其中 $\Omega_c=(M_g/R^3)^{1/2}$,M_g 为中子星的引力质量. 在最低阶近似下,中子星的转动惯量为[12]

$$I = \frac{8\pi}{3}\int_0^R \frac{[\rho(r) + P(r)/c^2]r^4 e^{-\Phi(r)}\bar{\omega}}{[1-2m(r)G/rc^2]^{1/2}}\frac{\bar{\omega}}{\Omega}\mathrm{d}r,$$

其中 $\Phi(r)$ 由下式决定

$$-\frac{\mathrm{d}\Phi(r)}{\mathrm{d}r} = \frac{1}{c^2\rho(r)+P(r)}\frac{\mathrm{d}P(r)}{\mathrm{d}r},$$

而角速度可由下式得到

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2 j(r)\frac{\mathrm{d}\bar{\omega}(r)}{\mathrm{d}r}\right) + 4r^3\frac{\mathrm{d}j(r)}{\mathrm{d}r}\bar{\omega}(r) = 0, \tag{6}$$

其中

$$j(r) = [1-2m(r)G/rc^2]^{1/2}e^{-\Phi(r)}. \tag{7}$$

由 TOV 方程(2)和(3)求出中子星质量分布 $m(r)$ 后,结合(1)式即可求解方程(4)—(7),从而得到中子星的转动惯量. 其边界条件如下

$$\left.\frac{\mathrm{d}\bar{\omega}}{\mathrm{d}r}\right|_{r=0} = 0, \tag{8}$$

$$\Phi(\infty) = 0, \tag{9}$$

$$\bar{\omega}(R) = \Omega - \frac{R}{3}\left.\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}r}\right|_{r=R} \tag{10}$$

对于任意给定的 $\bar{\omega}_c$,选择中子星中心的 $\omega(0)=\bar{\omega}_c$,即可由(10)式决定 Ω.

星体的表面红移是研究星体结构的一个重要可观测量. 假定发光星体放出光子的能量为 $h\nu$,那么在无穷远处接收到的光子的能量将不再是 $h\nu$,因为光子要克服星体的引力势而损失一部分能量,从而频率变小,波长增大,故称之为引力红移. 中子星的表面(引力)红移为[13].

$$z = \left(1-\frac{2GM_g}{c^2R}\right)^{-1/2} - 1. \tag{11}$$

对中子星结构进行探索的一个重要信息源就是对 γ 射线爆炸中红移对湮没线的观测. 人们已经记录了许多 γ 射线爆炸事件[14],对质量为 1.4—1.5$M_\odot$($M_\odot = 1.99\times10^{33}$g,为太阳质量)的中子星,发现红移取值的主要范围为 $z=0.25$—0.35.

3 结果与讨论

图1给出了在势参数 SKM,SKa,SG0Ⅰ,RATP 和 SKI5 下,中子星的转动惯量 I 随 ρ_c 的变化关系. 从图中可以看到,随着 ρ_c 的变化,各种势参数都给出一个最大的转动惯量,而且所给出的最大转动惯量有着明显的差别. 各种势参数给出的核物质在饱和点的性质见表1. 注意到 SKa 和 SG0Ⅰ给出的 K 与 m^*/m 几乎相同,但 SG0Ⅰ给出的对称能强度系数较大(45.3MeV),而 SKa 给出的对称能强度系数相比较小(33.0MeV). 由它们给出的最大转动惯量分别为 3.34×10^{45} 和 $2.65\times10^{45}\,\mathrm{g\cdot cm^2}$,可见,较大的对称能强度系数将会给出较大的转动惯量. 势参数 SKI5,SG0Ⅰ和 SKa 给出的核物质不可压缩系数较硬,而势参数 SKM 和 RATP 给出的核物质不可压缩系数较软. 由图可见,势参数 SKI5,SG0Ⅰ和 SKa 给

出的最大转动惯量要明显地大于势参数 SKM 和 RATP 给出的最大转动惯量. 所以,硬的核物质状态方程将会给出较大的转动惯量. 势参数 SKM 和 RATP 尽管有着很不同核子有效质量,但给出的最大转动惯量相差不大,这说明核子有效质量对中子星的转动惯量影响不大.

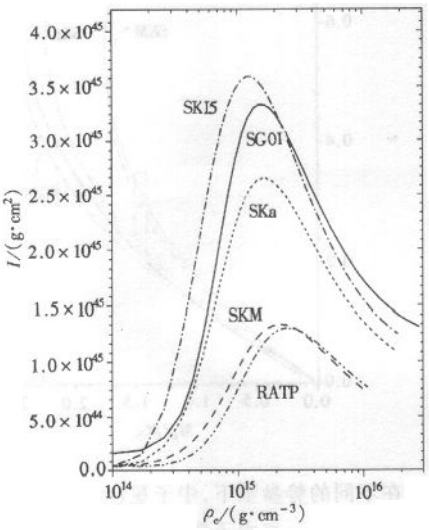

图 1　在不同的势参数下,中子星(n,p,e⁻,μ⁻)的转动惯量 I 随中心密度 ρ_c 的关系

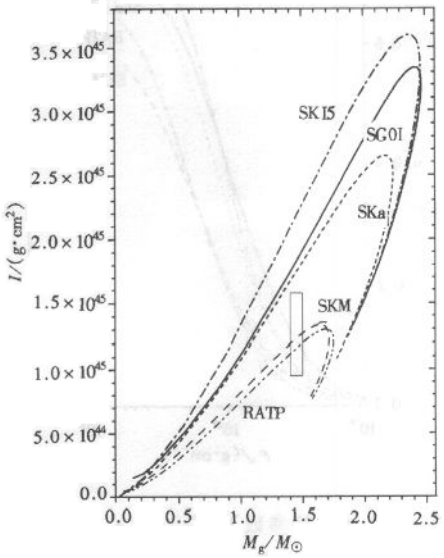

图 2　在不同的势参数下,中子星(n,p,e⁻,μ⁻)的转动惯量 I 与中子星质量 M_g 的关联

图 2 在势参数 SKM,SKa,SG0Ⅰ,RATP 和 SKI5 下,给出了中子星的转动惯量 I 与中子星质量 M_g 的关联. 关于中子星的质量,在我们以前的工作中已做过详细的研究[15]. 由它们给出的对应中子星最大质量处的转动惯量 I 分别为 1.2×10^{45},2.5×10^{45},3.2×10^{45},1.2×10^{45} 和 $3.35\times10^{45}\,\mathrm{g\cdot cm^2}$. 如果假定中子星的质量为 1.4—$1.5M_\odot$,人们观测到的中子星的转动惯量大约为 $9.5\times10^{44}\,\mathrm{g\cdot cm^2} < I < 1.58\times10^{45}\,\mathrm{g\cdot cm^2}$[16],图中方框表示天文学观测范围,可以看到,采用较软的势参数 SKM 和 RATP 给出的计算结果与天文学观测是相符合的.

图 3 在势参数 SKM,SKa,SG0Ⅰ,RATP 和 SKI5 下,给出了中子星的表面红移 z 随 ρ_c 的变化关系. 可以看到,势参数 SKI5,SG0Ⅰ和 SKa 给出的表面红移较大,而势参数 RATP 和 SKM 给出的表面红移较小,因此,较硬的状态方程给出的中子星表面红移较大. 势参数 SG0Ⅰ和 SKa 给出的中子星表面红移相差不大,这似乎说明中子星的表面红移受核物质的对称能强度系数影响不大. 从图中还可以看到,势参数 RATP 给出的中子星表面红移明显地大于势参数 SKM 给出的结果,而这两种势参数给出的核物质在饱和点的 K 与 C 相差不大,但势参数 RATP 有着较大的核子有效质量,这说明有着较大核子有效质量的核物质状态方程将会给出较大的中子星表面红移.

图 4 在势参数 SKM,SKa,SG0Ⅰ,RATP 和 SKI5 下,给出了中子星的表面红移 z 与中子星质量 M_g 的关联. 天文学观测到的中子星表面红移范围为 0.25—0.35[14]. 假定中子星

的质量为1.4—1.5$M_{\odot}$,图中方框给出了天文学观测范围.采用较软的势参数RATP,SKM给出的计算结果与天文学观测到的中子星表面红移范围是相符合的.

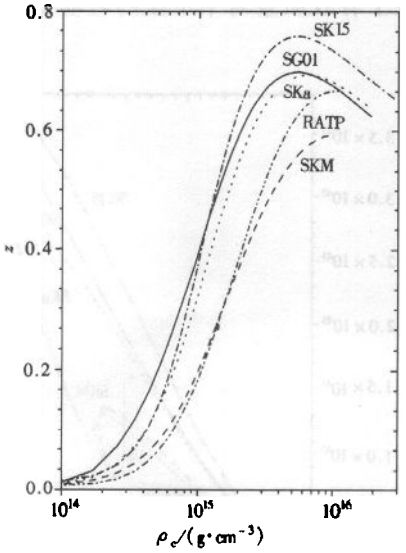

图3 在不同的势参数下,中子星(n,p,e⁻,μ⁻)的表面红移 z 随中心密度 ρ_c 的变化关系

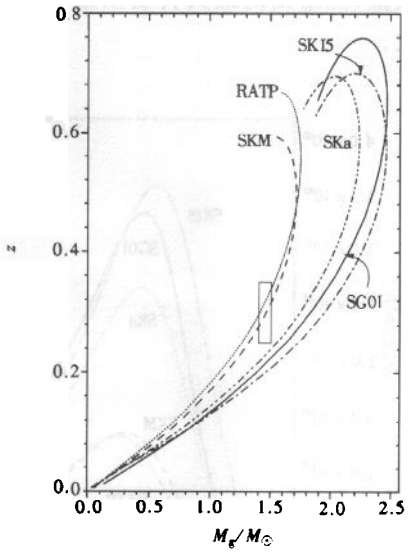

图4 在不同的势参数下,中子星(n,p,e⁻,μ⁻)的表面红移 z 与中子星质量 M_g 的关联

4 总结

基于温度、密度及同位旋相关的核物质状态方程,通过求解TOV方程,在不同的势参数下得到了中子星的转动惯量和表面红移.计算结果表明中子星的转动惯量较强地依赖于核物质的不可压缩系数与对称能强度系数,而对核子有效质量不太敏感;中子星的表面红移较强地依赖于不可压缩系数与核子有效质量,而对对称能强度系数不太敏感.本文同时给出了转动惯量和表面红移与中子星质量之间的关联,通过与天文学的观测结果比较发现,较软的核物质状态方程给出的结果更接近天文学观测结果.

参考文献(References)

1 Hewish A, Bell S J, Pikington J D F. Nature, 1968, **217**:709

2 Link B, Epstein R I, Lattimer J M. Phys. Rev. Lett., 1999, **83**:3362, (astr-ph/9909146)

3 Tolman R C. Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1934, **20**:3

4 Oppenheimer J R, Volkoff G M. Phys. Rev., 1939, **55**:374

5 ZHANG Feng-Shou, GE Ling-Xiao. Nuclear Multifragmentation. Beijing: Science Press, 1998 (in Chinese)
(张丰收,葛凌霄.原子核多重碎裂,北京:科学出版社,1998)

6 ZHANG F S. Z. Phys., 1996, **A356**:163

7 CHEN Lie-Wen, ZHANG Feng-Shou. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1999, **23**(12):1197 (in Chinese)
(陈列文,张丰收.高能物理与核物理,1999,**23**(12):1197)

8 ZHANG Feng-Shou, CHEN Lie-Wen. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1999, **23**(12):1190 (in Chinese)
(张丰收,陈列文.高能物理与核物理,1999,**23**(12):1190)

9 ZHANG Feng-Shou, GE Ling-Xiao. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1992, **16**:666 (in Chinese)
(张丰收,葛凌霄. 高能物理与核物理,1992,**16**:666)
10 ZHANG F S, CHEN L W. Chin. Phys. Lett., 2001, **18**(1):142
11 Kalogera V, Psaltis D. Phys. Rev., 2000, **D61**:024009
12 Arnett W D, Bowers R L. Astrophys. J. Supp., 1977, **33**:415
13 Wiringa R B, Fiks V, Fabrocini A. Phys. Rev., 1988, **C38**(2):1010
14 LIANG E P. Astrophys. J, 1986, **304**(2):682
15 LI Wen-Fei, ZHANG, Feng-Shou, CHEN Lie-Wen. High Energy Phys. and Nucl., Phys., 2001 **25**(9):877 (in Chinese)
(李文飞,张丰收,陈列文. 高能物理与核物理,2001,**25**(9):877)
16 M ϕ lnvik T, Φ stgaard E. Nucl. Phys., 1985, **A437**:239

On the Moment of Inertia and Surface Redshift of Neutron Star*

LI Wen-Fei[1,2]　ZHANG Feng-Shou[1,2,3]　CHEN Lie-Wen[1,2]

1(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou* 730000, *China*)

2(*Institute of Modern Physics, The Chinese Academy of Sciences, Lanzhou* 730000, *China*)

3(*CCAST* (*World Laboratory*), *Beijing* 100080, *China*)

Abstract Using temperature, density and isospin dependent nuclear equation of state, we calculated the moment of inertia and surface redshift of neutron star by resolving Tolman-Oppenheimer-Volkoff equation. It is found that the moment of inertia and surface redshift strongly depend on the nuclear equation of state. The equation of state with high value of uncompressibility and symmetry energy strength coefficient provides a big moment of inertia, while effective mass of nucleon has almost no effect on moment of inertia. Meanwhile, the equation of state with high value of uncompressibility and effective mass of nucleon provides a big surface redshift, while the symmetry energy strength coefficient has almost no effect on surface redshift of neurtun star. The relationship between moment of inertia and mass is also given in this paper. By comparing the calculated results with the one obtained semiempirically from astronomy, we find that a softer equation of state can provide a more reasonable result.

Key words moment of inertia, surface redshift, neutron star, asymmetry nuclear equation of state

Received 18 July 2000

* Supported by National Natural Science Foundation of China (19875068, 19847002), Major State Basic Research Development Program (G2000077407) and Science Foundation of The Chinese Academy of Sciences