

# 相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov 理论 对滴线原子核结构的研究

孟杰<sup>1)</sup> 龙文辉

(北京大学技术物理系 北京 100871)

(兰州重离子加速器国家实验室核理论中心 兰州 730000)

(中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

**摘要** 回顾了相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov 理论对奇特核结构的描述. 包括对<sup>11</sup>Li 晕核的微观描述, 并发现了其形成机制是由于 Cooper 对从  $1p_{1/2}$  轨道被散射到  $2s_{1/2}$  轨道; 预言了滴线核的新现象——由 6 个中子组成的巨晕, 给出了形成晕现象的条件为弱束缚与低离心位垒; 解释了实际核中的赝自旋对称性; 自旋轨道分裂与势能位垒弥散的关系; 经典禁区内粒子对晕的影响; 超重元素的结构研究等.

**关键词** 相对论平均场理论 滴线核 连续谱 中子晕

近年来, 世界范围内蓬勃开展的放射性核束(RIB)物理的研究给核物理注入了新的活力, RIB 技术的提高为核结构、核反应与核天体物理的研究提供了全新的机遇<sup>[1,2]</sup>. 这里将给出基于相对论平均场(RMF)理论和 Bogoliubov 准粒子变换所建立的相对论连续谱 Hartree-Bogoliubov 理论(RCHB)<sup>[3]</sup>对滴线原子核结构研究的最新进展<sup>[4-12]</sup>, 包括<sup>11</sup>Li 晕核的描述、巨晕的预言、晕核的形成与壳结构的关系、赝自旋对称性的解释、自旋轨道分裂与势能位垒弥散、经典禁止区的粒子与晕核的关系、超重元素的性质及结构等方面.

关于 RCHB 理论的细节及数值求解方法可参见文献[3]. 这里只给出其大致的理论框架.

首先相对论平均场的出发点是引入一个拉氏量, 它将核子视为 Dirac 粒子, 核子通过交换介子和光子发生相互作用. 介子包括了描述核力中程吸引的标量介子  $\sigma$ 、描述核力短程排斥作用的矢量介子  $\omega$  以及描述中子和质子差别的同位旋矢量介子  $\rho$ . 标量介子  $\sigma$  在包含了其平方和立方项的自相互作用场中运动(强度为  $g_2$  和  $g_3$ ). 这样, 由核子质量  $M$ 、介子质量及其与核子的作用常数  $m_\sigma, g_\sigma, m_\omega, g_\omega, m_\rho, g_\rho$  可写出拉氏量为:

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi}(i \not{\partial} - M)\Psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - U(\sigma) - \frac{1}{4}\Omega_\mu\Omega^\mu - g_\omega\bar{\Psi}\sigma\Psi + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \\ & \frac{1}{4}R_\mu\nu\cdot R^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu\cdot\rho^\mu - \frac{1}{4}F_\mu\nu F^{\mu\nu} - g_\omega\bar{\Psi}\phi\Psi - g_\rho\bar{\Psi}\not{\rho}\cdot\tau\Psi - e\bar{\Psi}A\Psi, \end{aligned} \quad (1)$$

其中张量分别为

$$\begin{cases} \Omega^\mu = \partial^\mu\omega^\nu - \partial^\nu\omega^\mu, \\ \mathbf{R}^{\mu\nu} = \partial^\mu\rho^\nu - \partial^\nu\rho^\mu - 2g_\rho\rho^\mu \times \rho^\nu, \\ F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \end{cases} \quad (2)$$

标量介子的自耦合项为

$$U(\sigma) = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{3}g_2\sigma^3 + \frac{1}{4}g_3\sigma^4. \quad (3)$$

由经典变分原理可导出核子与介子场的运动方程分别为

$$[\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{P} + V_v(\mathbf{r}) + \beta(M + V_s(\mathbf{r}))]\Psi_i = \epsilon_i\Psi_i \quad (4)$$

$$\begin{cases} [-\Delta\sigma + U'(\sigma)] = g_\sigma\rho_s, \\ (-\Delta + m_\omega^2)\omega^\mu = g_\omega j^\mu(\mathbf{r}), \\ (-\Delta + m_\rho^2)\rho^\mu = g_\rho j^\mu(\mathbf{r}), \\ -\Delta A_0^\mu(\gamma) = e j_\rho^\mu(\mathbf{r}). \end{cases} \quad (5)$$

其中矢量势  $V_v(\mathbf{r})$  和标量势  $V_s(\mathbf{r})$  为

$$\begin{cases} V_v(\mathbf{r}) = g_\omega\phi + g_\rho\not{\rho}\cdot\tau + \frac{1}{2}e(1-\tau_3)A, \\ V_s(\gamma) = g_\sigma\sigma(\gamma). \end{cases} \quad (6)$$

介子场方程的源为

$$\begin{cases} \rho_s = \sum_{i=1}^A \bar{\Psi}_i\Psi_i, \\ j^\mu(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \bar{\Psi}_i\gamma^\mu\Psi_i, \\ j^\mu(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \bar{\Psi}_i\gamma^\mu\tau\Psi_i, \\ j_\rho^\mu(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \bar{\Psi}_i\gamma^\mu\frac{1-\tau_3}{2}\Psi_i. \end{cases} \quad (7)$$

(7)式中求和仅对价核子进行,或者说忽略了负能量态的贡献,即真空态没有极化一无海近似.耦合方程组(4),(5)是非线性的量子场方程,精确求解极其困难.为此引入平均场近似,即用期待值来代替介子场算符.则核子独立地在经典介子场中运动.耦合方程组(4),(5)可以通过迭代自洽地求解.

为描述未填满壳的核,必须涉及 Fermi 面附近的能级有部分填充的问题.此问题可以由 BCS 近似或 Bogoliubov 变换解决. BCS 近似仅对稳定核适用. Bogoliubov 准粒子变换则可用于稳定核与滴线核.正如文献[3]中所示,它还可以描述连续谱的贡献.对于滴线核,由于 BCS 近似会在非物理的连续态填充粒子,从而导致非物理解,所以 BCS 近似不能用于描述

滴线核. RMF 理论中,由于使用了经典介子场,从拉氏量导出的核子运动方程不含两体相互作用.为了导出对相互作用,必须量子化介子场,从而导出一个含两体相互作用的 Hamiltonian,遵循 Bogoliubov 变换的标准步骤,则可导出一个 Dirac Hartree-Fock-Bogoliubov 方程.从而可以得到相对论平均场和对关联的统一描述.

相对论的 Hartree-Bogoliubov(RHB)方程为

$$\int d^3 r' \begin{pmatrix} h - \lambda & \Delta \\ \Delta & -h + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_U^t \\ \Psi_V^t \end{pmatrix} = E_k \begin{pmatrix} \Psi_U^t \\ \Psi_V^t \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中

$$h(r, r') = \{\alpha \cdot p + V_v(r) + \beta[M + V_s(r)]\} \delta(r, r') \quad (9)$$

为 Dirac Hamiltonian,如通常的 RMF 一样,上式中忽略了 Fock 项.第  $k$  个准粒子的波函数由空穴旋量  $\Psi_U^t$  和粒子旋量  $\Psi_V^t$  组成,它们满足归一化条件:

$$\int 4d^3 r [\Psi_U^{t\dagger} \Psi_U^t + \Psi_V^{t\dagger} \Psi_V^t] = 1. \quad (10)$$

对势部分为

$$\Delta_\mu(r, r') = \frac{1}{2} \int 4d^3 r_1 \int d^3 r'_1 \sum V_{\mu, \mu'}(rr'; r_1 r'_1) \kappa_{\mu'}(r_1, r'_1), \quad (11)$$

其中指标  $\mu, \mu', \nu$  和  $\nu'$  描述除坐标以外的其它量子数.对势由  $p-p$  道的介子交换作用  $V_{\mu, \mu'}(rr'; r_1 r'_1)$  和对张量  $\kappa$

$$\kappa_\mu(r, r') = \sum_{E_k > 0} \Psi_V^{t\dagger}(r) \Psi_U^t(r')^T \quad (12)$$

给出.

核子密度为

$$\rho(r, r') = \sum \Psi_V^{t\dagger}(r) \Psi_V^t(r'). \quad (13)$$

对于一般的两体相互作用  $V_{\mu, \mu'}(rr'; r_1 r'_1)$ , 两体矩阵元可以表示为  $\langle r\mu r'\nu | V(r_1, r_2) | \bar{r}\bar{\mu}' \bar{r}'\bar{\nu}' \rangle$ . 其中  $V(r_1, r_2) = V(r_1, r_2; r'_1, r'_2) \delta(r_1 - r'_1) \delta(r_2 - r'_2)$  由于介子交换作用甚至不能给出对力的定性性质,一般使用零程的与密度相关的  $\delta$  力

$$V(r_1, r_2) = V_0 \delta(r_1 - r_2) \frac{1}{4} [1 - \sigma_1 \sigma_2] (1 - \frac{\rho(r)}{\rho_0}) \quad (14)$$

或含有参数  $\mu_i, W_i, B_i, H_i$  和  $M_i (i=1, 2)$  的 Gogny 有限程核力

$$V(r_1, r_2) = \sum_{i=1, 2} e^{((r_1 - r_2)/\mu_i)^2} (W_i + B_i P^z - H_i P^x - M_i P^y P^z). \quad (15)$$

为保证粒子数守恒,对 neutrons 和 protons 还必须引入 Fermi 能级使  $N = \text{Tr}(\rho_n)$  和  $Z = \text{Tr}(\rho_p)$ . 为描述束缚态、连续谱以及它们之间的耦合,上面的 RHB 方程必须在坐标空间求解,即相对论连续谱 HB 理论(RCHB). 这样 RCHB 不仅适用于束缚态,而且可以用于描述连续谱.考虑球对称性,波函数可以写成

$$\Psi_U^t = \begin{pmatrix} i \frac{G_U^{ij}(r)}{r} \\ F_U^{ij}(r) (\sigma \cdot \hat{r}) \end{pmatrix} Y_{jm}^t(\theta, \phi) \chi_t(t), \quad \Psi_V^t = \begin{pmatrix} i \frac{G_V^{ij}(r)}{r} \\ F_V^{ij}(r) (\sigma \cdot \hat{r}) \end{pmatrix} Y_{jm}^t(\theta, \phi) \chi_t(t). \quad (16)$$

则 RHB 方程可以约化为径向方程

$$\begin{cases} \frac{dG_U(r)}{dr} + \frac{\kappa}{r}G_U(r) - (E + \lambda - V_V(r) + V_S(r))F_U(r) + r \int r' dr' \Delta_F(r, r') F_V(r') = 0, \\ \frac{dF_U(r)}{dr} + \frac{\kappa}{r}F_U(r) - (E + \lambda - V_V(r) + V_S(r))G_U(r) + r \int r' dr' \Delta_G(r, r') G_V(r') = 0, \\ \frac{dG_V(r)}{dr} + \frac{\kappa}{r}G_V(r) - (E + \lambda - V_V(r) + V_S(r))F_V(r) + r \int r' dr' \Delta_F(r, r') F_U(r') = 0, \\ \frac{dF_V(r)}{dr} + \frac{\kappa}{r}F_V(r) - (E + \lambda - V_V(r) + V_S(r))G_V(r) + r \int r' dr' \Delta_G(r, r') G_U(r') = 0, \end{cases} \quad (17)$$

其中略去了对势的指标,标量势中包括了核子质量.对势的表达式为

$$\Delta_G^{\kappa}(r, r') = \frac{1}{4} \sum_{\kappa'} V_{\kappa'}^{J=0}(r, r') g_{\kappa'} \sum_{E_k > 0} [G_U^{\kappa}(r) G_V^{\kappa}(r') + G_U^{\kappa}(r') G_V^{\kappa}(r)], \quad (18)$$

$$\Delta_F^{\kappa}(r, r') = \frac{1}{4} \sum_{\kappa'} V_{\kappa'}^{J=0}(r, r') g_{\kappa'} \sum_{E_k > 0} [F_U^{\kappa}(r) F_V^{\kappa}(r') + F_U^{\kappa}(r') F_V^{\kappa}(r)]. \quad (19)$$

当对力为  $\delta$  力时,上式可以约化为耦合微分方程组.

有关求解 RCHB 方程(1.17)的细节,可参见文献[3].利用 RMF 相互作用参数 *NLSH*, 在步长为  $\Delta = 0.1\text{fm}$ , 半径为  $R = 20\text{fm}$  的盒子中用 Shooting 方法数值求解了 RCHB 方程.对势中用的力为  $\delta$  力,其强度由相应的 Gogny 力确定.考虑连续谱数目由能量截断确定,我们只考虑了与 Fermi 面相距不超过  $120\text{MeV}$  的能级的贡献. $\delta$  力中使用的  $\rho_0$  为核物质密度  $0.152\text{fm}^{-3}$ .强度  $V_0$  由给出与 Gogny 力同样的对能  $-1/2\text{Tr}(\Delta_{\kappa})$  而确定.

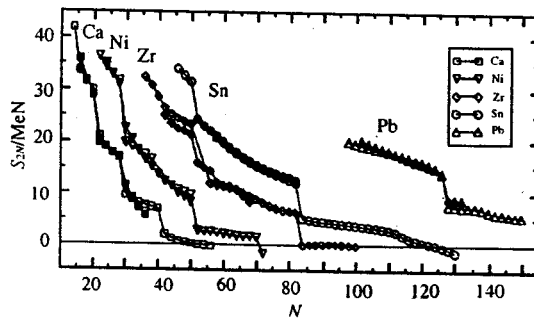


图 1 Ca, Ni, Zr, Sn 和 Pb 偶偶同位素的双中子分离能  $S_{2N}$ , 随中子数  $N$  的变化

图 1 中给出了 Ca, Ni, Zr, Sn 和 Pb 偶-偶同位素的双中子分离能  $S_{2N}$  随中子数  $N$  的变化.除了 Zr 同位素链由于形变的影响,部分数据与理论计算有所偏离外,理论与实验数据符合得相当好.而且理论计算结果给出了实验上已知的满壳或亚满壳结构.在 Zr 的偶偶同位素链中,当  $N > 82$  时,  $S_{2N}$  接近于零,即使增加很多的中子,系统仍处于弱束缚的状态,这就是文献[5]中预言的巨晕现象.

图 2 给出了  $^{134}\text{Zr}$  的密度分布.显然中子密度远比质子密度的减少缓慢得多.其中的虚线表示取不同盒子大小  $R$  时,中子半径的收敛情况,实线给出的中子密度分布是当  $R$  取无穷时的渐近形式.点虚线是  $^{122}\text{Zr}$  的中子密度,即巨晕核  $^{134}\text{Zr}$  的核芯中子密度分布.正如文献[5]中所指出,  $^{134}\text{Zr}$  的晕由 6 个中子所组成,且主要由  $p$  轨道贡献,而  $^{11}\text{Li}$  的晕则主要由  $s$  轨道所贡献.

由 RCHB 理论,不仅可给出  $^{11}\text{Li}$  中晕现象的新解释—处于连续谱的  $s_{1/2}$  轨道的贡献<sup>[4]</sup>,

而且预言了由 6 个核子所引起的巨晕现象<sup>[5]</sup>. 深入的研究, 还发现晕现象的给出与弱束缚和离心位垒相关<sup>[6]</sup>. 通过研究经典禁止区的粒子, 以及核子对离心位垒的隧道穿透效应, 可导出各种轨道角动量态对晕核形成的影响<sup>[7]</sup>.

除了对晕核的描述, RCHB 的另一个成功之处就是给出了实际核脞自旋对称性的合理解释<sup>[8]</sup>. 在发现脞自旋的本质与核子旋量波函数的小分量角动量相联系后, 一个重要的问题就是研究在实际核中脞自旋对称性的破坏及其恢复的

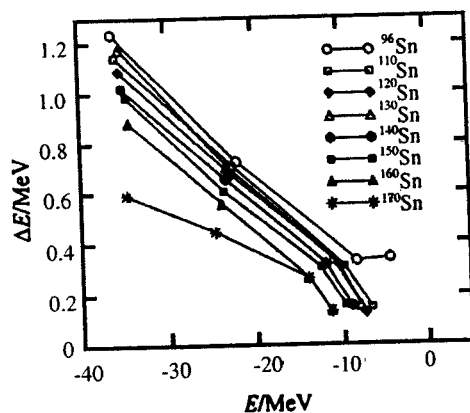


图 3 脞自旋对称性随束缚能和  
和中子质子数比的关系

原因. 另外, RCHB 还预言了有 6 个中子情况的巨晕现象, 给出了形成晕的两个要素: 弱束缚与弱离心位垒<sup>[6,7]</sup>. 给出了实际核中脞自旋对称性对束缚能和中子质子比的依赖关系<sup>[8,9]</sup>. 将势能表面弥散与自旋轨道分裂相联系<sup>[10]</sup>, 并提出表面弥散的测量方法. 另外 RCHB 也可用于超重元素的寻找<sup>[12]</sup>. 关于 RCHB 理论的进一步发展, 如形变效应的引入等, 目前正在进行之中, 不久将会有结果.

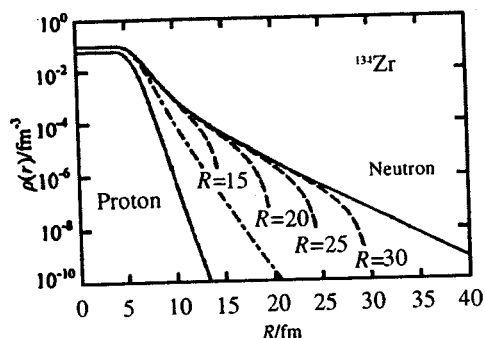


图 2  $^{134}\text{Zr}$  的密度分布

情况. 由 RCHB, 给出了脞自旋对称性随束缚能和中子质子数比的关系, 如图 3 所示, 结果发现, 随着中子数的增加, 特别是到达中子滴线附近, 脞自旋对称近似远比稳定核好. 而对束缚很强的情况, 脞自旋对称近似也不如弱束缚时好. 另外从理论分析, 发现核系统的势能位垒弥散与自旋轨道分裂有关<sup>[6]</sup>. 通过系统地对 Sn 同位素自旋轨道分裂的原因的分析, 指出了可以通过自旋轨道分裂判断原子核势能曲线的弥散情况.

总之, 通过对实验上发现的第一个晕核的研究, RCHB 不仅可以给出其自治描述, 而且给出了新的物理解释—Cooper 对从  $p_{1/2}$  轨道到  $s_{1/2}$  轨道的散射是导致晕现象

**参考文献(References)**

- 1 Tanihata I. Prog. Part. and Nucl. Phys., 1995, 35: 505
- 2 Hansen P. G, Jensen A. S, Jonson B, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1995, 45: 591
- 3 MENG J, Nucl. Phys., 1998, A635: 3
- 4 MENG J, Ring P, Phys. Rev. Lett., 1996, 77: 3963
- 5 MENG J, Ring P, Phys. Rev. Lett., 1998, 80: 460
- 6 MENG J, Tanihata I, S Yamaji. Phys. Lett., 1998, B419: 1
- 7 Im Soojae, MENG J. Phys. Rev., 2000, C61: 047302
- 8 MENG J, et al. Phys. Rev., 1998, C58: R628
- 9 MENG J, et al. Phys. Rev., 1999, C59: 154—163
- 10 MENG J, Nucl. Phys., 1999, A654: 702c—705c
- 11 MENG J, Tanihata I. Nucl. Phys., 1999, A650: 176—196
- 12 MENG J, Takigawa N. Phys. Rev., 2000, C61: 064319

**Relativistic Continuum Hartree-Bogoliubov  
Theory Aims at Unstable Nuclei**MENG Jie<sup>1)</sup> LONG Wen-Hui*(Department of Technical Physics, Peking University, Beijing 100871, China)**(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)**(Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China)*

**Abstract** The formalism for Relativistic Continuum Hartree-Bogoliubov (RCHB) theory, which is the extension of the Relativistic Mean Field (RMF) and the Bogoliubov transformation in the coordinate representation, and its application to unstable nuclei are reviewed. As the RCHB formalism allows for the proper description of the coupling between the bound state and the continuum by the pairing force, it is suitable not only for stable nuclei but also the nuclei near the drip line. The pairing correlations are taken into account by both a density - dependent force of zero range and the finite range Gogny force.

**Key words** relativistic mean field, drip-line nuclei, continuum, neutron halo

---

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn