

# σ介子的自相互作用对核物质物态方程的影响\*

陈伟 艾保全 郑小平 刘良钢  
(中山大学物理系 广州 510275)

**摘要** 在相对论  $\sigma-\omega$  模型里, 详细讨论了  $\sigma$  介子的自相互作用参数对正常核物质物态方程的影响, 特别是对核物质的不可压缩系数、有效质量, 以及  $\sigma$  介子与核子、 $\omega$  介子与核子之间的耦合常数的影响, 发现这些参数与核物质的性质之间有紧密的联系。同时, 利用这些结果研究了相对论  $\sigma-\omega-\pi$  模型下  $\Delta$  共振态核物质的结合能和压强与温度之间的关系, 并同我们以前的结果作了比较, 得到了一些有意义的结果。在以上所有的分析中, 考虑了核子、 $\Delta$  粒子和  $\sigma$  介子的真空起伏。

**关键词** 自相互作用 物态方程 重整化 真空起伏

## 1 引言

长期以来, 对核物质物态方程的研究是核理论的一个重要部分, 它主要涉及到核物质的结合能、压强、不可压缩系数以及有效质量等研究。人们已经用非相对论形式对核物质的物态方程进行了广泛地研究, 但是有相对论碰撞形成的高温高密度核物质的性质无法用非相对论形式来描述。受 Walecka 模型的启发, 许多人在相对论量子强子动力学的框架内<sup>[1,2]</sup>提出了不同的模型用以研究核物质的物态方程。这些模型都能够很好地得到核物质的结合能, 但是不可压缩系数就不能如此令人满意。在有些模型<sup>[1,3]</sup>里, 不可压缩系数比实验值( $\kappa = 300 \pm 50 \text{ MeV}$ )大很多。为了得到接近实验值的不可压缩系数, 不少人在 Walecka 模型里引入了  $\sigma$  介子的自相互作用  $U(\sigma) = a\sigma + \frac{1}{2!}b\sigma^2 + \frac{1}{3!}c\sigma^3 + \frac{1}{4!}d\sigma^4$ , 比如, ZM 模型<sup>[4]</sup>。在这个模型里, 他们在三、四次方系数里引进了导数耦合, 得到了接近实验值的不可压缩系数( $\kappa = 225 \text{ MeV}$ ), 在饱和密度处, 核子的有效质量与自由质量之比是 0.85, 这个结果是比较好的。对于质量的问题, M. Jaminon 和 C. Mahaux 在文献[6]中作过详细讨论。但由于存在导数耦合, 给计算高阶图的贡献带来困难。我们在这篇文章里主要研究了  $U(\sigma)$  中的系数对核物质的不可压缩系数、有效质量和耦合常数  $g_{\sigma NN}, g_{\omega NN}$  的

1999-12-03 收稿, 2000-02-28 收修改稿

\* 国家自然科学基金(19775072)和广东省自然科学基金(970130)资助

影响,发现他们是紧密关联的。已经有许多人用这些参数对核物质<sup>[7]</sup>和中子星<sup>[8—10]</sup>的性质进行了研究,但是他们都用的是平均场近似,并且对这些参数对核物质物态方程的影响未进行彻底地研究。我们认为有必要对这些参数的作用进行深入的研究,这主要是因为在相对论  $\sigma-\omega$  模型中,要使不可压缩系数的理论计算值与实验值接近,就必须考虑这些参数的影响。同时,这也有助于对  $\sigma$  介子自相互作用的认识。H. Kouno 等研究过这些参数,他们引进了一个新的量,即核物质饱和曲线的三次微分<sup>[11,12]</sup>从而确定一组关于几个参数的方程组。在他们的研究中,我们发现核物质的不可压缩系数和有效质量随参数的变化而变化,但他们之间的变化关系还不是很清楚。A. Mishra 等研究了当  $U(\sigma)$  中的四次方系数(即  $d$ )为 0 时,核物质的不可压缩系数和有效质量与其三次方系数(即  $c$ )的关系<sup>[13]</sup>。在这些研究基础上,我们在更一般的情况下研究核物质的不可压缩系数、有效质量和耦合常数  $g_{\sigma NN}, g_{\omega NN}$  与这些参数的关系。在研究中,没有引入其它附加条件。同时,还考虑了核子和  $\sigma$  介子的真空起伏,这时,会出现重整化问题,即核物质的有效质量和不可压缩系数依赖重整化条件的选取。在这里,试图更清楚地阐述核物质的上述有关性质与  $U(\sigma)$  的参数  $b, c, d$  之间的关系。在特殊情况下,我们的结果与文献[13]的结果一致。另外,还用上述结果在相对论  $\sigma-\omega-\pi$  模型<sup>[14]</sup>下研究了  $\Delta$  共振态核物质在有限温度下的压强,并同我们以前的结果<sup>[15]</sup>作了比较。

第二节,回顾了相对论  $\sigma-\omega$  模型下核物质的结合能和压强公式;第三节是数值计算结果;在第四节,利用相对论  $\sigma-\omega-\pi$  模型计算了  $\Delta$  共振态核物质在有限温度下的结合能和压强;第五节是总结和讨论。

## 2 相对论 $\sigma-\omega$ 模型下核物质的结合能和压强

利用相对论  $\sigma-\omega$  模型<sup>[16]</sup>研究了核物质的结合能和压强。为简单起见,只给出这个模型的拉格朗日密度以及由此得到的核物质的结合能和压强。理论推导细节请参考文献[17]。

重整化的拉格朗日密度  $L_R$  如下:

$$L_R = L_0 + L_{int} + L_{ct}, \quad (2.1)$$

$L_0$  定义为核物质中“自由”的核子和  $\sigma$  介子,  $\omega$  介子的自由拉氏量,  $L_{int}$  为相互作用项,  $L_{ct}$  为补偿项。

$$L_0 = \bar{\psi}(i\gamma_\mu \tilde{\partial}^\mu - \tilde{m}_n)\psi + \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - \frac{1}{2}\tilde{m}_\sigma^2\phi^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\bar{\omega}_\mu^2 - \frac{1}{4}(\partial_\mu\bar{\omega}_\nu - \partial_\nu\bar{\omega}_\mu)^2, \quad (2.2)$$

式中  $\tilde{\partial}^\mu = \partial^\mu + ig_{\omega NN}\tilde{V}g^{\mu 0}$ 。 $\psi, \phi, \bar{\omega}_\mu$  分别是核子、 $\sigma$  介子和  $\omega$  介子的场算符,  $\tilde{m}_n, \tilde{m}_\sigma$  分别是核子和  $\sigma$  介子的有效质量。

$$\tilde{m}_n = g_{\sigma NN}\tilde{v}, \quad (2.3)$$

$$\tilde{m}_\sigma^2 = b + c\tilde{v} + \frac{1}{2}d\tilde{v}^2, \quad (2.4)$$

$$L_{int} = -z_g g_{\sigma NN}\bar{\psi}\psi\phi - \tilde{\lambda}_1\phi - \frac{1}{3!}\tilde{\lambda}_3\phi^3 - \frac{1}{4!}\tilde{\lambda}_4\phi^4 - g_{\omega NN}\bar{\psi}\gamma_\mu\psi\bar{\omega}^\mu + m_\omega^2\tilde{V}\omega_0, \quad (2.5)$$

$$\tilde{\lambda}_1 = z_a a + z_b b \tilde{v} + \frac{1}{2} z_c c \tilde{v}^2 + \frac{1}{3!} z_d d \tilde{v}^3 \quad (2.6)$$

$$\tilde{\lambda}_3 = z_c c + z_d d \tilde{v}, \quad (2.7)$$

$$\tilde{\lambda}_4 = z_d d. \quad (2.8)$$

在真空状态时,  $\tilde{v} \rightarrow v$  则  $\tilde{\lambda}_i \rightarrow \lambda_i$ ,  $i = 1, 3, 4$ .

$$\lambda_1 = z_a a + z_b b v + \frac{1}{2} z_c c v^2 + \frac{1}{3!} z_d d v^3 \quad (2.9)$$

$$\lambda_3 = z_c c + z_d d v, \quad (2.10)$$

$$\lambda_4 = z_d d. \quad (2.11)$$

$$L_{\alpha} = (z_F - 1) \bar{\psi} i \gamma_\mu \partial^\mu \psi - \delta \tilde{m}_n \bar{\psi} \psi + \frac{1}{2} (z_m - 1) (\partial \phi)^2 - \frac{1}{2} \delta \tilde{m}_\sigma^2 \phi^2 - U_R(\tilde{v}) + \frac{1}{2} m_\omega^2 \tilde{V}^2 \quad (2.12)$$

$$\delta \tilde{m}_n = (z_g - 1) \tilde{m}_n, \quad (2.13)$$

$$\delta \tilde{m}_\sigma^2 = (z_b - 1) b + (z_c - 1) c \tilde{v} + \frac{1}{2} (z_d - 1) d \tilde{v}^2, \quad (2.14)$$

$$U_R(\tilde{v}) = z_a a \tilde{v} + \frac{1}{2} z_b b \tilde{v}^2 + \frac{1}{3!} z_c c \tilde{v}^3 + \frac{1}{4!} z_d d \tilde{v}^4, \quad (2.15)$$

在单圈图近似下, 得到的能量密度

$$\begin{aligned} \epsilon = & \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_{k_F} dk \tilde{E}_n(k) + \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_{\infty} dk (E_n(k) - \tilde{E}_n(k)) + \\ & \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_{\infty} dk \left( \frac{1}{2} \tilde{E}_\sigma(k) - \frac{1}{2} E_\sigma(k) \right) + \lambda_1^{(1)} (\tilde{v} - v) + \frac{1}{2} \lambda_2^{(1)} (\tilde{v} - v)^2 + \\ & \frac{1}{3!} \lambda_3^{(1)} (\tilde{v} - v)^3 + \frac{1}{4!} \lambda_4^{(1)} (\tilde{v} - v)^4 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \tilde{V}^2 + g_{\omega NN} \tilde{V} \rho_B. \end{aligned} \quad (2.16)$$

上式中,  $k_F$  是核物质的费米动量,  $\tilde{E}_\alpha(k) = \sqrt{k^2 + \tilde{m}_\alpha^2}$ ,  $\alpha = n, \sigma$ ;  $\gamma$  是核子的自旋同位旋简并因子, 对核物质,  $\gamma = 4$ ;  $\lambda_2^{(1)} = m_\sigma^2 + \delta m_\sigma^2$ ,  $m_\sigma^2, \delta m_\sigma^2$  分别对应于真空时的(2.4)和(2.14)式;  $\lambda_i^{(1)}, i = 1, 3, 4$  表示在真空状态时, 并在单圈图近似下所定出的耦合常数(2.9)—(2.11)式.  $\lambda_{1,3,4}^{(1)} = \lambda_{1,3,4}^{(0)} + \delta \lambda_{1,3,4}$ ,  $\lambda_{1,3,4}^{(0)}$  为(2.9)—(2.11)式中  $z_a = z_b = z_c = z_d = 1$  时的表达式.

在(2.16)中的第二、三项是发散的, 需作重整化以消除发散项. 在文献[17]中, 我们选取重整化条件:  $\frac{\partial \epsilon}{\partial \tilde{v}^i} \Big|_{\rho_B \rightarrow 0, \tilde{v} \rightarrow v} = 0, i = 1, 3, 4$ ,  $\frac{\partial \epsilon}{\partial \tilde{v}^2} \Big|_{\rho_B \rightarrow 0, \tilde{v} \rightarrow v} = m_\sigma^2$ , 并置  $a = c = d = 0$  得到了核物质的结合能曲线, 其不可压缩系数  $\kappa = 462$ . 在这里, 我们取重整化条件:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \tilde{v}^i} \Big|_{\rho_B \rightarrow 0, \tilde{v} \rightarrow v} = \lambda_i^{(0)}, i = 1, 3, 4, \frac{\partial \epsilon}{\partial \tilde{v}^2} \Big|_{\rho_B \rightarrow 0, \tilde{v} \rightarrow v} = m_\sigma^2. \quad (2.17)$$

对  $\sigma$  介子的传播子和顶角函数重整化, 最终结果可写成下面形式:

$$\epsilon = \epsilon_{MF} + \epsilon_{qf}^N + \epsilon_{qf}^\sigma, \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{MF} &= \frac{\gamma}{(2\pi)^3} \int_{kF} d\mathbf{k} \tilde{E}_n(\mathbf{k}) + \frac{1}{2} m_\sigma^2 (\bar{v} - v)^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \tilde{V}^2 + g_{\sigma NN} \tilde{V} \rho_B + \\ &\lambda_1^{(0)} (\bar{v} - v) + \frac{1}{2} \lambda_2^{(0)} (\bar{v} - v)^2 + \frac{1}{3!} \lambda_3^{(0)} (\bar{v} - v)^3 + \frac{1}{4!} \lambda_4^{(0)} (\bar{v} - v)^4, \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{qf}^N &= \frac{\gamma}{16\pi^2} \left[ \frac{1}{2} \tilde{m}_n^4 \ln \frac{m_n^2}{\tilde{m}_n^2} + m_n^3 (\tilde{m}_n - m_n) + \frac{7}{2} m_n^2 (\tilde{m}_n - m_n)^2 + \right. \\ &\left. \frac{13}{3} m_n (\tilde{m}_n - m_n)^3 + \frac{25}{12} (\tilde{m}_n - m_n)^4 \right], \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\epsilon_{qf}^\sigma = \frac{m_\sigma^4}{64\pi^2} F\left(\frac{\tilde{m}_n^2}{m_\sigma^2}\right) - \frac{\lambda_3^{(0)2}}{32\pi^2 m_\sigma^2} \left[ \frac{1}{6} \lambda_3^{(0)} (\bar{v} - v)^3 + \frac{1}{4} \left( \lambda_4^{(0)} - \frac{1}{72 m_\sigma^2} \lambda_3^{(0)2} (\bar{v} - v)^4 \right) \right], \quad (2.21)$$

$$F(x^2) = x^4 \ln x^2 - \frac{3}{2} (x^4 - 1) + 2(x^2 - 1), \quad (2.22)$$

### 3 数值计算

在(2.19)式中,有待确定参数为  $a, b, c, d$ (或者  $\lambda_1^{(0)}, \lambda_3^{(0)}, \lambda_4^{(0)}$ , 它们与  $a, b, c, d$  的关系见(2.9)–(2.11)式),  $g_{\sigma NN}, g_{\omega NN}$ , 其中  $d$ (或者  $\lambda_4^{(0)}$ )必须是正的, 以确保  $\sigma$  介子的真空态是稳定的<sup>[18]</sup>. 取  $a=0, c$  和  $d$  都不为零, 其它参数值与文献[17]相同, 需说明的是取  $a=0$  并不影响以下计算所得出的结论. 为了使得到的结合能曲线有接近实验值的不可压缩系数, 分别固定  $\lambda_3^{(0)}$  和  $\lambda_4^{(0)}$ , 取不同的  $\lambda_1^{(0)}$ , 调节  $g_{\sigma NN}, g_{\omega NN}$  得到结合能曲线. 在数值计算中发现  $\lambda_1^{(0)}$  的值大约在  $1 \times 10^6 [\text{MeV}]^3$  左右, 不能过大也不能过小, 否则得不到一个真实的结合能曲线. 重点研究不可压缩系数与  $x_n = \frac{\tilde{m}_n}{m_n}$  在  $\rho_B = \rho_0$  处的值在给定  $\lambda_4^{(0)}$  时与  $\lambda_3^{(0)}$  的关系分别如图 1 中的 3,4 曲线, 以及它们在  $\lambda_3^{(0)}$  给定时随  $\lambda_4^{(0)}$  的变化关系如图 2 中的 3,4 曲线. 同时还研究了耦合常数  $g_{\sigma NN}, g_{\omega NN}$  在  $\lambda_4^{(0)}$  给定时随  $\lambda_3^{(0)}$  的变化(分别如图 1 中的 1,2)以及在  $\lambda_3^{(0)}$  给定时随  $\lambda_4^{(0)}$  的变化(如图 2 中的 1,2 曲线).

为了更清楚起见, 将一组参数值列在表 1 中.

表 1 模型在饱和密度  $\rho_0 = 0.19 \text{ fm}^{-3}$  时得到的一些参数值, 其它参数值为  
 $938 \text{ MeV}, m_\sigma = 550 \text{ MeV}, m_\omega = 780 \text{ MeV}$ .

$g_{\sigma NN}$	$\rho_{\sigma NN}$	$c/m_n$	$d$	$\lambda_1^{(0)}/m_n^3$	$\lambda_3^{(0)}/m_n$	$\lambda_4^{(0)}$	$k$	$\tilde{m}_n/m_n$
5.79	9.78	3.66	9.07	0.0012	5.00	9.07	363	0.672
6.64	9.67	3.33	11.08	0.0013	5.00	11.08	285	0.678
6.49	9.56	3.01	12.93	0.0015	5.00	12.93	206	0.684
6.76	9.78	3.52	10.27	0.0012	5.04	10.27	356	0.672
6.67	9.68	3.44	10.27	0.0013	4.98	10.27	298	0.677

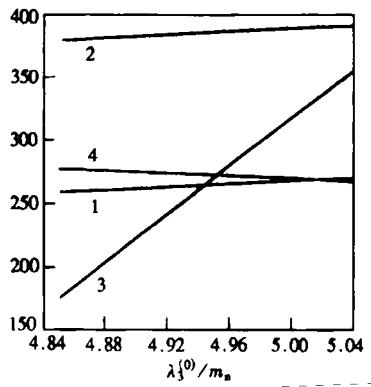


图1 有关核物质的一些物理量在  $\lambda_4^{(0)} = 10.27$  时, 随  $\lambda_3^{(0)}/m_n$  的变化关系  
曲线 1,2,3,4 分别是核子与  $\sigma$  介子的耦合常数  $g_{\sigma NN}$  (扩大了 40 倍)、核子与  $\omega$  介子的耦合常数  $g_{\omega NN}$  (扩大了 40 倍)、不可压缩系数、有效质量与自由质量比  $x_n = \tilde{m}_n/m_n$  (扩大了 400 倍) 随  $\lambda_3^{(0)}/m_n$  的变化关系.

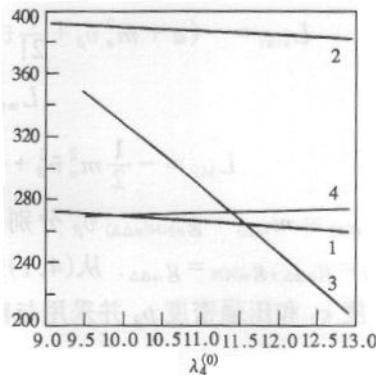


图2 有关核物质的一些物理量在  $\lambda_3^{(0)}/m_n = 5.00$  时, 随  $\lambda_4^{(0)}$  的变化关系  
曲线 1,2,3,4 分别是核子与  $\sigma$  介子的耦合常数  $g_{\sigma NN}$  (扩大了 40 倍)、核子与  $\omega$  介子的耦合常数  $g_{\omega NN}$  (扩大了 40 倍)、不可压缩系数、有效质量与自由质量比  $x_n = \tilde{m}_n/m_n$  (扩大了 400 倍) 随  $\lambda_4^{(0)}$  的变化关系.

#### 4 $\Delta$ 共振态核物质在有限温度下的性质

在高能重离子碰撞中, 当碰撞能量为 2—3GeV/A 时, 大约 30% 的核子被激发成为  $\Delta$  粒子、 $N^*$  等, 因而形成一种新的物质, 即  $\Delta$  共振态核物质<sup>[19,20]</sup>, 对这种物质的性质已有一些理论计算<sup>[21]</sup>, 但仍有必要做详细的理论研究. 在这一节, 利用相对论  $\sigma - \omega - \pi$  模型和上面的结果研究了  $\Delta$  共振态核物质在有限温度下的性质, 采用了文献[14,15]中的拉格朗日密度, 其形式如下:

$$\begin{aligned}
 L_{\sigma-\omega-\pi} = & \bar{\psi} [ i\gamma_\mu (\partial^\mu + ig_{\omega NN} \tilde{V}_{\beta\theta} g^{\mu 0}) - \tilde{m}_n ] \psi + \frac{1}{2} (\partial\phi)^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \phi^2 - \\
 & \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu^2 - \bar{\psi}^\alpha [ i\gamma_\mu (\partial^\mu + ig_{\omega\Delta\Delta} \tilde{V}_{\beta\theta} g^{\mu 0}) - \tilde{m}_\Delta ] g_{\alpha\beta} + \\
 & \gamma_\alpha [ i\gamma_\mu (\partial^\mu + ig_{\omega\Delta\Delta} \tilde{V}_{\beta\theta} g^{\mu 0}) + \tilde{m}_\Delta ] \gamma_\beta - i [ \gamma_\alpha (\partial_\beta + ig_{\omega\Delta\Delta} \tilde{V}_{\beta\theta} g_{\beta 0}) + \\
 & \gamma_\beta (\partial_\alpha + ig_{\omega\Delta\Delta} \tilde{V}_{\beta\theta} g_{\alpha 0}) ] \psi^\beta + \frac{1}{2} (\partial\pi)^2 - \frac{1}{2} m_\pi^2 \pi^2 + \\
 & L_{\sigma NN} - L_{\omega NN} - L_{\sigma\Delta\Delta} + L_{\omega\Delta\Delta} + L_{\sigma_{int}} + L_{\omega_{tp}} + L_{MF}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

这里,

$$L_{\sigma NN} = g_{\sigma NN} \bar{\psi} \phi \psi, \tag{4.2}$$

$$L_{\omega NN} = g_{\omega NN} \bar{\psi} \gamma^\mu \phi \omega_\mu, \tag{4.3}$$

$$L_{\sigma\Delta\Delta} = g_{\sigma\Delta\Delta} \bar{\psi}^\alpha (g_{\alpha\beta} - \gamma_\alpha \gamma_\beta) \phi \psi^\beta, \tag{4.4}$$

$$L_{\omega\Delta\Delta} = g_{\omega\Delta\Delta} \bar{\psi}^\alpha [ \gamma_\mu \omega^\mu g_{\alpha\beta} + \gamma_\alpha \gamma^\mu \bar{\omega}_\mu \gamma_\beta - \gamma_\alpha \bar{\omega}_\beta - \gamma_\beta \bar{\omega}_\alpha ] \psi^\beta, \tag{4.5}$$

$$L_{\text{int}} = - (a + m_\sigma^2 \bar{v}_\beta + \frac{c}{2!} \bar{v}_\beta^2 + \frac{1}{3!} d \bar{v}_\beta^3) \phi + \frac{1}{3!} (c + d \bar{v}_\beta) \phi^3 - \frac{1}{4} d \phi^4 \quad (4.6)$$

$$L_{\text{wip}} = m_\omega^2 \tilde{V}_\beta g^{\mu 0} \bar{\omega}^\mu \quad (4.7)$$

$$L_{\text{MF}} = - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \bar{v}_\beta^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \tilde{V}_\beta^2 \left( a \bar{v}_\beta + \frac{1}{3!} c \bar{v}_\beta^3 + \frac{1}{4!} d \bar{v}_\beta^4 \right), \quad (4.8)$$

其中  $\tilde{m}_{n(\Delta)} = m_{n(\Delta)} - g_{\sigma NN(\sigma \Delta \Delta)} \bar{v}_\beta$  分别是核子和  $\Delta$  粒子的有效质量. 在普适情况下<sup>[22]</sup>, 假设  $g_{\sigma NN} = g_{\sigma \Delta \Delta}$ ,  $g_{\omega NN} = g_{\omega \Delta \Delta}$ . 从(4.1)式出发, 可以得到  $\Delta$  共振态核物质在有限温度下的能量密度  $\epsilon_\beta$  和压强密度  $p_\beta$  并采用与前面相同的重整化步骤, 可以得到  $\epsilon_\beta$  和  $p_\beta$  为:

$$\begin{aligned} \epsilon_\beta = & - \frac{1}{2} m_\omega^2 \tilde{V}_\beta^2 + g_{\omega NN} \tilde{V}_\beta \rho_B + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \bar{v}_\beta^2 + \frac{\gamma_N}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p} (\tilde{E}_N(\mathbf{p}) (f_n^+ + f_n^-)) + \\ & \frac{\gamma_\Delta}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p} (\tilde{E}_\Delta(\mathbf{p}) (f_\Delta^+ + f_\Delta^-)) + \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k} (E_\sigma(\mathbf{k}) f_\sigma + E_\omega(\mathbf{k}) f_\omega + \\ & 3E_\pi(\mathbf{k}) f_\pi) + \lambda_1^{(0)} (\bar{v} - v) + \frac{1}{2} \lambda_2^{(0)} (\bar{v} - v)^2 + \frac{1}{3!} \lambda_3^{(0)} (\bar{v} - v)^3 + \\ & \frac{1}{4!} \lambda_4^{(0)} (\bar{v} - v)^4 + \epsilon_{qf}^{(N)} + \epsilon_{qf}^{(\Delta)}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} p_\beta = & \frac{1}{2} m_\omega^2 \tilde{V}_\beta^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \bar{v}_\beta^2 - \frac{\gamma_N}{\beta(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p} [\ln(1 - f_n^+) + \ln(1 - f_n^-)] - \\ & \frac{\gamma_\Delta}{\beta(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p} [\ln(1 - f_\Delta^+) + \ln(1 - f_\Delta^-)] - \frac{1}{\beta(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k} [\ln(1 + f_\sigma) + \ln(1 + f_\omega) + \\ & 3\ln(1 + f_\pi)] - \lambda_1^{(0)} (\bar{v} - v) - \frac{1}{2} \lambda_2^{(0)} (\bar{v} - v)^2 - \frac{1}{3!} \lambda_3^{(0)} (\bar{v} - v)^3 - \\ & \frac{1}{4!} \lambda_4^{(0)} (\bar{v} - v)^4 - \epsilon_{qf}^{(N)} - \epsilon_{qf}^{(\Delta)}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\epsilon_{qf}^{(\Delta)} = \frac{\gamma_\Delta m_\Delta^4}{32\pi^2} [-x_\Delta^4 \ln x_\Delta^2 + 2(x_\Delta - 1) + 7(x_\Delta - 1)^2 + \frac{26}{3}(x_\Delta - 1)^3 + \frac{25}{6}(x_\Delta - 1)^4] \quad (4.11)$$

$\tilde{E}_\Delta(\mathbf{p}) = \sqrt{\mathbf{p}^2 + \tilde{m}_\Delta^2}$ ,  $E_{\omega(\pi)}(\mathbf{k}) = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m_{\omega(\pi)}^2}$ ,  $\gamma_\Delta = 16$  是  $\Delta$  粒子的自旋同位旋简并度,  $\epsilon_{qf}^{(N)}$ ,  $\epsilon_{qf}^{(\Delta)}$  分别是(2.20)和(2.21)式,  $\epsilon_{qf}^{(\Delta)}$  是单圈图近似下  $\Delta$  粒子的量子起伏能,  $\mu_B$  是化学势, 它由  $\Delta$  共振态核物质的温度和密度决定<sup>[15]</sup>.

$$\begin{aligned} f_{N(\Delta)}^\pm(\mathbf{p}) &= (e^{\beta(\tilde{E}_{N(\Delta)}(\mathbf{p}) \pm g_{\omega NN(\omega \Delta \Delta)} \tilde{V}_\beta \mp \mu_B)} + 1)^{-1}, \\ f_{\sigma, \omega, \pi}(\mathbf{k}) &= (e^{\beta E_{\sigma, \omega, \pi}(\mathbf{k})} - 1)^{-1}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

$f_N^\pm(\mathbf{p})$  和  $f_\Delta^\pm(\mathbf{p})$  分别是核子和  $\Delta$  粒子的粒子“+”和反粒子“-”分布函数,  $f_{\sigma, \omega, \pi}(\mathbf{k})$  分别是  $\sigma, \omega, \pi$  介子的动量分布函数. 在这个模型里有 6 个参数, 它们是  $g_{\sigma NN}$ ,  $g_{\omega NN}$ ,  $a, b, c, d$ . 利用第二节得到的参数值, 可以计算出  $\Delta$  共振态核物质的结合能在不同温度时随重子密度的变化曲线如图 3. 为了看出  $U(\sigma)$  的系数,  $c, d$  对  $\Delta$  共振态核物质结合能的影响, 在该图中同时画出了对应温度下  $a = c = d = 0$  时  $\Delta$  共振态核物质的结合能曲线(见文献[15]). 图 4 给出了在温度  $T = 50\text{MeV}, 100\text{MeV}, 150\text{MeV}$ (从下向上)时由方程(4.10)计算出的压强密度相对于重子密度的变化情况.

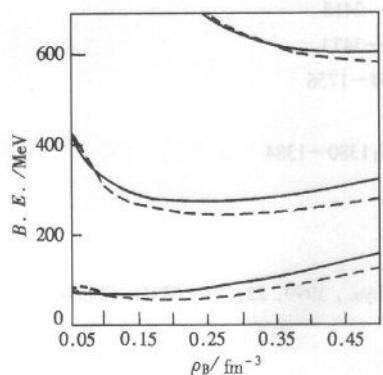


图3  $\Delta$ 共振态核物质的结合能在温度  $T = 50\text{MeV}, 100\text{MeV}, 150\text{MeV}$  (从下至上)时与重子密度的变化关系  
 ——对应  $a = c = d = 0, \dots$  对应  $\lambda_3^{(0)}/m_n = 4.98, \lambda_4^{(0)} = 10.27$ .

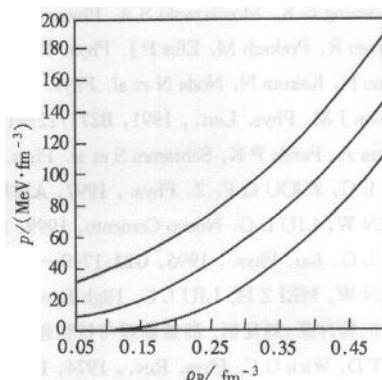


图 4  $\Delta$  共振态核物质的压强在温度  $T = 50\text{MeV}, 100\text{MeV}, 150\text{MeV}$  (从下至上)时,且在图 3 的虚线情况下随重子密度的变化关系

5 总结

本文主要讨论了  $U(\sigma)$  中的重整化参数在不同的重整化条件下对相对论正常核物质和热  $\Delta$  共振态核物质物态方程的影响,发现核物质的不可压缩系数、有效质量以及耦合常数同这些参数之间有密切的联系.取固定的  $\lambda_4^{(0)}$  (或  $\lambda_3^{(0)}$ ),不可压缩系数随着  $\lambda_3^{(0)}$  (或  $\lambda_4^{(0)}$ ) 的增加而增加(或减少)如图 1,2 中的曲线 3. 有效质量则反之如图 1,2 中的曲线 4,耦合常数  $g_{\sigma NN}, g_{\omega NN}$  均随  $\lambda_3^{(0)}$  的增大而增大,如图 1 中的 1,2 曲线所示,随  $\lambda_4^{(0)}$  的增大而减小如图 2 中的 1,2 曲线所示.然而,这个结论依赖于单圈图近似下的对能量密度的重整化条件.因为  $\sigma$  介子在实验室里还没有明确地验证,所以对  $\sigma$  介子的自相互作用,我们还没有足够的知识.我们也研究了  $\lambda_4^{(0)}$  和  $\lambda_3^{(0)}$  对热  $\Delta$  共振态核物质结合能的影响如图 3,发现核物质密度越大,其影响越大,但温度对这种效果的影响可以忽略.在单圈图近似下解决了核物质不可压缩系数太高的问题,但这个结果在高阶图时是否能成立<sup>[23]</sup>,还有待进一步研究.

## 参考文献(References)

- 1 Serot B D, Walecka J D. *Adv. Nucl. Phys.*, 1986, **16**:35–37
  - 2 Serot B D, Walecka J D. *Int. J. Mod. Phys.*, 1999, **6**:515–519
  - 3 Serot B D. *Rep. Prog. Phys.*, 1992, **55**:1855–1857
  - 4 Majumdar M M, Sammadar S K, Rudra N et al. *Phys. Rev.*, 1994, **C49**:541–546
  - 5 Zmanyi J, Moszkowski S A. *Phys. Rev.*, 1990, **C42**:1416–1420
  - 6 Jaminon M, Mahaux C. *Phys. Rev.*, 1989, **C40**:354–357
  - 7 Glendening N K. *Phys. Lett.*, 1988, **B208**:335–337
  - 8 Waldhauser B M, Marun J A, Hsökler et al. *Phys. Rev.*, 1998, **C38**:1003–1007

- 9 Glendening N K, Moszkowski S A. Phys. Lett., 1991, **67**:2414—2418
- 10 Knorren R, Prakash M, Ellis P J. Phys. Rev., 1995, **C52**:3470—3473
- 11 Kouno H, Kakuta N, Noda N et al. Phys. Rev., 1995, **C51**:1754—1756
- 12 Pearson J M. Phys. Lett., 1991, **B271**:12—15
- 13 Mishra A, Panda P K, Schramm S et al. Phys. Rev., 1997, **C56**:1380—1384
- 14 LIU L G, ZHOU Q F. Z. Phys., 1997, **A357**:27—30
- 15 CHEN W, LIU L G. Nuovo Cimento, 1999, **112A**:1509—1518
- 16 LIU L G. Jou. Phys., 1996, **G22**:1799—1802
- 17 CHEN W, MEI Z H, LIU L G. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1999, **22**:681—688(in Chinese)  
(陈伟,梅仲豪,刘良钢.高能物理与核物理,1999,**22**:681—688)
- 18 Lee T D, Wick G C. Phys. Rev., 1974, **D9**:2291—2297
- 19 Ehehalt W, Cassing W, Engl A et al. Phys. Rev., 1993, **47**:R2467—2480
- 20 Metag V. Prog. Part. Nucl. Phys., 1993, **30**:75—80
- 21 Gorenstein M I, Mrowczynski S, Rischke D H. Phys. Lett., 1990, **B243**:327—332
- 22 Herbert T, Wehrberger W, Beck F. Nucl. Phys., 1999, **22**:681—687
- 23 Furnstahl R. J, Perry R J, Serot B D. Phys. Rev., 1989, **C40**:321—326

### Influence of Self-Interaction of $\sigma$ Meson to the Equation of State of Nuclear Matter\*

CHEN Wei AI Bao-Quan ZHENG Xiao-Ping LIU Liang-Gang

(Department of Physics, ZhongShan University, GuangZhou 510275, China)

**Abstract** In the relativistic  $\sigma\omega$  model, the influence of the parameters in self-interaction of  $\sigma$  meson to the equation of state of normal nuclear matter, especially, to incompressibility, effective mass, and coupling constants, is studied in detail. We find that these parameters have an intense relationship to the property of nuclear matter. At the same time, we study the relation between the binding energy and pressure of relativistic  $\Delta$ -resonance nuclear matter and temperature using above results in the relativistic  $\sigma\omega\pi$  model, and it is interesting to compare it to our prior work. In all these studies, the vacuum fluctuation on nucleon,  $\Delta$ -isobar, and  $\sigma$  meson is considered.

**Key words** self-interaction, the equation of state, renormalization, the vacuum fluctuation.

Received 3 December 1999, Revised 28 February 2000

\* Supported by NSFC(199775072) and Natural Science Foundation of Guangdong Province of China(970130)